

УДК 539.374.519.8

Ю. С. ПЕРВУШИН

ВЛИЯНИЕ НЕСБАЛАНСИРОВАННОСТИ СТРУКТУРЫ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассматривается влияние несбалансированности структуры слоистого композита на основе стекловолокон и эпоксидной матрицы на напряженно-деформированное состояние пятислойного стержня при растяжении. Представлены результаты численных расчетов напряженного состояния в слоях и деформированного состояния стержня при несбалансированности, вызванной отклонением углов укладки слоев. *Композит; слой; напряжение; деформация*

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Вследствие несовершенства технологического характера, воздействия влажности, температуры и других факторов происходит несимметричное относительно срединной поверхности композиционного материала (КМ) изменение физико-механических характеристик слоев, что приводит к нарушению сбалансированности структуры слоистого композиционного материала. В результате этого изменяются деформации, кривизны изгиба и кручения; изменяется поле внутренних напряжений в слоях.

В связи с тем, что слоистые композитные конструкции в большинстве своем являются тонкостенными, напряженное состояние элементов конструкций с инженерной точностью можно считать плоским.

Рассматривается элемент из несбалансированного слоистого композиционного материала, состоящего из произвольного числа слоев и удовлетворяющий следующим предпосылкам [1, 2]:

- композиционный материал имеет одну срединную плоскость, параллельную плоскости укладки слоев, относительно которой деформативные свойства слоев несимметричны; в каждом слое имеется одна плоскость упругой симметрии, параллельная срединной плоскости;

- в плоскости укладки слоев главные направления упругости каждого слоя ориентированы произвольно, слои деформируются в соответствии с обобщенным законом Гука;

- адгезионная связь слоев абсолютная и они деформируются без скольжения;
- выполняется гипотеза Кирхгофа о прямых недеформируемых нормалях.

2. РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Перейдем к установлению зависимостей между деформациями и напряжениями, кривизнами изгиба и кручения и соответствующими моментами для многослойного несбалансированного элемента в декартовой системе координат.

Рассмотрим элемент в виде параллелепипеда с размерами, указанными на рис. 1.

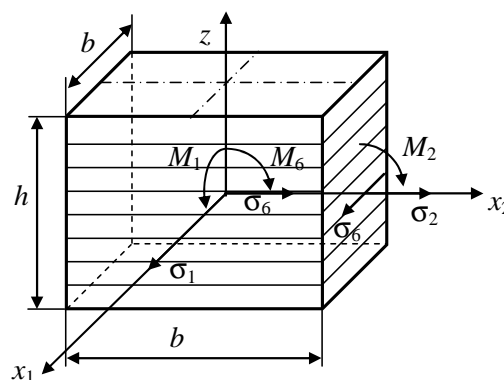


Рис. 1. Параллелепипед слоистого КМ со схемой усредненных напряжений и моментов

Начало отсчета системы координат совпадает с центром срединной плоскости параллелепипеда.

Заменим эпюры напряжений статически эквивалентной системой усредненных напряже-

ний σ_1 , σ_2 , σ_6 , изгибающих моментов M_1 , M_2 и крутящего момента M_6 .

Составим уравнения равновесия в виде

$$bh\sigma_1 = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_1^{(i)}(z) dz, \quad (1)$$

где σ_1 – усредненное напряжение вдоль оси X_1 ; $\sigma_1^{(i)}(z)$ – напряжение вдоль оси X_1 в i -м слое, зависящем от координаты z .

Из уравнения (1) следует, что

$$\sigma_1 = \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_1^{(i)}(z) dz. \quad (2)$$

Аналогичные выражения получим для усредненных напряжений σ_2 и σ_6 :

$$\sigma_2 = \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_2^{(i)}(z) dz,$$

$$\sigma_6 = \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_6^{(i)}(z) dz.$$

Для учета неоднородного напряженного состояния элемента к срединной плоскости приложены моменты, величины которых определяются по формулам:

- усредненный момент изгиба вдоль оси X_1

$$M_1 = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_1^{(i)} z dz; \quad (3)$$

- подобные выражения получим для моментов M_2 и M_6 :

$$M_2 = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_2^{(i)} z dz, \quad M_6 = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_6^{(i)} z dz. \quad (4)$$

Система усредненных напряжений (1), (2) и моментов (3), (4) является статически эквивалентной распределению напряжений в слоистом элементе.

Деформации произвольного k -го слоя $\varepsilon_1^{(k)}$, $\varepsilon_2^{(k)}$ и $\varepsilon_6^{(k)}$ в зависимости от расстояния z от срединной плоскости выражаются через деформации срединной плоскости $\varepsilon_1^{(0)}$, $\varepsilon_2^{(0)}$ и $\varepsilon_6^{(0)}$ и кривизны изгиба K_1 , K_2 и кручения K_6 :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{(k)} &= \varepsilon_1^{(0)} + zK_1, \\ \varepsilon_2^{(k)} &= \varepsilon_2^{(0)} + zK_2, \\ \varepsilon_6^{(k)} &= \varepsilon_6^{(0)} + zK_6. \end{aligned} \quad (5)$$

Обобщенный закон Гука для k -го элементарного слоя при плоском напряженном состоянии имеет вид

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{26} \\ S_{16} & S_{26} & S_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}^{(k)}. \quad (6)$$

Из зависимости (6) с учетом равенств (5) получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_j^{(0)} + zK_j &= S_{jl}^{(k)} \sigma_l^{(k)}, \\ (j, l &= 1, 2, 6). \end{aligned} \quad (7)$$

Из уравнений (7) находим

$$\sigma_l^{(k)} = \bar{Q}_{ij}^{(k)} (\varepsilon_j^{(0)} + zK_j), \quad (8)$$

где $\bar{Q}_{ij}^{(k)} = (S_{ij}^{(k)})^{-1}$ – матрица жесткости k -го слоя:

$$\bar{Q}_{ij}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{(k)} & \bar{Q}_{12}^{(k)} & \bar{Q}_{16}^{(k)} \\ \bar{Q}_{12}^{(k)} & \bar{Q}_{22}^{(k)} & \bar{Q}_{26}^{(k)} \\ \bar{Q}_{16}^{(k)} & \bar{Q}_{26}^{(k)} & \bar{Q}_{66}^{(k)} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Деформации срединной плоскости $\varepsilon_1^{(0)}$, $\varepsilon_2^{(0)}$, $\varepsilon_6^{(0)}$ и кривизны K_1 , K_2 , K_6 не зависят от координаты z , поэтому выражения усредненных напряжений σ_l и моментов M_l ($l = 1, 2, 6$) будут иметь вид [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_l &= A_{ij} \varepsilon_j^{(0)} + B_{ij} K_j, \\ M_l &= B_{ij} \varepsilon_j^{(0)} + D_{ij} K_j, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} dz, \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} z dz, \quad (11)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} z^2 dz.$$

Из системы уравнений (10) находим деформации и кривизны срединной плоскости в виде

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_j^{(0)} \\ K_l^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{jk} & b_{jk} \\ c_{lk} & d_{lk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_l \\ M_k \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$(j, k, l = 1, 2, 6),$$

где a_{jk} , b_{jk} , c_{lk} , d_{lk} – выражаются через характеристики элементарных слоев (11).

Матрица податливости (12) является симметричной относительно главной диагонали и $c_{lk} = b_{jk}$.

Выражения для напряжений $\sigma_l^{(k)}$ в k -м слое имеют вид:

$$\sigma_l^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{(k)} & \bar{Q}_{12}^{(k)} & \bar{Q}_{16}^{(k)} \\ \bar{Q}_{12}^{(k)} & \bar{Q}_{22}^{(k)} & \bar{Q}_{26}^{(k)} \\ \bar{Q}_{16}^{(k)} & \bar{Q}_{26}^{(k)} & \bar{Q}_{66}^{(k)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1^{(0)} + z_k K_1 \\ \varepsilon_2^{(0)} + z_k K_2 \\ \varepsilon_6^{(0)} + z_k K_6 \end{bmatrix}$$

ПРИМЕР

Рассмотрим влияние несбалансированности на напряженно-деформированное состояние пятислойного стержня при растяжении (рис. 2).

Параметры стержня: $l = 0,2$ м; $b = 0,02$ м; $h = 1,25 \cdot 10^{-3}$ м.

Растягивающая нагрузка приложена к узлам торцевого сечения. Равнодействующая распределенной нагрузки равна $F = 880$ Н.

Варианты структуры сечения стержня в процессе исследования:

- 1) сбалансированная – /45/-45/0/-45/45/;
- 2) несбалансированные структуры –
 /40/-45/0/-45/45/;
 /43/-45/0/-45/45/;
 /47/-45/0/-45/45/;
 /50/-45/0/-45/45/.

Расчет напряженно-деформированного состояния пятислойного стержня сбалансированной структуры /45/-45/0/-45/45/ проводился аналитически и конечно-элементным анализом с использованием программного продукта ANSYS. На рис. 3 показаны последовательность и углы укладки слоев в слоистом элементе.

Вычислялись нормальные и касательные напряжения в каждом слое в их локальных системах координат. В таблице представлены результаты вычислений узловых напряжений в слоях элементов, расположенных вблизи заделки. На рис. 2 они отмечены сплошными кружками.

Анализ данных таблицы показывает, что отклонение результатов аналитического расчета от численного по методу конечных элементов не превышает 5%.

На рис. 4–7 представлены результаты влияния несбалансированности структуры композита, вызванные изменением углов укладки в 1-м слое на $3^\circ, 5^\circ, 7^\circ, 10^\circ$, на напряженное состояние в слоях и перемещения торцевого сечения по оси z .

Представленные на рис. 4–7 значения напряжений в слоях и перемещений свободного торца указывают на их зависимость от несбалансированности структуры композитного стержня.

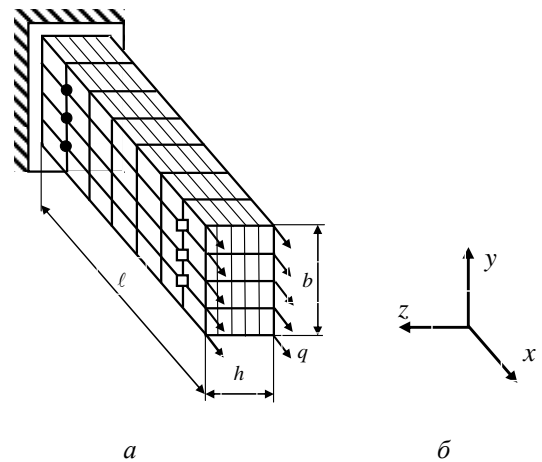


Рис. 2. а – схема слоистого стержня, растягивающегося распределенной нагрузкой q , приложенной в узлах свободного торца (• – узлы, в которых определялись напряжения; – узлы, в которых определялись перемещения); б – глобальная система координат

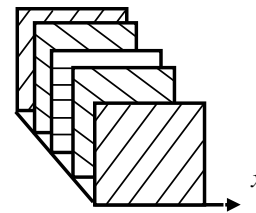


Рис. 3. Схема расположения и углы укладки слоев в конечном элементе

Особенно несбалансированность сказывается на перемещении в направлении оси z свободного торцевого сечения. Если в сбалансированном по структуре стержне перемещения узлов свободного торца в направлении осей x и z составляет соответственно $U_x = 0,415 \cdot 10^{-3}$ м, $U_z = -0,79 \cdot 10^{-8}$ м, то для несбалансированной структуры /40/-45/0/ -45/45/ эти перемещения составляют соответственно $U_x = 0,42 \cdot 10^{-3}$ м, $U_z = -0,52 \cdot 10^{-2}$ м. Наблюдается значительное увеличение перемещения узлов в направлении оси z (поперечное направление).

№ слоя	Угол укладки	$\sigma_x, \text{Н/м}^2$		$\sigma_y, \text{Н/м}^2$	
		Аналит.	ANSYS	Аналит.	ANSYS
1	45	$0,183 \cdot 10^8$	$0,195 \cdot 10^8$	$0,465 \cdot 10^7$	$0,499 \cdot 10^7$
2	-45	$0,183 \cdot 10^8$	$0,196 \cdot 10^8$	$0,465 \cdot 10^7$	$0,497 \cdot 10^7$
3	0	$0,913 \cdot 10^8$	$0,884 \cdot 10^8$	$-0,726 \cdot 10^7$	$-0,637 \cdot 10^7$
4	-45	$0,183 \cdot 10^8$	$0,196 \cdot 10^8$	$0,465 \cdot 10^7$	$0,497 \cdot 10^7$
5	45	$0,183 \cdot 10^8$	$0,195 \cdot 10^8$	$0,465 \cdot 10^7$	$0,499 \cdot 10^7$

№ слоя	Угол укладки	τ_{xy} , Н/м ²	
		Аналит.	ANSYS
1	45	-0,968·10 ⁷	-0,938·10 ⁷
2	-45	0,968·10 ⁷	0,938·10 ⁷
3	0	0	-0,0098·10 ⁷
4	-45	0,968·10 ⁷	0,938·10 ⁷
5	45	-0,968·10 ⁷	-0,938·10 ⁷

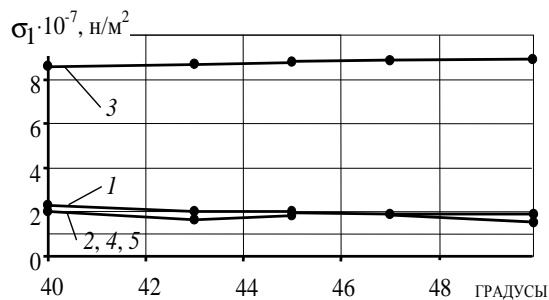


Рис. 4. Изменение нормального напряжения в направлении армирования в каждом слое от угла укладки 1-го слоя: 1–5 – напряжения в соответствующих слоях

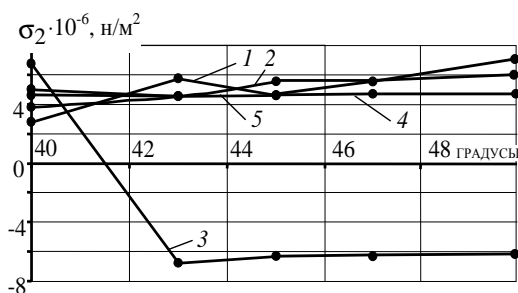


Рис. 5. Изменение нормального напряжения в поперечном направлении (к направлению армирования) в каждом слое от угла укладки 1-го слоя: 1, 2, 5 – напряжения в соответствующих слоях

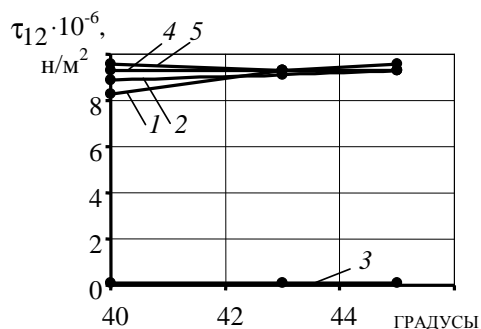


Рис. 6. Изменение касательного напряжения в плоскости слоя от угла укладки 1-го слоя

При изменении угла укладки 1-го слоя в сторону увеличения относительно сбалансированной структуры знак перемещения меняется, что наглядно видно из рис. 7.

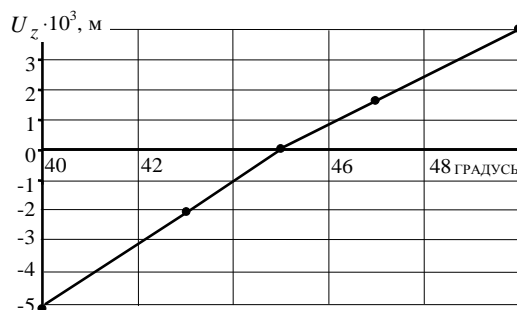


Рис. 7. Изменение перемещений узлов свободного торцевого сечения в направлении оси z глобальной системы координат от угла укладки 1-го слоя

Из анализа представленных в статье результатов вытекает основной вывод: при проектировании и изготовлении элементов конструкций из композиционных материалов необходимо контролировать уровень возможной несбалансированности структуры и влияния ее на напряженно-деформированное состояние проектируемой конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Роценс К. А., Штейнерс К. Н. Оценка податливости и жесткости несбалансированных моноклинных композиций // Механика полимеров. 1976. № 6. С. 1030–1035.
2. Формостабильные и интеллектуальные конструкции из композиционных материалов / Г. А. Молодцов [и др.] М.: Машиностроение, 2000. 352 с.

ОБ АВТОРЕ



Первушин Юрий Сергеевич, проф. каф. сопр. материалов. Дипл. инж.-мех. (УАИ, 1958). Д-р техн. наук по динамике и прочности машин и аппаратов (Челябинск. политехн. ин-т, 1991). Иссл. в обл. мех-ки и термомех-ки композиц. материалов, термопластичн. композитов.