

УДК 669.536.7

А. Р. ХАЛИКОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВТЕКТИЧЕСКИХ КОНЦЕНТРАЦИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ

Рассматривается одна из проблем прогноза диаграмм состояния – определение эвтектических концентраций многокомпонентных эвтектических диаграмм состояния. Предлагаемый научный подход позволяет определять химический состав бинарной или многокомпонентной эвтектической системы. На базе предложенной модели рассчитаны эвтектические составляющие как постоянные величины элементов. Проведено сравнение результатов численного моделирования с данными натурального эксперимента на примерах конкретных эвтектических сплавов. *Эвтектические концентрации; диаграммы состояния; моделирование*

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящее время промышленность располагает широким ассортиментом сплавов различного назначения. Первоначальный интерес к сплавам эвтектического типа определялся перспективой получения жаропрочных конструкционных материалов, однако первое их практическое применение оказалось связанным с уникальными физическими свойствами, которыми обладают эвтектические сплавы, состоящие из фаз с резко отличающимся электронным строением. Эвтектические сплавы применяют для эвтектических композиционных материалов, полупроводниковых материалов, для получения сверхпроводников, магнитножестких композиций и материалов различного промышленного применения.

Число компонентов в промышленных сплавах иногда весьма велико. Но уже при двух компонентах, образующих систему, результат сплавления может быть довольно сложным и разнообразным. Решение ряда теоретических, технологических и эксплуатационных проблем, связанных с расплавлением материалов, синтезом новых соединений на основе металлических, оксидных солевых, органических систем, требует знания диаграмм состояния. В то же время для многих систем, в особенности многокомпонентных, экспериментальные диаграммы состояния еще не построены [1]. Для компьютерного построения диаграмм состояния многокомпонентных систем требуются соответствующие математические модели, программное обеспечение и банк данных, который не составлен для большинства систем [1–3].

Математическое моделирование бинарных и трехкомпонентных диаграмм состояния по термодинамическим критериям и методам для большинства систем предопределяет низкую эффективность большинства существующих математических моделей [1].

В связи с этим возникает необходимость в систематизации, обобщении и анализе многочисленных результатов исследований по проблеме моделирования эвтектических концентраций.

Поэтому разработка и развитие расчетно-экспериментальных методов прогнозирования диаграмм состояния систем с эвтектическим равновесием относится к наиболее приоритетным и актуальным научно-техническим проблемам. В связи с этим возникает необходимость выработки новых подходов к прогнозированию диаграмм состояния эвтектического типа.

Цель исследования – построение математических моделей, адекватно описывающих эвтектические концентрации многокомпонентных диаграмм состояния эвтектического типа, качественно отражающих наблюдаемые на диаграммах состояния взаимосвязи элементов, компонентов, концентраций и фаз.

МОДЕЛИРОВАНИЕ БИНАРНЫХ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ

Предложен метод определения элементов, образующих диаграммы состояния с эвтектикой [4], на основе его разработана программа ЭВМ [13], которая связана с базой данных [15]. Авторами работ [5–8] предложены модели, на основе которых разработаны программы для ЭВМ [14, 16], определяющие эвтектические

концентрации бинарных и тройных диаграмм состояния эвтектического типа.

Для описания физического явления, происходящего при кристаллизации диаграмм состояния с эвтектикой, предложена модель, позволяющая проводить численные расчеты концентраций элементов на диаграммах состояния, используя доказанную взаимосвязь между всеми диаграммами состояния эвтектического типа.

Рассмотрим модель подробнее, начиная с физики твердого тела, а именно с атомной решетки, которая колеблется, атомы которой имеют определенный заряд q [9]. Атомы различных фаз положительно заряжены (рис. 1), имеют электронное облако вокруг ядра, два типа атомов и соответственно два типа кристаллических решеток, как на эвтектической точке (рис. 2), соответствующей эвтектической концентрации. По достижении температуры эвтектической точки E ($144\text{ }^\circ\text{C}$) жидкость, состоящая приблизительно из 40% Cd и 60% Bi , затвердевает целиком, образуя смесь мельчайших кристалликов Cd и Bi – так называемую эвтектику [10]. Электроны в узлах решеток создают заряд и отталкивают другие электроны, тем самым не происходит взаимопроникновения атомов одного вида в узлы решеток атомов другого типа. Рассмотрим два таких атома на примере зарядов $+q_1$ и $+q_2$, размещенных на расстоянии h один от другого на оси Ox (рис. 3).

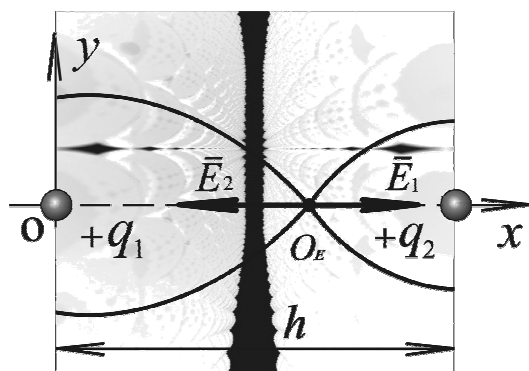


Рис. 1. Графическое расположение разноразных атомов в различных фазах

В точках вблизи зарядов величина потенциала определяется, в основном, ближайшим зарядом, влияние удаленного заряда незначительно, поэтому эквипотенциальные линии и поверхности имеют форму, близкую, соответственно, к окружностям и сферам. По мере удаления от заряда эти линии и поверхности начинают деформироваться, стремясь как бы

сблизиться с линиями и поверхностями, окружающими другой заряд. Эквипотенциальная линия, проходящая через точку ветвления, – лемниската. Тело, ограниченное лемнискатою при ее вращении относительно линии, соединяющей заряды, окружено эквипотенциальной поверхностью, пересекающей саму себя в точке ветвления O_E (рис. 2 и 3). В точке ветвления напряженность электростатического поля равна нулю, а эквипотенциальная поверхность пересекает саму себя. В работе [11] представлен расчет координат точки ветвления O_E электростатического поля двух зарядов $+q_1$ и $+q_2$ (рис. 3).

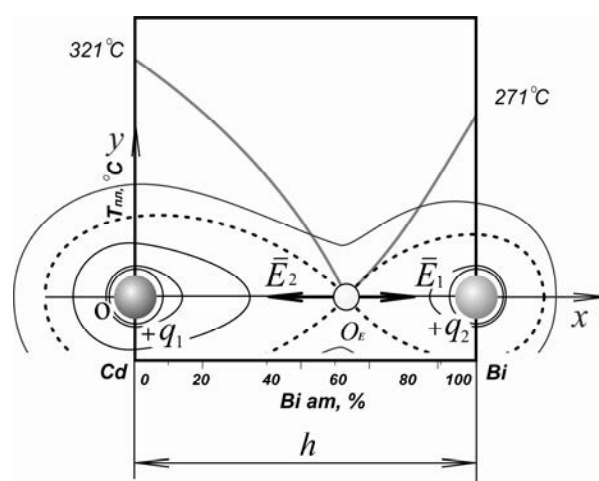


Рис. 2. Диаграмма состояния эвтектического типа $Cd-Bi$ и расположенные на ней атомы

«Принцип суперпозиции» или «принцип наложения» гласит, что результирующее влияние большого количества объектов (или результат сложного процесса) можно представить в виде суммы влияний отдельных объектов (или отдельных простых процессов) [11].

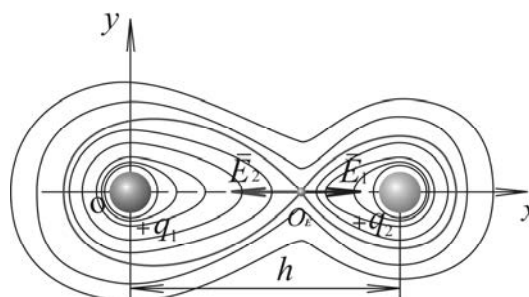


Рис. 3. Расположение зарядов с эквипотенциальными линиями и точкой ветвления O_E [11]

Наиболее известным является принцип суперпозиции для полей (1), согласно которому результирующее поле равно сумме полей всех источников [11]:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2. \quad (1)$$

Состояние точки O_E (рис. 2) выразится уравнением (2)

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^2} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon(h-x)^2}, \quad (2)$$

или после сокращения (2)

$$\frac{x^2}{q_1} = \frac{(h-x)^2}{q_2}, \quad (3)$$

где x – расстояние от заряда $+q_1$ до точки ветвления O_E , $(h-x)$ – расстояние от заряда $+q_2$ до точки ветвления O_E , ϵ_0 и ϵ – электрическая постоянная и диэлектрическая проницаемость.

Следовательно, для того чтобы определить расстояние от заряда $+q_1$ до точки ветвления O_E , необходимо знать величину заряда и расстояние между зарядами h ; решая квадратное уравнение ($x \in [0; h]$), определяем искомую величину [11].

Пользуясь математическим расчетом для определения местоположения точки ветвления двух зарядов и методом формальной аналогии [12], расстояние (или эвтектическую концентрацию) можно определять также как и точку ветвления двух и более зарядов различного сорта атомов или групп атомов, у каждого из которых свой собственный заряд q . Таким образом, для определения эвтектической концентрации, т. е. для решения уравнения, необходимо знать заряд q или его подобную составляющую, которая будет приобретать конкретную постоянную величину для конкретного элемента или компонента на различных диаграммах состояния эвтектического типа. Решить уравнение (3) с двумя неизвестными нельзя, поэтому примем такую постоянную величину, при которой Bi на диаграмме состояния $Bi-Cd$ при расстоянии h , равным единице (x – эвтектическая концентрация), принял бы числовое значение, равное единице или любому другому натуральному числу $N = \{1, 2, 3, \dots\}$.

На базе предложенной модели получено уравнение (4) для определения эвтектических концентраций бинарных диаграмм состояния

$$Es(A) = \frac{Es(B) \cdot x^2}{(1-x)^2}, \quad (4)$$

где $Es(A)$ – эвтектическая составляющая элемента или соединения A , $Es(B)$ – эвтектическая составляющая элемента или соединения B , x – эвтектическая концентрация.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ

Следующим шагом является расчет эвтектических концентраций тройных систем. Расчет тройных эвтектических систем проводят для определения концентраций элементов, образующих эвтектику. Рассмотрим заряды $+q_1$, $+q_2$ и $+q_3$ (рис. 4) и определим координаты точки ветвления этих зарядов, решая уравнение (5)

$$E_{x1} + E_{x2} + E_{x3} = E_{y1} + E_{y2} + E_{y3}. \quad (5)$$

Подставляя значения, получаем уравнение (6).

Таким образом, решив данное уравнение методом подбора, определим координаты x и y , т. е. эвтектическую концентрацию трехкомпонентной системы, аналогично для систем, содержащих большее количество элементов.

$$\begin{aligned} & \frac{Es(1)}{(x^2 + y^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{Es(2)}{((h-x)^2 + y^2)} \times \\ & \times \frac{x-h}{\sqrt{(h-x)^2 + y^2}} + \frac{Es(3)}{\left(\frac{h}{2}-x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}h-y\right)^2} \times \\ & \times \frac{x-\frac{h}{2}}{\sqrt{\left(\frac{h}{2}-x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}h-y\right)^2}} - \\ & - \frac{Es(1)}{(x^2 + y^2)} \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{Es(2)}{((h-x)^2 + y^2)} \times \\ & \times \frac{y}{\sqrt{(h-x)^2 + y^2}} - \frac{Es(3)}{\left(\frac{h}{2}-x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}h-y\right)^2} \times \\ & \times \frac{y-\frac{\sqrt{3}}{2}h}{\sqrt{\left(\frac{h}{2}-x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}h-y\right)^2}} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Для решения уравнения (6) разработана программа ЭВМ.

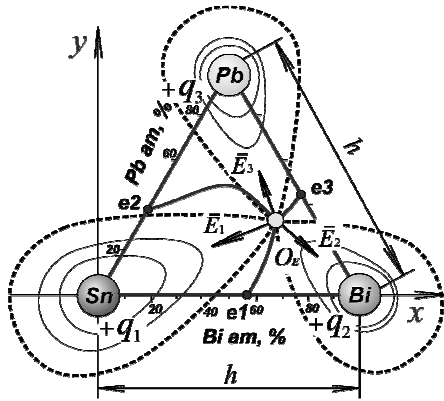


Рис. 4. Расположение зарядов $+q_1$, $+q_2$ и $+q_3$ на диаграмме состояния Sn-Pb-Bi для определения координат точки ветвления O_e , которые совпадают с эвтектической концентрацией диаграммы состояния

Для определения эвтектических концентраций многокомпонентных систем необходимо воспользоваться уравнениями (7–11).

$$E_{x1} + E_{x2} + E_{x3} + E_{x4} = E_{y1} + E_{y2} + E_{y3} + E_{y4}, \quad (7)$$

$$E_{x1} + E_{x2} + E_{x3} + E_{x4} + E_{x5} = E_{y1} + E_{y2} + E_{y3} + E_{y4} + E_{y5}, \quad (8)$$

$$E_{x1} + E_{x2} + E_{x3} + E_{x4} + E_{x5} + E_{x6} = E_{y1} + E_{y2} + E_{y3} + E_{y4} + E_{y5} + E_{y6}, \quad (9)$$

$$E_{x1} + E_{x2} + E_{x3} + E_{x4} + E_{x5} + E_{x6} + E_{x7} = E_{y1} + E_{y2} + E_{y3} + E_{y4} + E_{y5} + E_{y6} + E_{y7}, \quad (10)$$

$$E_{x1} + E_{x2} + E_{x3} + E_{x4} + E_{x5} + E_{x6} + E_{x7} + E_{x8} = E_{y1} + E_{y2} + E_{y3} + E_{y4} + E_{y5} + E_{y6} + E_{y7} + E_{y8}. \quad (11)$$

Для определения трехкомпонентной системы – уравнение (7), для пятикомпонентной системы – уравнение (8), для шестикомпонентной – уравнение (9), для семикомпонентной – уравнение (10), для восьмикомпонентной – уравнение (11). Количество E_s в каждой из систем уравнений соответствует числу элементов, входящих в состав многокомпонентной эвтектики, эвтектические концентрации которых необходимо определить.

Для моделирования многокомпонентных диаграмм на основе уравнений (4–11) разработана программа ЭВМ [17], определяющая эвтектические концентрации многокомпонентных диаграмм состояния.

РАСЧЕТ ЭВТЕКТИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Разработан метод расчета эвтектических составляющих как постоянных величин элементов при образовании диаграмм состояния эвтектического типа. Показано, что эвтектическая составляющая является постоянной величиной для каждого конкретного элемента или химического соединения. Представлено сравнение эвтектических составляющих элементов с различными физическими величинами. Эвтектическая составляющая E_s элемента или химического соединения получена из уравнения (3) при замене величины q_1 на E_s при $h = 1$.

Для моделирования диаграмм состояния по предложенным моделям необходимым является расчет E_s для разнородных элементов и сопоставление этих величин с другими физическими величинами. E_s примет свое постоянное значение для разнородных атомов или химических соединений.

На диаграмме состояния Bi – Pb эвтектическая концентрация висмута 56 (ат.%), тогда воспользовавшись (4), определяем $E_s(Pb)$, при этом принимая $E_s(Bi)at = 1$:

$$E_s(Pb)at = \frac{E_s(Bi)at \cdot x^2}{(1-x)^2} = \frac{1 \cdot 44^2}{56^2} = 0,61769, \quad (12)$$

где x – эвтектическая концентрация (ат. %), $E_s(Pb)at$ – атомная эвтектическая составляющая свинца.

Для того чтобы определить E_s для следующего элемента, необходимо его наличие в трехкомпонентной диаграмме состояния с эвтектикой или продолжение элемента на другой диаграмме, таким элементом может быть Sn с диаграммой состояния Sn-Bi, в данном случае E_s определяется уравнением:

$$E_s(Sn)at = \frac{E_s(Bi)at \cdot x^2}{(1-x)^2} = \frac{1 \cdot 0,43^2}{0,57^2} = 0,5896. \quad (13)$$

Затем можно определить $E_s(Si)$, используя диаграмму состояния Si-Sn (уравнение (14)), для определения $E_s(Al)$ необходимо использовать диаграмму состояния Si-Al (уравнение (15)). Если попытаться вновь определить $E_s(Sn)$, но только на этот раз используя диаграмму состояния Sn-Al вместо Sn-Bi (уравнение (16)), то мы приходим к результату уравнения (13). Таким образом, показано, что величины E_s являются постоянными.

$$Es(Si)at = \frac{Es(Sn)at \cdot x^2}{(1-x)^2} = \frac{0,569098184 \cdot 0,031^2}{0,9969^2} = 5,50031 \cdot 10^{-6}, \tag{14}$$

$$Es(Si)at = \frac{Es(Sn)at \cdot x^2}{(1-x)^2} = \frac{0,569098184 \cdot 0,031^2}{0,9969^2} = 5,50031 \cdot 10^{-6}, \tag{15}$$

$$Es(Sn)at = \frac{Es(Al)at \cdot x^2}{(1-x)^2} = \frac{0,000284904 \cdot 0,978^2}{0,022^2} = 0,563029. \tag{16}$$



Рис. 5. Сопоставление E_s элементов с уровнями s -, p -, d -, f -элементов

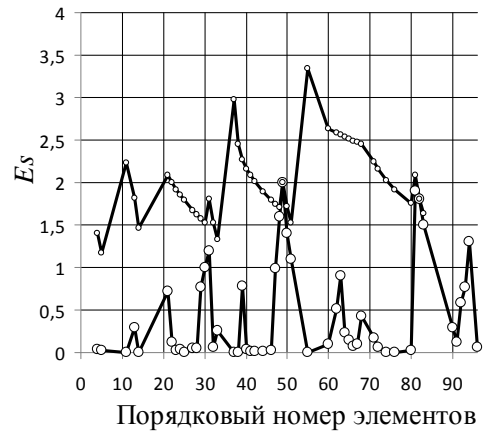


Рис. 6. Сопоставление E_s с атомным радиусом элементов

Представленным методом определяются E_s для остальных элементов. Результаты расчета E_s для разноразных атомов занесены в табл. 1.

Данные величины постоянны для элементов или соединений при кристаллизации под атмосферным давлением при кристаллизации под более высоким или низким давлением, величины E_s будут изменяться по аддитивным признакам, следовательно, модели и метод расчета E_s , предложенные в данной работе, можно применять для прогноза диаграмм состояния эвтектических концентраций, кристаллизация которых происходит под давлением. Определив E_s для различных элементов, сравнивали данные с физическими величинами этих же элементов. Всего в работе определено E_s для 52 элементов. По полученным результатам создана база данных [18].

Таблица 1

Эвтектические составляющие для различных элементов

№	Элемент	E_s элемента	№	Элемент	E_s элемента	№	Элемент	E_s элемента	№	Элемент	E_s элемента
1	Ag	0,00224125	14	Eu	0,006826	27	Ni	5,46E-05	40	Sn	0,569098
2	Al	0,00028786	15	Ga	0,33845	28	Np	0,000772	41	Sr	5,72E-19
3	As	0,00025709	16	Gd	0,000228	29	Os	1,71E-07	42	Tb	0,000144
4	Be	3,0848E-05	17	Ge	5,63E-05	30	Pa	0,000121	43	Th	0,000291
5	Bi	1	18	Hf	5,87E-05	31	Pb	0,617347	44	Ti	0,000127
6	Cd	1,38021419	19	Ho	0,000102	32	Pd	2E-05	45	Tl	3,145292
7	Cm	6,7058E-05	20	In	5,46E-06	33	Pu	0,45126	46	U	0,000589
8	Co	4,2866E-05	21	Lr	0,000519	34	Rb	3,18E-13	47	V	1,89E-05
9	Cr	3,2383E-05	22	Lu	0,000168	35	Ru	4,9E-06	48	W	3,26E-07
10	Cs	1,8911E-13	23	Mo	9,66E-06	36	Sb	0,072885	49	Y	0,000982
11	Cu	0,00098784	24	Na	1,34E-14	37	Sc	0,000782	50	Zn	0,017955
12	Dy	7,1741E-05	25	Nb	1,4E-05	38	Si	5,5E-06	51	Zr	4,18E-05
13	Er	0,00043003	26	Mn	1,92E-06	39	Sm	0,000509	52	B	2,32E-05

Используя созданную базу данных, провели сравнение E_s с различными физическими характеристиками элементов. На рис. 5 четко отражен темп подъемов и спадов E_s , который носит ярко выраженный зависимый характер, видны подъемы и спады при переходе элементов от s - к p -уровням. На рис. 6 представлено сопоставление E_s с атомным радиусом элементов. Характер изменения точек не показал строгую зависимость от атомного радиуса элементов.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравнительные данные точности расчетов были определены для бинарных диаграмм состояния металлических систем. Элементы диаграмм состояния выбирали с различным расположением в Периодической таблице Д. И. Менделеева: например, элементы разных групп и периодов, а также элементы одного периода и одной группы.

Данные проверочных расчетов различных эвтектических систем с расчетными методами различных авторов представлены в табл. 2. Метод, предложенный автором, не учитывает влияния ни эвтектической температуры, ни температур плавления элементов или соединений, входящих в состав эвтектики, что не только упрощает его применение, а делает универсальным методом расчета как бинарных, так и многокомпонентных диаграмм состояния эвтектического типа.

Помимо систем, представленных в табл. 2, проверочные расчеты проводились на диаграммах состояния, по которым рассчитывались эвтектические составляющие элементов (табл. 1).

Следующим шагом является расчет эвтектических концентраций многокомпонентных систем. Расчет многокомпонентных эвтектических систем проводят для определения концентраций элементов, образующих эвтектику.

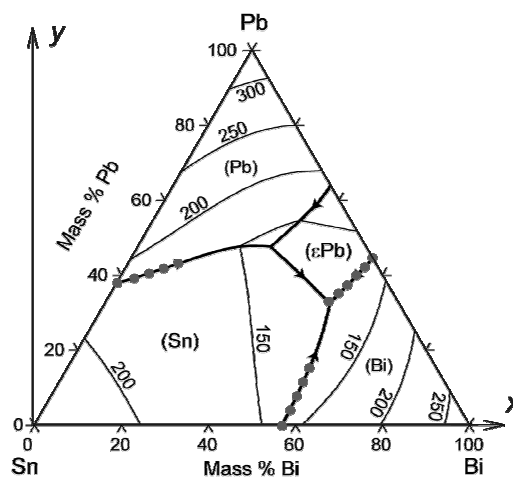


Рис. 7. Сопоставление рассчитанных координат (изображены точками на диаграмме состояния) с линиями ликвидуса и эвтектической концентрацией для диаграммы состояния $Sn-Pb-Bi$

Решая систему уравнения (6) либо методом подбора x и y , либо используя программу ЭВМ [16] и базу данных [17], определяем координаты эвтектической концентрации. Для получения координат линий ликвидуса диаграммы состояния $Sn-Pb-Bi$ на изотермическом разрезе, вместо истинных значений E_s вводили значения меньше на 0,05 единиц. Расчетные данные совпали с линиями ликвидуса и эвтектической концентрацией тройной диаграммы состояния (рис. 7).

Таблица 2

Сравнительные данные точности расчетов эвтектических концентраций различными методами

Система	Сэвт, ат% (эксп)	Сэвт, ат% (расч). По методу автора	Абсолютная погрешность расчета, ΔС. Метод автора	Сэвт, ат% (расч). По методу М. Г. Круковича	Абсолютная погрешность расчета, ΔС. По методу М. Г. Круковича	Сэвт, ат% (расч). По методу М.В. Воздвиженского	Абсолютная погрешность расчета, ΔС. М. В. Воздвиженского	Сэвт, ат% (расч). По методу Б. Б. Гуляева	Абсолютная погрешность расчета, ΔС. По методу Б. Б. Гуляева
Al-Si	12,2	12,21	-0,01388	9,0217	3,178	9,916	2,283	12,576	-0,3758
Si-Sn	0,312	0,311	0,000403	0,0844	0,227	0,085	0,227	0,4312	-0,1192
Al-Sn	2,2	2,202	-0,00279	0,8270	1,372	0,834	1,366	1,5524	0,6476
Sn-Pb	62,7	62,78	-0,08521	66,5169	-3,816	50,34	12,36	58,215	4,4853
Bi-Sn	43	43,08	-0,08936	41,226	1,773	29,86	13,143	40,06	2,9396
Bi-Pb	56	55,91	0,089835	58,032	-2,032	72,32	-16,316	53,949	2,0507
Al-Ge	71,6	71,64	-0,04937	68,350	3,249	53,69	17,9052	63,636	7,9636
Al-Zn	11,3	12,79	-1,49568	11,908	-0,608	13,52	-2,2179	8,9566	2,3434
Ge-Zn	5,5	4,810	0,689933	4,4752	1,0247	4,685	0,8150	6,0787	-0,5787

ВЫВОДЫ

В рамках данной работы решен ряд важнейших задач, которые содержат новые научно обоснованные теоретические и экспериментальные результаты, совокупность которых является достижением в моделировании диаграмм состояния эвтектического типа.

1. Разработаны новые математические модели расчетов эвтектических концентраций бинарных и многокомпонентных диаграмм состояния металлических систем.

2. На базе предложенной модели для определения эвтектических концентраций бинарных диаграмм получены данные об эвтектических составляющих элементов. Определены и рассчитаны эвтектические составляющие как постоянные величины элементов.

3. Разработаны способы, алгоритмы и реализующие их компьютерные программы, позволяющие проводить численные расчеты эвтектических концентраций бинарных и тройных диаграмм состояния на базе предложенных моделей.

4. Проведен сравнительный анализ результатов с экспериментальными данными эвтектических концентраций бинарных и многокомпонентных диаграмм. Результаты показали, что моделирование эвтектических концентраций бинарных систем не отличаются от данных, представленных в литературных источниках, по точности расчета превосходят имеющиеся аналоги других авторов в несколько раз. Проверка многокомпонентных систем показала высокую эффективность модели, что подтверждается экспериментально.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Воздвиженский В. М.** Прогноз двойных диаграмм состояния по статистическим критериям. М.: Металлургия, 1975. 223 с.
2. Разработка методики расчета эвтектических концентраций и температур диаграмм состояния / А. А. Ганеев [и др.] // Вестник УГАТУ. 2008. Т. 11, № 2(29). С. 116–122.
3. **Крукович М. Г.** Расчет эвтектических концентраций и температуры в двух- и многокомпонентных системах // Материаловедение и термическая обработка металлов. 2005. № 10. С. 9–17.
4. **Ганеев А. А., Халиков А. Р.** Определение элементов, образующих многокомпонентные эвтектические сплавы // Науч. тр. Междунар. молодежн. науч. конф. М.: МАТИ, 2008. Т. 1. С. 210–212.
5. **Халиков А. Р., Ганеев А. А.** Метод расчета эвтектических концентраций бинарных систем // Ползуновский альманах. Барнаул: Алт. гос. техн. ун-т. 2008. № 3. С. 47–48.
6. **Ганеев А. А., Халиков А. Р.** Разработка методики расчета эвтектических концентраций двух- и

многокомпонентных систем // Конструкции из композиционных материалов. 2009. С. 53–60.

7. **Халиков А. Р.** Определение эвтектических концентраций бинарных и многокомпонентных систем // Сб. ст. IV Всерос. зимн. шк.-семинара аспирантов и молодых ученых. Уфа: Диалог, 2009. С. 390–393.

8. Автоматизированная система расчета эвтектических концентраций и температур диаграмм состояния / А. А. Ганеев [и др.] // Актуальные проблемы в науке и технике: Сб. ст. III Всерос. зимн. шк.-семинара аспирантов и молодых ученых. Уфа: Диалог, 2008. С. 18–24.

9. **Павлов П. В.** Физика твердого тела: Учеб. для вузов. М.: Высш. школа, 2000. 494 с.

10. Диаграммы состояния двойных металлических систем: справочник в 3 т. / под ред. Н. П. Лякишева. М.: Машиностроение, Т. 1. 1996. 992 с.

11. **Говорков В. А.** Теория электромагнитного поля в упражнениях и задачах. М.: Высш. школа, 1970. 302 с.

12. **Самарский А. А., Михайлов А. П.** Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 320 с.

13. Свид-во об официальной регистрации программ для ЭВМ №2008613834 «Программа генерирования элементов эвтектических сплавов» / Халиков А. Р., Ганеев А. А., Мавродиев К. В., Сягаев А. А. М.: РосПатент, 11.08.2008.

14. Свид-во об официальной регистрации программ для ЭВМ № 2008613833 «Расчет эвтектических концентраций и температур» / А. Р. Халиков [и др.]. М.: РосПатент, 11.08.2008.

15. Свид-во об официальной регистрации базы данных № 2008620302 «База данных по эвтектическим сплавам двухкомпонентных систем» / А. Р. Халиков [и др.]. М.: РосПатент, 11.08.2008.

16. **Халиков А. Р.** Свид-во об официальной регистрации программ для ЭВМ № 2008615428 «Расчет эвтектических концентраций бинарных систем». М.: РосПатент, 14.11.2008.

17. **Халиков А. Р.** Свид-во об официальной регистрации программ для ЭВМ №2009616486 «Моделирование эвтектических концентраций многокомпонентных систем». М.: РосПатент, 23.11.2009.

18. **Халиков А. Р.** Свид-во об официальной регистрации базы данных № 2009620550 «Эвтектические составляющие». М.: РосПатент, 23.11.2009.



ОБ АВТОРЕ

Халиков Альберт Рашитович, асс. каф. теор. основ электротехники. Дипл. магистр техники и технологии (УГАТУ, 2005). Готовит дис. по моделированию эвтектических концентраций бинарных и тройных диаграмм состояния.