

УДК 681.5

Ю. С. КАБАЛЬНОВ, И. В. КУЗНЕЦОВ, Е. А. СМИРНОВА

АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ СИСТЕМ КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Предложена векторно-матричная модель линейных систем координированного управления. Получены выражения для расчета установившихся эквивалентных ошибок управления и установившихся значений ошибок координации, формула, выражающая зависимость и установившихся значений ошибок координации от установившихся эквивалентных ошибок управления. *Координация; управление сложными объектами; анализ статической точности*

Системы координированного управления позволяют обеспечивать функциональные соотношения между выходными координатами локальных подсистем. Это позволяет поддерживать оптимальное функционирование подсистем в смысле заданных показателей эффективности, например, на динамических режимах работы, вызванных действием достаточно больших по величине неконтролируемых возмущений, когда возможность их учета на уровне локальных подсистем оказывается исчерпанной и т. д. Примерами координированного управления могут служить: система управления многодвигательными установками летательных аппаратов, концентрация веществ в химическом производстве.

При проектировании и исследовании систем координированного управления встает вопрос исследования точности обработки задающих воздействий в установившихся режимах работы, поскольку координация может быть достигнута, но с некоторой степенью точности. Важно оценить значение ошибок управления и ошибок координации в установившемся режиме; важно знать, как эти ошибки влияют друг на друга, как, уменьшая значение одной из них, поддержать требуемое качество другой.

1. ВЕКТОРНО-МАТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Пусть имеются n устойчивых однопольных локальных систем, каждая из которых представляет последовательное соединение регулятора, объекта управления при действии возмущающего воздействия, которые охвачены отрицательной обратной связью. Локальные сис-

темы образуют некоторую технологическую систему, которая поддерживает следующие линейные зависимости между выходными координатами:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + \dots + b_{1,n-1}y_{n-1} + b_{1n}y_n, \\ y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \dots + b_{2,n-1}y_{n-1} + b_{2n}y_n, \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + b_{n3}y_3 + \dots + b_{n,n-1}y_{n-1}. \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрим наиболее простой случай координации двух устойчивых однопольных подсистем, которая поддерживает следующие линейные зависимости между выходными координатами:

$$\begin{cases} y_1(t) = b_1 y_2(t), \\ y_2(t) = 1/b_1 y_1(t). \end{cases} \quad (2)$$

Структурная схема системы координации (2) представлена на рис. 1.

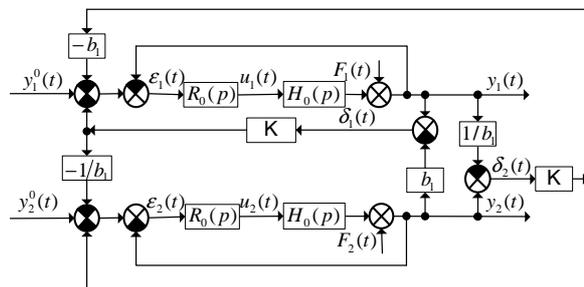


Рис. 1. Структурная схема рассматриваемой 2-канальной СКУ

Здесь $p = d/dt$ – оператор дифференцирования, $y_1^0(t)$, $y_2^0(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$, $\delta_1(t)$, $\delta_2(t)$, $F_1(t)$, $F_2(t)$, $\varepsilon_1(s)$, $\varepsilon_2(s)$, $u_1(s)$, $u_2(s)$ – соответственно задающих воздействий, выходные координаты, ошибки координации, возмущающие воздействия, $R_0(p)$ – передаточная функция регулятора,

$H_0(p)$ – передаточная функция, описывающая объект управления ($H_0(p)$, полагается устойчивой и минимально-фазовой), K – коэффициент усиления контура координации. При введении контура координирующего управления в обратной связи введены коэффициенты $-b_1$ и $-1/b_1$ соответственно при $K\delta_2(s)$, входящей в первую подсистему, и при $K\delta_1(s)$, входящей во вторую подсистему. Это обусловлено необходимостью сохранения однотипности отдельных каналов. Эти коэффициенты определяются как единица, разделенная на коэффициент при выходной координате соответствующего канала в записи ошибки координации $\delta_i(t)$. $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ – эквивалентные ошибки управления, включающие в свой состав собственные ошибки управления и ошибки координации, т. е.

$$\bar{\varepsilon}(t) = \bar{y}_0(t) - \bar{y}(t) - \theta \bar{y}(t) = \bar{y}_0(t) - (I + \theta) \bar{y}(t).$$

В матричном виде структурная схема СКУ (рис. 1) представлена на рис. 2.

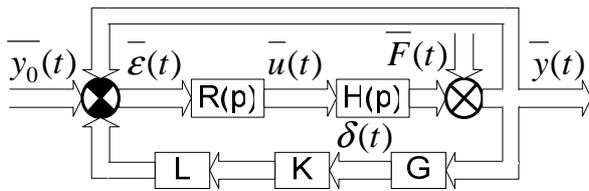


Рис. 2. Векторно-матричная структурная схема рассматриваемой СКУ

Здесь $\bar{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$ и $\bar{y}_0(t) = \begin{bmatrix} y_1^0(t) \\ y_2^0(t) \end{bmatrix}$ – векторы управляемых координат и задающих воздействий; $R(p) = \begin{bmatrix} R_0(p) & 0 \\ 0 & R_0(p) \end{bmatrix}$, $H(p) = \begin{bmatrix} H_0(p) & 0 \\ 0 & H_0(p) \end{bmatrix}$ – передаточные матричные функции соответственно регулятора и объекта управления, $\bar{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \end{bmatrix}$ – вектор эквивалентных ошибок управления; вектор ошибок координации:

$$\delta(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) - b_1 y_2(t) \\ y_2(t) - 1/b_1 y_1(t) \end{bmatrix},$$

преобразующие матрицы:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & -b_1 \\ -1/b_1 & 1 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & -b_1 \\ -1/b_1 & 1 \end{bmatrix}.$$

В случае координации n устойчивых подсистем, которая обеспечивает поддержание зависимостей между выходными координатами

вида (1), структурную схему также можно представить в виде матричной структурной схемы, изображенной на рис. 2, где векторы управляемых координат, задающих воздействий и эквивалентных ошибок управления имеют вид соответственно:

$$\bar{y}(t) = [y_i(t)]_{n \times 1}, \bar{y}^0(t) = [y_i^0(t)]_{n \times 1}, \bar{\varepsilon}(t) = [\varepsilon_i(t)]_{n \times 1},$$

$$R(p) = \text{diag}\{R_0(p)\}_{n \times n}, H(p) = \text{diag}\{H_0(p)\}_{n \times n}$$

– передаточные матричные функции соответственно регулятора и объекта управления, вектор ошибок координации:

$$\bar{\delta}(t) = \begin{cases} y_1 - b_{12}y_2 - b_{13}y_3 - \dots - b_{1,n-1}y_{n-1} - b_{1n}y_n, \\ -b_{21}y_1 + y_2 - b_{23}y_3 - \dots - b_{2,n-1}y_{n-1} - b_{2n}y_n, \\ \dots \\ -b_{n1}y_1 - b_{n2}y_2 - b_{n3}y_3 - \dots - b_{n,n-1}y_{n-1} + y_n; \end{cases}$$

L и G – преобразующие матрицы размерности $n \times n$; G составляется по правилу: g_{ij} – коэффициент перед y_j соответствующего значения ошибки координации $\delta_i(t)$:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} & -b_{13} & \dots & -b_{1,n-1} & -b_{1n} \\ -b_{21} & 1 & -b_{23} & \dots & -b_{2,n-1} & -b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -b_{n1} & -b_{n2} & -b_{n3} & \dots & -b_{n,n-1} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

L составляется по правилу:

$$l_{ij} = \begin{cases} 1/g_{ji}, & \text{если } g_{ji} \neq 0, \\ 0, & \text{если } g_{ji} = 0; \end{cases}$$

т. е.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1/b_{21} & \dots & -1/b_{n1} \\ -1/b_{12} & 1 & \dots & -1/b_{n2} \\ -1/b_{13} & -1/b_{23} & \dots & -1/b_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1/b_{1,n-1} & -1/b_{2,n-1} & \dots & -1/b_{n,n-1} \\ -1/b_{1n} & -1/b_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Введем в рассмотрение матрицу θ , определяемую формулой:

$$\theta = LKG. \quad (5)$$

Таким образом, структурная схема СКУ (рис. 2) примет вид (рис. 3).

В структурной схеме, представленной на рис. 3, объединим две обратные связи в одну (рис. 4, 5).

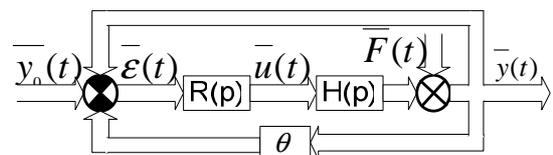


Рис. 3. Векторно-матричная структурная схема рассматриваемой n -канальной СКУ, после введенного обозначения θ

После проведенных тождественных преобразований структурная схема рассматриваемой СКУ (1) представлена на рис. 5.

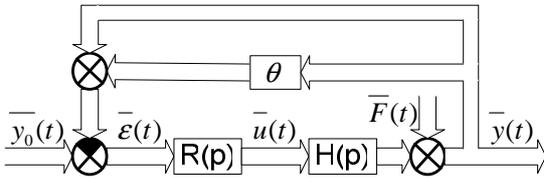


Рис. 4. Векторно-матричная структурная схема рассматриваемой n -канальной СКУ

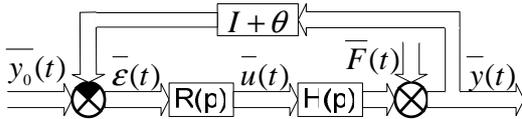


Рис. 5. Векторно-матричная схема рассматриваемой n -канальной СКУ

Требуется определить выражение для определения установившихся значений эквивалентных ошибок управления и выражение зависимости установившихся ошибок координации от установившихся эквивалентных ошибок управления. Данные выражения позволят оценить влияние на статическую точность СКУ как имеющихся связей между ее каналами, так и вида задающих воздействий по различным каналам; оценить, как, изменяя значение одной из ошибок, поддержать требуемое качество другой.

2. АССИМТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ОШИБОК УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим устойчивую линейную замкнутую СКУ, изображенную на рис. 5. Она описывается следующим векторно-матричным уравнением:

$$[d(p)I]\bar{y}(t) = A(p)\bar{y}^0(t), \quad (6)$$

где $d(p) = d_0 + d_1p + \dots + d_m p^m$ – характеристический полином СКУ; I – единичная матрица размерности $n \times n$; $A(p) = \|A_{ij}\|_{n \times n}$ – полиномиальная матрица.

Из рис. 5

$$\bar{y}(t) = [I + \theta]^{-1}[\bar{y}^0(t) - \bar{\varepsilon}(t)]. \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), получим векторно-матричное уравнение СКУ относительно вектора эквивалентных ошибок управления $\bar{\varepsilon}(p)$:

$$[d(p)I]\bar{\varepsilon}(t) = [d(p)I - [I + \theta]A(p)]\bar{y}^0(t). \quad (8)$$

Из (8) получим:

$$\bar{\varepsilon}(t) = \Phi_\varepsilon \bar{y}^0(t), \quad (9)$$

где $\Phi_\varepsilon = I - \frac{1}{d(p)}[I + \theta]A(p)$ – матричный оператор системы по эквивалентной ошибке управления.

Следуя рассуждениям, рассмотренным в [1] для многосвязных систем автоматического управления общего вида, аналогично представим вектор установившихся эквивалентных ошибок управления СКУ в виде:

$$\bar{\varepsilon}_{уст}(t) = [C_0 + pC_1 + \dots + p^q C_q + \dots]\bar{y}^0(t), \quad (10)$$

где $C_0, C_1, \dots, C_q, C_0, C_1, \dots, C_q, \dots$ – матрицы коэффициентов эквивалентных ошибок управления размерности $n \times n$. Для вычисления $C_0, C_1, \dots, C_q, \dots$ будем рассматривать вектор $\bar{\varepsilon}_{уст}(t)$ как частное решение дифференциального уравнения (8) при $t \rightarrow \infty$.

Представим

$$A(p) = A_0 + pA_1 + \dots + p^m A_m, \quad (11)$$

где A_0, A_1, \dots, A_m – матрицы постоянных коэффициентов.

Учитывая (10) и (11), уравнение (8) примет вид:

$$[d(p)I][C_0 + pC_1 + \dots + p^q C_q + \dots]\bar{y}^0(t) = [d(p)I - [I + \theta][A_0 + pA_1 + \dots + p^m A_m]]\bar{y}^0(t)$$

или

$$\begin{aligned} & [d_0 + d_1p + \dots + d_m p^m] \times \\ & \times [C_0 + pC_1 + \dots + p^q C_q + \dots] = \\ & = [d_0I + d_1pI + \dots + d_m p^m I] - [I + \theta]A_0 - \\ & - [I + \theta]pA_1 - \dots - [I + \theta]p^m A_m. \end{aligned} \quad (12)$$

Положим для определенности, что максимальный порядок отличной от нуля производной по времени $\bar{y}^0(t)$ равен μ (в частности, это справедливо для случая, когда элементы $y_i^0(t)$ – полиномиальные функции времени), т. е.

$$y_i^0(t) = y_{i0}^0 + y_{i1}^0 t^2 + \dots + y_{i\mu}^0 t^\mu. \quad (13)$$

Приравнивая матрицы при одинаковых степенях p в левой и правой частях уравнения (12), и с учетом $m - \mu < 0$ (при $m - \mu = \kappa \geq 0$ в системе следует оставить $m - r + 1$ первых неравенств), получаем следующие формулы для определения матрицы коэффициентов эквивалентных ошибок управления:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = I - \frac{1}{d_0}[I + \theta]A_0, \\ C_1 = \frac{1}{d_0}[d_1 I - [I + \theta]A_1] - \frac{d_1}{d_0}C_0, \\ \dots \\ C_m = \frac{1}{d_0}[d_m I - [I + \theta]A_m] - \\ - \frac{d_1}{d_0}C_{m-1} - \dots - \frac{d_m}{d_0}C_0, \\ C_{m+1} = -\frac{d_1}{d_0}C_m - \dots - \frac{d_m}{d_0}C_1, \\ \dots \\ C_\mu = -\frac{d_1}{d_0}C_{\mu-1} - \dots - \frac{d_m}{d_0}C_{\mu-m}. \end{array} \right. \quad (14)$$

Из выражения (10) следует, что C_q характеризует величину составляющей $\bar{\varepsilon}_{q \text{ уст}}(t)$ вектора установившихся эквивалентных ошибок управления $\bar{\varepsilon}_{\text{уст}}(t)$, пропорциональной q -й производной задающего воздействия $y^0(t)$. Элемент $c_{q,ij}$ матрицы C_q характеризует составляющую установившейся эквивалентной ошибки управления $\varepsilon_{i \text{ уст}}$ i -го канала СКУ, пропорциональную j -й производной задающего воздействия $y_j^0(t)$ j -го канала.

Тогда, учитывая (10) и (13), составляющая $\varepsilon_{ij}(t)$ установившейся эквивалентной ошибки управления i -го канала, вызванная задающим воздействием $y_j^0(t)$ j -го канала, определяется как:

$$\varepsilon_{ij \text{ уст}}(t) = c_{0,ij}y_j^0(t) + c_{1,ij}y_j^{0(1)}(t) + \dots + c_{\mu,ij}y_j^{0(\mu)}(t). \quad (15)$$

Элементы $\varepsilon_{ij \text{ уст}}(t)$ образуют матрицу установившихся эквивалентных ошибок управления $E_{\text{уст}}(t) = \|\varepsilon_{ij \text{ уст}}(t)\|_{n \times n}$, являющейся достаточно информативной характеристикой установившихся режимов работы СКУ. Полная установившаяся эквивалентная ошибка $\varepsilon_{i \text{ уст}}(t)$ i -го канала равна сумме элементов i -й строки $E_{\text{уст}}(t)$:

$$\varepsilon_{i \text{ уст}}(t) = \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij \text{ уст}}(t). \quad (16)$$

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ЭКВИВАЛЕНТНЫМИ ОШИБКАМИ УПРАВЛЕНИЯ И ОШИБКАМИ КООРДИНАЦИИ

Найдем теперь выражение зависимости установившихся ошибок координации от установившихся эквивалентных ошибок управления, т. е. зависимость $\bar{\delta}_{\text{уст}}(t)$ от $\bar{\varepsilon}_{\text{уст}}(t)$. Из рис. 2:

$$\bar{\delta}_{\text{уст}}(t) = G\bar{y}_{\text{уст}}(t). \quad (17)$$

Из рис. 5

$$\bar{y}_{\text{уст}}(t) = (I + \theta)^{-1}[y_{\text{уст}}^0(t) - \bar{\varepsilon}_{\text{уст}}(t)]. \quad (18)$$

Подставив (18) в (17), получаем формулу, выражающую зависимость установившихся ошибок координации от установившихся эквивалентных ошибок управления и задающего воздействия:

$$\bar{\delta}_{\text{уст}}(t) = G(I + \theta)^{-1}[y_{\text{уст}}^0(t) - \bar{\varepsilon}_{\text{уст}}(t)]. \quad (19)$$

Тогда, учитывая (19), составляющая $\delta_{ij}(t)$ установившейся ошибки координации i -го канала, вызванная задающим воздействием $y_j^0(t)$ j -го канала, определяется как:

$$\delta_{ij \text{ уст}}(t) = \frac{g_{ij}[y_i^0(t) - \varepsilon_{ij \text{ уст}}(t)]}{(I_{ij} + \theta_{ij})}, \quad (20)$$

где $\varepsilon_{ij \text{ уст}}(t)$ определяется формулой (15).

Элементы $\delta_{ij \text{ уст}}(t)$ образуют матрицу установившихся ошибок координации $\Delta_{\text{уст}}(t) = \|\delta_{ij}(t)\|_{n \times n}$, являющейся достаточно информативной характеристикой установившихся режимов работы СКУ. Полная установившаяся ошибка $\delta_{i \text{ уст}}(t)$ i -го канала равна сумме элементов i -й строки $\Delta_{\text{уст}}(t)$:

$$\delta_{i \text{ уст}}(t) = \sum_{j=1}^n \delta_{ij \text{ уст}}(t). \quad (21)$$

Формулы (10), (14–16) и (19–21) позволяют достаточно просто оценивать влияние на статическую точность канала СКУ как задающего воздействия данного канала, так и задающих воздействий других каналов (вследствие существующих между ними связей, определяемых коэффициентами $c_{0,ij}, c_{1,ij}, \dots, c_{\mu,ij}, i \neq j$).

4. ПРИМЕР

Пусть дана двухмерная ($n = 2$) устойчивая линейная однопольная СКУ, поддерживающая следующие зависимости между переменными регулирования:

$$\begin{cases} y_1(t) = 2y_2(t), \\ y_2(t) = 1/2y_2(t), \end{cases}$$

структурная схема которой изображена на рис. 2, где передаточная функция регулятора

$R_0(p) = \frac{1}{p}$, передаточная функция объекта

управления $H_0(p) = \frac{3}{p^2 + 10p + 31}$, коэффициент усиления контура координации $K = \text{const}$.

Для вычислений (перемножения матриц, упрощения выражений и т. д.) удобно использовать математические пакеты, например, MathCad.

$$\text{По (3) } G = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ по (4) } L = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\text{по (5) } \theta = \begin{bmatrix} 2K & -4K \\ -K & 2K \end{bmatrix}.$$

Передаточная матричная функция данной СКУ вычисляется по формуле:

$$\Phi(p) = [I + H(p)R(p)[I + \theta]]^{-1} H(p)R(p),$$

откуда находим, что характеристический полином СКУ равен:

$$d(p) = p^6 + 20p^5 + 162p^4 + (12K + 626)p^3 + (120K + 1021)p^2 + (372K + 186)p + (9 + 36K),$$

полиномиальная матрица:

$$A = \begin{bmatrix} 3p^3 + 30p^2 + 93p + 9 + 18K & 36K \\ 9K & 3p^3 + 30p^2 + 93p + 9 + 18K \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим случай, когда задающие воздействия:

$$\begin{cases} y_1^0(t) = y_{1,0}^0 \cdot \mathbb{1}[t], \\ y_2^0(t) = y_{2,0}^0 \cdot \mathbb{1}[t]. \end{cases}$$

В рассматриваемом случае максимальный порядок отличной от нуля производной по времени $\bar{y}^0(t)$ равен $\mu = 0$. В рассматриваемом случае статическая точность системы определяется согласно формулам (14) только матрицей C_0 :

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Поскольку $c_{0,ij} = 0$, это свидетельствует об отсутствии взаимного влияния каналов на их статическую точность. Теперь рассмотрим случай, когда задающие воздействия:

$$\begin{cases} y_1^0(t) = (y_{1,0}^0 + y_{1,1}^0 \cdot t) \cdot \mathbb{1}[t], \\ y_2^0(t) = (y_{2,0}^0 + y_{2,1}^0 \cdot t) \cdot \mathbb{1}[t]. \end{cases} \quad (23)$$

В этом случае максимальный порядок отличной от нуля производной по времени $\bar{y}^0(t)$ равен $\mu = 1$, тогда по (14) получаем следующие матрицы коэффициентов эквивалентных ошибок управления:

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} \frac{31(1+2K)}{3(1+4K)} & \frac{124K}{3(1+4K)} \\ \frac{31K}{3(1+4K)} & \frac{31(1+2K)}{3(1+4K)} \end{bmatrix}.$$

Выберем коэффициент усиления контура координации $K = 1$. В этом случае:

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 6,2 & 8,2(6) \\ 2,0(6) & 6,2 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Из (15) и (24) следует, что величина установившейся эквивалентной ошибки управления в первом и втором каналах системы при задающих воздействиях (23) вычисляется по формуле:

$$\begin{cases} \varepsilon_{1 \text{ уст}}(t) = 6,2y_{1,1}^0 + 8,2(6)y_{2,1}^0, \\ \varepsilon_{2 \text{ уст}}(t) = 2,0(6)y_{1,1}^0 + 6,2y_{2,1}^0. \end{cases} \quad (25)$$

По (19–21) можно найти значение установившейся ошибки координации, которая зависит от установившейся эквивалентной ошибки управления и задающего воздействия.

$$\begin{cases} \delta_{1 \text{ уст}}(t) = \frac{1}{4K+1} [y_1^0(t) - \varepsilon_{1 \text{ уст}}(t)] - \\ - \frac{2}{4K+1} [y_2^0(t) - \varepsilon_{2 \text{ уст}}(t)], \\ \delta_{2 \text{ уст}}(t) = -\frac{1}{8K+2} [y_1^0(t) - \varepsilon_{1 \text{ уст}}(t)] + \\ + \frac{1}{4K+1} [y_2^0(t) - \varepsilon_{2 \text{ уст}}(t)]. \end{cases}$$

В подтверждении достоверности полученных выше соотношений смоделируем рассматриваемую систему (например, в математическом пакете имитационного моделирования MatLab). Сравним полученные по вышеуказанным формулам установившиеся значения ошибок со значениями этих же ошибок полученных при моделировании. В качестве задающего воздействия возьмем:

$$\begin{cases} y_1^0(t) = (1 + 1 \cdot t) \cdot \mathbb{1}[t], \\ y_2^0(t) = (0,5 + 0,5 \cdot t) \cdot \mathbb{1}[t]. \end{cases}$$

Будем считать $t = 100$ с – временем установившегося режима. По (25)

$$\begin{cases} \varepsilon_{1 \text{ уст}}(t) = 6,2 \cdot 1 + 8,2(6) \cdot 0,5 = 10, (3), \\ \varepsilon_{2 \text{ уст}}(t) = 2,0(6) \cdot 1 + 6,2 \cdot 0,5 = 5,1(6), \end{cases}$$

по (19–21):

$$\begin{cases} \delta_{1 \text{ уст}}(t) = [0,2 \quad -0,4] \begin{bmatrix} 101 - 10, (3) \\ 50,5 - 5,1(6) \end{bmatrix} = 1,989 \cdot 10^{-13}, \\ \delta_{2 \text{ уст}}(t) = [-0,11 \quad 0,2] \begin{bmatrix} 101 - 10, (3) \\ 50,5 - 5,1(6) \end{bmatrix} = -9,947 \cdot 10^{-14}. \end{cases}$$

Рассмотрим теперь данные, полученные при моделировании. В MatLab была построена модель рассматриваемого примера (рис. 6). При моделировании единичные ступенчатые возмущения прикладывались к первой подсистеме в момент времени $t = 6$ с, ко второй – $t = 3$ с.

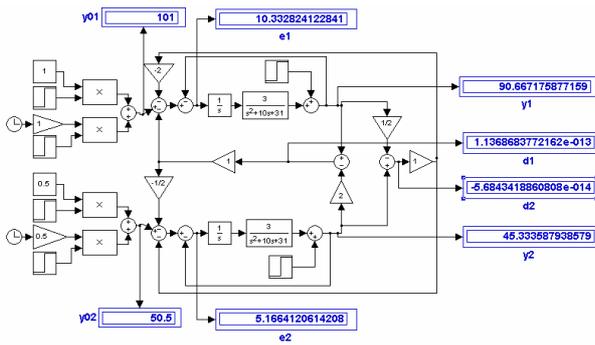


Рис. 6. Модель СКУ с установившимися значениями (при $t = 100$ с)

Значения ошибок, полученные при моделировании (рис. 6):

$$\begin{cases} \varepsilon_{1 \text{ уст}}(t) = 10,3328241228 \text{ 41,} \\ \varepsilon_{2 \text{ уст}}(t) = 5,1664120614 \text{ 208;} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_{1 \text{ уст}}(t) = 1,1368683772 \text{ 162} \cdot 10^{-13}; \\ \delta_{2 \text{ уст}}(t) = -5,6843418860 \text{ 808} \cdot 10^{-14}. \end{cases}$$

Как видим, отличия значений установившихся ошибок, посчитанных по формулам и полученных при моделировании имеют низкий порядок (ими можно пренебречь), это обусловлено тем, что при вычислении коэффициенты матрицы C_1 были округлены.

ВЫВОДЫ

1. Предложена удобная для исследования векторно-матричная модель линейных систем координированного управления.

2. Получены выражения для расчета установившихся эквивалентных ошибок СКУ и установившихся ошибок координации. Получена формула, выражающая зависимость установившихся ошибок координации от установившихся эквивалентных ошибок управления. Данные формулы позволяют оценить влияние на статическую точность СКУ как имеющихся связей между ее каналами, так и вида задающих воздействий по различным каналам; оценить как, изменяя значение одной из ошибок, поддержать требуемое качество другой.

3. Приведены примеры, иллюстрирующие применение вышеуказанных формул для определения значений установившихся эквивалентных ошибок управления и ошибок координации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранчук Е. И. Взаимосвязные и многоконтурные регулируемые системы. Л.: Энергия, 1973. 267 с.
2. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. 768 с.
3. Кабальнов Ю. С., Кузнецов И. В. Анализ статической точности линейных многосвязных систем автоматического управления // Приборостроение. 1995. Т. 38, № 11–12. С. 23–25.
4. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.: Госэнергоиздат, 1962. 600 с.
5. Насибуллин Ф. Г. Координированное управление сложным технологическим процессом (на примере нефтеобрабатывающего производства): Дис... канд. техн. наук. Уфа, 2000.

ОБ АВТОРАХ



Кабальнов Юрий Степанович, проф., зав. каф. информ. Дипл. инж. электронной техники (УАИ, 1971). Д-р техн. наук по управлению в технических системах (УГАТУ, 1993). Иссл. в обл. адаптивного и интеллектуального управления сложными объектами



Кузнецов Игорь Васильевич, доц. каф. телекоммуникац. систем. Дипл. инж. по инф.-измерит. системам. Канд. техн. наук по системам обработки информ. и управления (УГАТУ, 1999). Иссл. в обл. теории передачи, обработки сигналов и управления.



Смирнова Елена Александровна, асс., асп. той же каф. Дипл. преп. по математике и информатике (БГПУ, 2005). Готовит дис. по координированному управлению сложными динамическими системами.