#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

УДК 004.89

# Г. Т. БУЛГАКОВА, А. В. БАЙЗИГИТОВА, А. Р.ШАРИФУЛЛИН

# МОДЕЛЬ МАТРИЧНОЙ КИСЛОТНОЙ ОБРАБОТКИ КАРБОНАТОВ: ВЛИЯНИЕ ОСАДКА НА ПРОЦЕСС РАСТВОРЕНИЯ

В работе представлены результаты экспериментов на кернах карбонатных пластов, которые доказали сильное влияние неоднородности карбонатного пласта на фильтрационные характеристики при их кислотной обработке. На основе экспериментов построена модель кислотного растворения карбонатной матрицы с учетом возможного осадконакопления. Математическая модель включает эмпирическое выражение для определения скорости изменения концентрации осажденных части, имеющих наноразмеры, и изменения проницаемости пористой среды, подвижную границу канала растворения, на которой происходит осаждение частиц. Адекватность модели реальному физическому процессу устанавливается сравнением расчетных значений градиента давления в фильтрационном потоке с данными лабораторных экспериментов на кернах. Карбонаты; кислотная обработка; каналы растворения; проницаемость; математическая модель

Кислоты широко используются для интенсификации нефтяных и газовых скважин в карбонатных коллекторах. Такую технологию стимуляции скважин следует рассматривать как сложный физико-химический процесс, при котором определяющую роль играют ионообменные процессы.

При кислотной обработке карбонатных пород кислота образует каналы с высокой удельной проводимостью, или червеобразные каналы, которые обходят разрушения в области ствола скважины и снижают скин-эффект. Создание червеобразных каналов и оптимизация длины этих структур являются основной целью при проектировании кислотной обработки. Правильное понимание параметров, которые влияют на рост червеобразных каналов, является очень важным. Образование червеобразных каналов под воздействием кислоты было предметом многих исследований и описывалось во многих работах [1-10]. Эти исследования выявили сложность процесса образования подобных структур. Несмотря на то, что все модели опираются на фундаментальные исследования химических и физических явлений, лежащих в основе процесса образования червеобразных каналов, до сих пор остаются неизвестные моменты.

Модели обычно успешно прогнозируют рост червеобразных каналов в хорошо определенных (идеализированных) условиях, в кото-

рых свойства кислоты и породы точно известны.

Однако в действительности условия являются более сложными, и рост каналов растворения зависит от многих параметров, которые не учитываются в существующих моделях:

Во всех моделях, описывающих кислотную обработку карбонатов, не рассматриваются вопросы осаждения продуктов реакции. Однако образование нерастворимых осадков (частиц каолинитов и кварца, имеющих наноразмеры) практически неизбежный процесс при кислотной обработке карбонатов. Для предсказания отклика породы на кислотную обработку необходимо прогнозировать изменение проницаемости, связанное с растворением кислотой части минералов породы и осаждением новых минералов. Изменение проницаемости в результате кислотной обработки – очень сложный процесс, так как на него оказывают влияние несколько различных, конкурирующих явлений в пористой среде. Проницаемость увеличивается с увеличением размеров пор и устьев пор за счет растворения минералов. В то же время с растворением цементирующего материала освобождаются твердые частицы различных размеров. Осаждение этих частиц в устьях пор приводит к серьезным изменениям проницаемости пористой среды. Поэтому на практике необходимо уметь предсказывать степень уменьшения проницаемости формации по мере течения взвеси через пористую среду.

В действительности, знание точной природы и структуры узора червоточин становится спорным пунктом. Нет необходимости знать,

Контактная информация: (347) 273-77-35

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-97031)

является ли узор червоточин «сильно разветвленным» или имеет простую доминирующую структуру. Достаточно просто знать, что проницаемость улучшилась, по меньшей мере, в 100 раз в результате проведения кислотной обработки. Наличие масштабов длины, отличающихся на порядки величин, от порового масштаба до масштаба месторождения, делает сложным точное описание всех явлений, возникающих в различных масштабах длины, одной непрерывной моделью. Необходимо изучение промежуточных моделей, соответствующих масштабности керна. Такой подход относится к классу усредненных моделей. В представленной работе мы рассматриваем проблему в масштабе керна, описывая макроскопические уравнения, которые можно использовать при моделировании процесса кислотной обработки скважин в масштабах месторождения.

Построенная математическая модель кислотной обработки карбонатов, основанная на законах физических и кислотно-карбонатных взаимодействий, результатах лабораторных исследований может быть использована при проектировании и оптимизации процедур кислотной обработки карбонатов в широком диапазоне характеристик коллектора и скважин.

На сегодняшний день около 68% геологических запасов нефти содержится в карбонатных коллекторах. Нефтяные месторождения, приуроченные к карбонатным коллекторам, широко распространены в России, на Ближнем и Среднем Востоке, в Северной и Южной Америке. В связи с этим разработка моделей кислотной обработки в карбонатах имеет большое значение. Общий вид химической реакции в карбонатах:

$$R + A = S + W + G,$$

где R – реагент (минерал: кальцит CaCO<sub>3</sub>, доломит CaMg(CO<sub>3</sub>)<sub>2</sub>), A – агент (кислота), S – соль, W – вода, G – газ. Для кислотной обработки обычно используется соляная кислота:

$$CaCO_3 + 2HCl = CaCl_2 + H_2O + CO_2,$$
  

$$CaMg(CO_3)_2 + 4HCl =$$
  

$$= CaCl_2 + MgCl_2 + 2H_2O + 2CO_2.$$

Одной из главных задач прогноза эффективности кислотной обработки является определение результирующей структуры растворения. Выделяются следующие пять основных типов [4]:

- 1) поверхностное растворение;
- 2) конические червоточины;
- 3) доминантные червоточины;
- 4) разветвленные червоточины;
- 5) равномерное растворение.

Примеры структур для линейного потока в керне представлены на рис. 1. Переход от структуры типа (1) к (5) связан с увеличением скорости нагнетания раствора кислоты. При низких скоростях агент поглощается на поверхности керна. При увеличении скорости агент проникает в матрицу, при этом часть кислоты поглощается стенками структуры, что ведет к ее расширению и образованию конической червоточины. При средних скоростях агент переносится к вершине структуры, что обеспечивает более глубокое проникновение канала растворения и образование доминантной червоточины.



Рис. 1. Структуры растворения для линейного потока

При высоких скоростях агент проникает в поры меньшего размера, приводя к образованию разветвленной червоточины. При очень высоких скоростях нагнетания или при низкой химической активности агент проникает в большую часть пор, происходит равномерное растворение матрицы. Оптимальной структурой растворения с наиболее глубоким проникновением проводящих каналов в пласт являются доминантные червоточины.

# 1. ЛАБОРАТОРНЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Для определения способности кислоты стимулировать конкретные типы пород были проведены лабораторные эксперименты с использованием карбонатных кернов одного из месторождений ОАО «Роснефть». Эксперименты проводились на установке, сконструированной на базе стандартной УИПК, моделирующей пластовые условия, поддерживая необходимое давление и температуру, а также контролируя расход закачиваемых композиций кислотного раствора, фильтрующихся через модель пласта.

Цель исследований фильтрационных характеристик на водонасыщенных и нефтенасыщенных кернах при воздействии на них 15% раствором соляной кислоты – определение проницаемости породы по модели пластовой воды и нефти до фильтрации кислотного раствора и после его действия. В первом опыте эксперимент проводился на водонасыщенном керне при воздействии на него 15% раствором соляной кислоты. Линейные характеристики и фильтрационно-емкостные свойства пористой среды представлены в табл. 1.

Используемая в опыте модель пластовой воды при пластовой температуре 46° С имела вязкость 0,768 мПа·с, а плотность 1,070 г/см<sup>3</sup>. На первом этапе фильтровали модель пластовой воды для определения проницаемости по воде. На втором этапе закачали 15% раствор соляной кислоты, в количестве 12 поровых объемов, которая имела вязкость при пластовой температуре 46°C 0,876 мПа·с, а плотность 1,073 г/см<sup>3</sup>. В момент закачки раствора проницаемость керна стала уменьшаться из-за осаждения твердых нерастворимых частиц на устье пор, в результате чего дальнейшее проникновение кислоты в керн прекратилось. После разборки модели пласта и осмотра керна версия осаждения твердых частиц на скелете породы подтвердилась. Высокая скорость химической реакции привела к неуправляемости процессом выщелачивания карбонатной породы.

Для управления процессом кислотной обработки необходимо уменьшать скорость химической реакции, вводя в раствор кислоты различные реагенты, замедляющие эту скорость. Поэтому во втором опыте в 15% раствор соляной кислоты вводили раствор полигликоля с ингибитором коррозии в соотношении 1:1. Линейные характеристики и фильтрационноемкостные свойства керна в опыте 2 представлены в табл. 1.

На начальном этапе в модель пористой закачивали 12,7 поровых объемов пластовой воды с расходом  $Q = 1,78 \text{ см}^3/\text{час}$  для определения начальной проницаемости по воде. Начальная проницаемость составила 0,00144мкм<sup>2</sup>. Модель пластовой воды при пластовой температуре имела те же характеристики, что и в опыте 1. Далее закачивали водный раствор соляной кислоты с соответствующими добавками, которая имела вязкость при пластовой температуре 9,7628 мПа·с, плотность 1,1116 г/см<sup>3</sup>.

На заключительном этапе проводили фильтрацию модели пластовой воды до стабилизации перепада давления. Динамика изменения проницаемости керна при воздействии раствора кислоты показана на рис. 2.

На втором этапе эксперимента при прокачке 24,795 поровых объемов кислоты проницаемость образца керна стала уменьшаться из-за осаждения на устье пор продуктов растворения минерала кислотой, но впоследствии произошел прорыв раствора. Градиент давления резко снизился в результате значительного увеличения проницаемости. Проницаемость керна после кислотной обработки увеличилась более, чем в 1000 раз и составила 1,532 мкм<sup>2</sup>. Эти данные подтверждают образование канала растворения с высокой проницаемостью. При закачке модели пластовой воды так же, как и при фильтрации раствора кислоты произошло резкое снижение градиента давления.

Таблица 1

№ опыта	Шифр	Длина,	Диаметр,	Проницаемость по	Пористость,	Объем пор,
	образца	СМ	СМ	воздуху, мкм <sup>2</sup>	%	CM <sup>3</sup>
1	5	3,65	2,85	0,0084	5,73	1,307

Характеристики и фильтрационно-емкостные свойства пористой среды (опыт 1)

Для определения градиента давления пришлось постоянно увеличивать скорость фильтрации до появления градиента. В третьем опыте проводилась кислотная обработка нефтенасыщенного керна. Линейные характеристики и фильтрационно-емкостные свойства пористой среды представлены в табл. 1.

В опыте использовалась рекомбинированная проба нефти, которая по своим физическим свойствам не отличалась от пластовой. Вязкость нефти при пластовой температуре составила 2,657 мПа·с, а плотность 0,8072 г/см<sup>3</sup>. Проницаемость по нефти составила 0,0048 мкм<sup>2</sup>, остаточная водонасыщенность – 20,43%. В нефтенасыщенный керн закачивали 15% раствор кислоты с добавками полигликоля и ингибитора коррозии в соотношении 1:1. Раствор имел вязкость при пластовой температуре 9,7628 мПа·с, плотность 1,1116 г/см<sup>3</sup>. После закачки 13,45 поровых объемов раствора произошел прорыв жидкости, но стабилизация перепада давления имела место после прокачки 16,29 поровых объемов жидкости. Увеличение градиента давления доказывает, что и в этом случае происходит осаждение твердых частиц на устье пор, приводящее к снижению проницаемости пористой среды.

В результате кислотного воздействия на нефтенасыщенный керн его проницаемость увеличилась почти в 3 раза и составила 0,0143 мкм<sup>2</sup>. Снижение эффективности кислотной обработки по сравнению с результатами на водонасыщенном керне заключается в том, что в нефтенасыщенном керне кислота нейтрализуется не полностью из-за экранизации поверхности пор от кислотного раствора поверхностноактивными составляющими нефти, к которым относятся асфальтены, смолы и нафтеновые кислоты. Следует указать на большое влияние физико-минералогического состава пород. Чем больше в карбонатном пласте песчаноалевролитовых фракций с повышенной пористостью, тем в большей степени снижается процент нейтрализации общего объема кислоты в пласте.

Лабораторные исследования по кислотному выщелачиванию карбонатов, проведенные на коротких кернах и описанные выше, позволили установить, что существует только одна доминирующая червоточина, которая распространяется линейно по длине керна. В связи с этим фильтрация в керне рассматривается в рамках одномерной линейной модели.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИСЛОТНОЙ ОБРАБОТКИ КАРБОНАТНЫХ КЕРНОВ

#### Уравнения процесса

В процессе фильтрации в водонасыщенной породе участвуют водная, состоящая из кислотной, солевой и собственно водной компонент, и газовая фазы. В отдельную фазу, не принимающую участия в фильтрации, выделяется реагентосодержащая порода, компонентами которой будут реагент и пустая порода. Газ полностью растворяется в воде и в виду его малой концентрации в модели не учитывается. Задача кислотной обработки рассматривается в рамках многокомпонентной изотермической фильтрации однофазной несжимаемой жидкости. Процесс выщелачивания в пористой среде описывается следующей системой уравнений сохранения масс компонент.

#### Водная фаза

Уравнение сохранения массы кислотной компоненты:

$$\frac{\partial}{\partial t} (m\rho_K C) + \operatorname{div}(\rho_K \vec{v} C) =$$

$$= -J_K + \operatorname{div}(\rho_K D m \operatorname{grad} C),$$
(1)

где  $J_K = \mu_k a_v R_A$  – масса кислоты, израсходованной в единицу времени в единице объема,

[кг/(м<sup>3</sup>·c)], 
$$R_A = E_f \left( \frac{C \rho_K}{\mu_K} \right)$$
 – скорость химиче-

ской реакции, [кмоль/( $m^2 \cdot c$ )]; константа скорости реакции  $E_f$  определяется соотношением Аррениуса

$$E_f = E_f^0 \exp(-\frac{\Delta E}{RT}),$$

где  $\Delta E$  – энергия активации, R – газовая постоянная, T – температура,  $\vec{v}$  – скорость фильтрации, m – пористость,  $\rho_k$  – истинная плотность флюида, C – массовая концентрация реагента, D – коэффициент молекулярной диффузии, t – время,  $a_v = S/V$  удельная поверхность реакции, S – площадь поверхности реакции, V – объем керна,  $\mu_k$  – молекулярный вес кислоты.

Уравнение сохранения массы объединенной солено-водной компоненты

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( m \rho_C (1 - C) \right) + \operatorname{div} \left( \rho_C \vec{v} (1 - C) \right) = J_C, \quad (2)$$

где  $J_c$  – масса соленой воды, возникшей в результате реакции в единицу времени в единице объема;  $\rho_c$  – плотность соленой воды.

#### Порода

Присутствие в карбонатах нерастворимых фракций влияет на процесс их кислотного выщелачивания. В результате химической реакции освобождающийся из породы нерастворимый осадок приводит к забиванию пор и снижению проницаемости породы. Анализ экспериментальных данных по выщелачиванию карбонатных кернов позволяет сделать вывод о том, что осаждение нерастворимых частиц происходит, главным образом, в конце канала растворения, на границе с пористой средой. Для образующегося осадка балансовое уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t} (m\rho_S U) + \operatorname{div}(\rho_S \, \vec{v} \, U) = J_S, \qquad (3)$$

где U – массовая концентрация нерастворимых частиц в потоке;  $\rho_S$  – истинная плотность нерастворимых осадков,  $J_S$  – масса взвешенных частиц (взвеси), образованных в единицу времени в единице объема, часть которых осаждается на стенках пор. Поэтому принимаем, что

 $J_{S} = \gamma J_{K} - \rho_{S} \frac{\partial \sigma}{\partial t}$ , где  $\gamma J_{K}$  – масса нераствори-

мого осадка, образованного в единицу времени в единице объема,  $\gamma$  – количество переходящей в жидкость массы взвесей при химической реакции на единицу массы кислоты;  $\sigma$  – массовая концентрация осажденных частиц. Для моделирования изменения проницаемости пористой среды рассматривается случай фильтрации сильноразбавленной взвеси. В этом случае скорость изменения концентрации осажденных частиц на фронте кислоты  $\frac{\partial \sigma}{\partial t}$  принимается в виде [11]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda v U. \tag{4}$$

Осаждение взвешенных частиц характеризуется коэффициентом фильтрования  $\lambda = \lambda$  (*x*, *t*), который в общем случае может быть функцией от различных параметров, зависящих от конкретных условий задачи. Для практических расчетов  $\lambda$  предполагается постоянным и определяется из аналитического решения уравнения конвективного переноса концентрации [11].

Положение фронта кислоты *x<sub>f</sub>* определяется по уравнению:

$$\frac{dx}{dt} = \beta_M \frac{\rho_K}{\rho_M} v_{\rm tip} C_{\rm tip} , \qquad (5)$$

где  $v_{\rm tip}$  и  $C_{\rm tip}$  – скорость потока и концентрация кислоты на конце червоточины.

Уравнение сохранения массы минерала:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( (1 - m) \mathbf{p}_M \right) = -J_M, \qquad (6)$$

где  $J_M = \beta_M J_K$  – масса минерала, растворенного в единицу времени в единице объема;  $\rho_M$  – истинная плотность породы,  $\beta_M$  – растворяющая способность кислоты.

Для скорости фильтрации раствора используется закон Дарси:

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu} \operatorname{grad} p$$
,

где µ – вязкость жидкости, *p* – давление.

В силу незначительных концентраций растворенных веществ, принимаем гипотезу о равновесности системы и приравниваем плотности солевого и кислотного растворов к плотности воды, т. е.  $\rho_K = \rho_C = \rho_e = \text{const}, \rho_M = \text{const}, \rho_S =$ = const. С учетом этих предположений уравнения (1) – (6) преобразуются к виду:

1) уравнение распределения концентрации кислоты

$$m\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{v}\operatorname{grad} C = -\frac{J_K}{\rho_K} + \operatorname{div}(Dm\operatorname{grad} C); \quad (7)$$

2) уравнение изменения пористости

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{J_M}{\rho_M};\tag{8}$$

3) уравнение распределения давления

$$\operatorname{div}\left(-\frac{K}{\mu}\operatorname{grad} p\right) = J_M \frac{\rho_M - \rho_K}{\rho_M \rho_K}; \qquad (9)$$

4) уравнение для концентрации взвеси

$$\frac{\partial}{\partial t}(mU) + \operatorname{div}(\vec{v}U) = \frac{\gamma J_K}{\rho_S} - \frac{\partial \sigma}{\partial t}.$$
 (10)

#### Соотношения «структура-свойства»

Растворение изменяет структуру поровой матрицы непрерывно. Для адекватного описания кислотной обработки необходимо использовать соответствующие корреляции для изменения проницаемости и удельной поверхности от пористости во время кислотной обработки. Так как на сегодняшний день универсальных корреляций для описания изменений в свойствах среды, вызванных изменениями в структуре, не существует, используются полуэмпирические соотношения, связывающие свойства со структурой среды.

Для вычисления проницаемости, следуя корреляциям Кольрауша и Козени-Кармана, и считая, что предельное значение проницаемости при воздействии частиц осадка близко к нулю, предлагается следующая эмпирическая зависимость:

$$K = K_0 \left(\frac{m}{m_0}\right)^n \exp\left(-\alpha\sigma^\beta\right), \qquad (11)$$

где n,  $\alpha$ ,  $\beta$  – константы, определяемые по экспериментальным данным,  $\sigma(x, t)$  – количество осадка, выпавшее в рассматриваемом сечении x за время t:

$$\sigma(x,t) = \begin{bmatrix} t & f \\ \int \lambda v U dt, & x \le x_f, \\ 0 & x > x_f. \end{bmatrix}$$
(12)

Формула (12) включает два конкурирующих процесса: увеличение проницаемости за счет растворения пористой среды и уменьшение проницаемости за счет осаждения твердых частиц взвеси на устье пор. Для описания изменения удельной поверхности реакции используется следующее соотношение

$$a_v = a_0 \frac{(1-m)}{(1-m_0)},\tag{13}$$

*a*<sub>0</sub> – начальная удельная поверхность.

#### Обезразмеривание системы уравнений

В вычислениях участвуют безразмерные переменные:

$$\overline{x} = \frac{x}{L}, \quad \overline{m} = \frac{m}{m_0}, \quad \overline{C} = \frac{C}{C_0},$$

$$\overline{U} = \frac{U}{C_0}, \quad \overline{p} = \frac{p}{p_0}, \quad \overline{v} = \frac{v}{v_0},$$

$$\overline{t} = \frac{v_0 t}{m_0 L}, t_0 = m_0 L / v_0, \quad \overline{K} = \frac{K}{K_0},$$

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{C_0}, \quad \overline{a} = \frac{a_v}{a_0}.$$
(14)

Введение безразмерных переменных позволяет масштабировать модель от размеров керна до размеров месторождения. Здесь L – длина керна,  $C_0$  – начальная массовая концентрация реагента,  $v_0$  – линейная скорость закачки реагента,  $p_0$ ,  $t_0$  – характерные значения давления и времени. Здесь под  $\bar{t}$  понимается безразмерное время, равное отношению объема закачанной жидкости к объему пор, т. е. число поровых объемов (п. о.). Ранее обсуждалось число Дамкеллера, характеризующее соотношение скоростей химической реакции и подвода реагента. В представленной системе уравнений получается аналогичный по смыслу критерий подобия:

 $Da = \frac{E_f a_0 L}{v_0}$ , а также безразмерный параметр –

число Пекле:  $Pe = \frac{v_0 L}{Dm_0}$ .

Система уравнений процесса выщелачивания с соответствующими начальными и граничными условиями в безразмерных переменных записывается в виде:

$$\frac{\partial \overline{m}}{\partial \overline{t}} = C_0 v_M \frac{\rho_K}{\rho_M} Da \frac{1 - m_0 \overline{m}}{1 - m_0} \overline{C},$$

$$\overline{m} \Big|_{\overline{t}=0} = 1;$$

$$\frac{\partial}{\partial \overline{t}} \left( \overline{K} \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{p}} \right) = -\frac{\mu v_0 L}{2} \gamma \quad \times$$
(15)

$$\frac{\overline{\partial \overline{x}}}{\left|\overline{\lambda x}\right|} \left[ \begin{array}{c} K & \overline{\overline{\partial x}} \\ \overline{\partial \overline{x}} \end{array} \right] = -\frac{1}{K_0 p_0} \chi_M \times \\ \times DaC_0 & \frac{\rho_M - \rho_K}{\rho_M} \frac{1 - \overline{m}m_0}{1 - m_0} \overline{C}, \qquad (16) \\ \frac{\overline{\partial \overline{p}}}{\overline{\partial \overline{x}}} \\ \left|_{\overline{x}=0} = -\frac{L\mu v_0}{p_0 K_0 \overline{K}}, \quad \overline{p} \right|_{\overline{x}=1} = \frac{p_{\text{Bbix}}}{p_0}; \qquad (16)$$

$$\begin{split} \overline{m} \, \frac{\partial \overline{C}}{\partial t} &- \frac{p_0 K_0}{\mu L v_0} \, \overline{K} \, \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{x}} \, \frac{\partial \overline{C}}{\partial \overline{x}} = \\ &= -Da \, \frac{1 - m_0 \overline{m}}{1 - m_0} \, \overline{C} + \frac{1}{Pe} \, \frac{\partial}{\partial \overline{x}} \left( \overline{m} \, \frac{\partial \overline{C}}{\partial \overline{x}} \right), \quad (17) \\ \overline{C} \Big|_{\overline{x}=0} &= 1, \quad \frac{\partial \overline{C}}{\partial \overline{x}} \Big|_{\overline{x}=1} = 0, \quad \overline{C} \Big|_{\overline{t}=0} = 0; \end{split}$$

$$\overline{m} \frac{\partial \overline{U}}{\partial \overline{t}} + \overline{v} \frac{\partial \overline{U}}{\partial \overline{x}} =$$

$$= \frac{1}{\rho_S} \left( \gamma \rho_K D a \frac{1 - m_0 \overline{m}}{1 - m_0} \overline{C} - \frac{\rho_S}{m_0} \frac{\partial \overline{\sigma}}{\partial \overline{t}} \right), \quad (18)$$

$$\overline{U} \Big|_{\overline{t}=0} = 0, \quad \overline{U} \Big|_{\overline{x}=0} = 0;$$

$$\frac{d\overline{x}_{f}}{d\overline{t}} = v_{M} \frac{\rho_{K}}{\rho_{M}} C_{0} (\overline{v}\overline{C})_{\text{end}},$$

$$\overline{x}_{f}\Big|_{\overline{t}=0} = 0.$$
(19)

Таким образом, поведение системы определяется начальной пористостью пласта  $m_0$ , и концентрацией закачиваемой кислоты  $C_0$ , числом Дамкеллера Da, стехиометрическим отношением расходуемого в реакции раствора и породы и безразмерным объемом закачки раствора кислоты. Уравнения (15–19) с соответствующими начальными и граничными условиями решаются конечно-разностным методом.

Расчеты проводились при следующих исходных данных:  $D = 10^{-8} \text{ m}^2/\text{c}$ ,  $\rho_M = \rho_S = 2160 \text{ кг/m}^3$ ,  $\lambda = 10 \text{ m}^{-1}$ ,  $\beta_c = 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ ,  $v_M = 100/73$ ,  $\gamma = 100 / 1387$ . Остальные физические величины соответствовали значениям, принятым в экспериментах, описанных в разделе 1 (опыт 2). На первом этапе эксперимента через водонасыщенный керн фильтровалась пластовая вода, затем закачивался раствор полигликоля и соляной кислоты с ингибитором коррозии 1:1, вязкость раствора – 9,7628 мПа·с, плотность – 1,1116 г/см<sup>3</sup>, на последнем этапе снова фильтровалась пластовая вода. В результате эксперимента проницаемость керна увеличилась в 1064 раза до значения 1,532 мкм<sup>2</sup>.

На рис. 2–5 представлены результаты математического моделирования в сравнении с данными эксперимента.

На рис. 2 показано изменение градиента давления – расчетное и измеренное во время эксперимента. При нагнетании кислоты проницаемость керна уменьшилась, что привело к увеличению давления. Это объясняется высоким содержанием нерастворимых частиц в породе, которые при химической реакции перешли в дисперсное состояние и забили поры. Затем произошел прорыв, проницаемость керна увеличилась, градиент давления уменьшился.

Петрофизический анализ карбонатных кернов показал, что их состав неоднороден, 7–15% состава – некарбонатные соединения. В связи с этим экспериментально полученные значения градиента давления отличаются от значений, рассчитанных по модели без учета осадконакопления.

Как видно из рис. 3, на входе (X = 0) поддерживается постоянная концентрация кислоты –  $C_0$ . Максимально возможное распространение кислоты в пласте соответствует значению X = 1 – расстояние, на которое продвинется фронт закачиваемой оторочки кислоты. Однако при определенных условиях – большой скорости химической реакции и низких дебитах закачки (большие значения Da > 3) кислота, вследствие активной реакции, вся растрачивается, не доходя до конца керна. Как видно из приведенного рисунка, глубина проникновения кислоты в пласт определяется числом Дамкелера. Изменение пористости по длине керна, приведенное на рис. 4, также зависит от режима закачки реагента – чем больше безразмерный параметр *Da*, тем выше значения пористости во входной зоне и тем заметнее падение пористости в керне. Особо следует отметить, что в этом случае распределение пористости имеет разрывный характер, так как кислота активно взаимодействует с породой и увеличивает пористость, растрачиваясь до нуля. На рис. 4 приведено распределение пористости *m* на момент остановки закачки кислоты, при начальной пористости равной *m*<sub>0</sub>.

На рис. 5 приведена расчетная зависимость эффективности воздействия от числа Дамкелера. Существуют три четких области, которые характеризуются низкой, оптимальной и высокой внутрипоровой скоростью. При низких скоростях закачки кислота будет быстро продвигаться по поверхности керна. Червеобразные каналы не образуются, или образуются только короткие каналы. Это так называемый режим компактного растворения. При кислотной обработке этого режима следует избегать. При более высоких скоростях закачки кислота может проникать глубже, прежде чем она будет полностью израсходована, что приведет к образованию червоточин. Наилучшим является режим, при котором величина скорости закачки достаточна для образования одной червоточины, без чрезмерного бокового ответвления.



**Рис. 2**. Изменение градиента давления в эксперименте на керне и расчетные значения для Da = 1



**Рис. 3**. Распределение концентрации кислоты на момент остановки закачки при различных числах Дамкелера (Da)



Рис. 4. Распределение пористости по длине на момент прорыва



Рис. 5. Зависимость объема прорыва от числа Дамкелера

При оптимальной скорости закачки поровый объем, необходимый для прорыва кислоты достигает минимума. Дальнейшее увеличение скорости закачки может способствовать росту множества червеобразных трещин. Хотя червеобразные каналы продолжают образовываться при высоких скоростях закачки, процесс кислотной обработки становится менее эффективным по сравнению с оптимальной скоростью закачки. Согласно приведенной зависимости, существует оптимальный режим закачки реагента в пласт, который позволяет достичь максимальной эффективности процесса (максимального прироста дебита), определяемый экстремумом данной функции. Для данных параметров системы это происходит при значении числа Дамкелера приблизительно равном 0,52. При малых значениях числа Дамкелера скорость химической реакции настолько мала по сравнению со скоростью закачки, что кислота начинает реагировать с породой только после окончания закачки. При стремлении числа Дамкелера к бесконечности, эффективность стремится к единице, так как в этом случае скорость реакции превосходит скорость закачки, и растворение породы происходит в основном вблизи скважины.

#### выводы

1. Представлена математическая модель кислотной обработки керна, учитывающая движение взвеси в пористой среде и осаждение твердых частиц на устье пор. Модель позволяет определять оптимальный нагнетаемый поровый объем прорыва.

2. Математическая модель дает результаты в соответствии с экспериментальными наблюдениями.

3. Модель позволяет проводить вычислительный эксперимент по прогнозу кислотной обработки в масштабе керна с исследованием влияния таких параметров, как скорость нагнетания кислоты, концентрация кислоты, скорость химической реакции.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Williams B. B., Gidley J. L., Schechter R. S. Acidizing Fundamentals: Monograph. SPE, 1979.

2. Economides M. J., Hill A. D. Petroleum Production systems, 1993.

3. Fredd C. N., Fogler H. S. Optimum conditions for wormhole formation in carbonate porous media: influence of transport and reaction // SPE Journal. 1999.  $\mathbb{N}_{2}$  4.

4. Fredd C. N., Miller M. J. Validation of carbonate matrix stimulation models // SPE 58713, 2000.

5. **Gdanski R. D.** Recent advances in carbonate stimulation // IPTC 10693, 2005.

6. On the use of upscaling methods to describe acid injection in carbonates / V. Pomes [et al] // SPE 71511. 2001.

7. Panga M. K. R., Balakotaiah V., Ziauddin M. Modeling, simulation and comparison of models for wormhole formation during matrix stimulation of carbonates // SPE 77369. 2002.

8. A new model for predicting wormhole structure and formation in acid stimulation of carbonates / M. K. Panga [et al] // SPE 86517. 2004.

9. Core-scale description of porous media dissolution during acid injection / F. Golfier [et al]. Computational and Applied Mathematics, 2004.

10. Sevougian S. D., Lake L. W., Schechter R. S. KGEOFLOW: A new reactive transport simulator for sandstone matrix acidizing // SPE 24780, 1995.

11. Wennberg K. E. Determination of the filtration coefficient and transition time for water injection wells // SPE 38181, 1997.

# ОБ АВТОРАХ



Булгакова Гузель Талгатовна, проф. Д-р физ.-мат. наук. Иссл. в обл. математического моделирования.



Байзигитова Айгуль Вилюровна, аспирант. Дипл. инженер-математик (УГАТУ, 2005). Иссл. в обл. подземной гидрогазодинамики, математического моделирования.



Шарифуллин Андрей Ришадович, мл. науч. сотр. ООО «РН-УфаНИПИнефть». Дипл. математик (БГУ, 2005). Иссл. в обл. математического моделирования.