

УДК 517:[537:629.73-82]

А. В. МЕСРОПЯН

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МАГНИТНОГО ГИСТЕРЕЗИСА В УПРАВЛЯЮЩЕМ КАСКАДЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Рассмотрены вопросы математического моделирования гистерезиса управляющих устройств быстродействующих рулевых приводов летательных аппаратов. Представлены результаты численного моделирования магнитного гистерезиса в электромеханических преобразователях. Показано влияние различных факторов на вид переходных процессов и управляющую характеристику управляющего устройства рулевого привода. *Гистерезис; математическая модель; электрогидроусилитель; электромеханический преобразователь; гидропривод*

В настоящее время все большее значение приобретают работы, направленные на разработку многоуровневых математических моделей с высокой степенью адекватности реальным объектам. Данная работа посвящена разработке математической модели гистерезиса в управляющем каскаде исполнительного гидропривода систем управления пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов.

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Точность прогнозирования и расчета параметров и характеристик исполнительных гидроприводов в настоящее время определяется, главным образом, обоснованностью конструкторских решений и методами расчета. Это обуславливает необходимость дальнейшего развития и проработки различных аспектов проблем проектирования и доводки быстродействующих гидроприводов.

Актуальной проблемой при проектировании и доводке рулевых приводов является необходимость разработки математической модели, учитывающей гистерезис в управляющем каскаде исполнительного гидропривода, который приводит к неоднозначности управляющей характеристики и негативно сказывается на показателях качества переходных процессов рулевого привода в целом.

Наличие в управляющем каскаде управляющих устройств (электромеханические преобразователи (ЭМП), маломощные двигатели постоянного тока, шаговые электродвигатели, двигатели с качающимся ротором и т. д.), преобразующих маломощный электрический сигнал на входе в механическое перемещение

управляющего элемента (струйная трубка, золотник, заслонка), предопределяет наличие гистерезиса, возникающего при намагничивании и размагничивании сердечника катушки управления якоря ЭМП при отработке знакопеременного управляющего сигнала в реальных условиях эксплуатации объекта. На рис. 1 показан ЭМП в составе электрогидроусилителя.

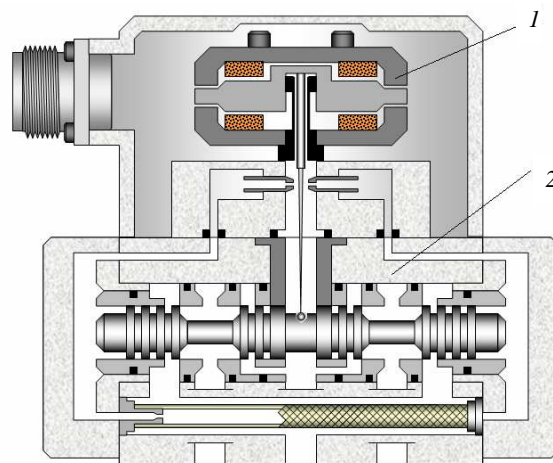


Рис. 1. Двухкаскадный электрогидроусилитель:
1 – электромеханический преобразователь;
2 – двухкаскадный гидроусилитель «сопло-заслонка»

Магнитный гистерезис представляет собой динамически неравновесный процесс, сопровождаемый нагревом сердечника катушки ЭМП, лишними затратами мощности источника напряжения и неоднозначной зависимостью угла поворота якоря ЭМП (перемещения управляющего элемента) от управляющего сигнала, что негативно отражается на показателях качества переходных процессов гидропривода [1, 2, 3, 4].

На рис. 2 приведен типовой график петли гистерезиса.

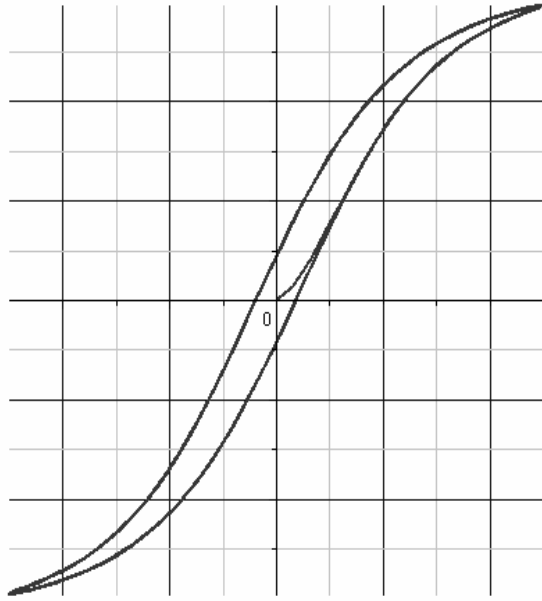


Рис. 2. Петля гистерезиса

2. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

При разработке математической модели гистерезиса в ЭМП за основу примем стандартное уравнение среднего поля [5]:

$$j = \text{th} \left(\frac{\mu H_e + j \sum J_{jk}}{kT} \right), \quad (1)$$

где j – намагниченность переменного магнитного поля; k – постоянная Больцмана; μ – магнитная проницаемость; H_e – внешнее магнитное поле; T – температура поля; J_{jk} – энергия взаимодействия с k -м спином.

На основе (1) запишем уравнение, описывающее релаксацию намагниченности к термодинамически равновесному состоянию:

$$\frac{dj}{dt} = -\Omega \left[j - \text{th} \left(\frac{\mu H_e + j \sum J_{jk}}{kT} \right) \right], \quad (2)$$

где Ω – параметр, имеющий смысл частоты, с которой спин пытается изменить свою ориентацию. Эта частота зависит от температуры и конфигурации всех спинов, но обычно принимается постоянной $\Omega = \text{const}$.

В соответствии с вероятностями конфигураций магнитных моментов в электромагнитном поле [5] с учетом (1) и (2) запишем уравнение, описывающее временную эволюцию намагниченности в ЭМП:

$$\frac{dj}{dt} = -\Omega \times \left[j - \frac{1}{64} \left\{ \begin{aligned} & (1+j)^6 \text{th} \left(\frac{h_e + 6h_j}{\Theta} \right) + \\ & + 6(1+j)^5 (1-j) \times \\ & \times \text{th} \left(\frac{h_e + 4h_j}{\Theta} \right) + \\ & + 15(1+j)^4 (1-j)^2 \times \\ & \times \text{th} \left(\frac{h_e + 2h_j}{\Theta} \right) + 20(1+j)^3 \times \\ & \times (1-j)^3 \text{th} \left(\frac{h_e + 15h_j}{\Theta} \right) + \\ & + 15(1+j)^2 (1-j)^4 \times \\ & \times \text{th} \left(\frac{h_e - 2h_j}{\Theta} \right) + 6(1+j)^1 \times \\ & \times (1-j)^5 \text{th} \left(\frac{h_e - 4h_j}{\Theta} \right) + \\ & + (1-j)^6 \text{th} \left(\frac{h_e - 6h_j}{\Theta} \right) \end{aligned} \right\} \right] \quad (3)$$

где $h_e = \mu H_e(t)$ – величина переменного внешнего поля; $\Theta = \frac{kT}{J}$ – приведенное значение температуры поля; $h_j = J/\mu$ – параметр эффективности намагничивания поля, определяемый энергией J взаимодействия спинов.

Для исследования гистерезиса временную зависимость поля выбираем в виде синусоиды постоянной амплитуды:

$$H_e = H_0 \sin \omega t, \quad (4)$$

где ω – угловая частота управляющего сигнала, $H_0 = \frac{U_0}{K_l R_{\text{ЭМП}}}$ – амплитуда переменного внешнего

поля. Здесь U_0 – напряжение управляющего сигнала; $R_{\text{ЭМП}} = R_{\text{обм}} + R_{\text{вых}}$ – напряжение в ЭМП; K_l – коэффициент, определяемый длиной проводника в катушке управления ЭМП.

Таким образом, переменное внешнее поле определяется функцией вида:

$$H_e(t) = \frac{U_0}{K_l R_{\text{ЭМП}}} \sin \omega t. \quad (5)$$

Временная зависимость приведенного значения переменного внешнего поля от частоты управляющего сигнала показана на рис. 3.

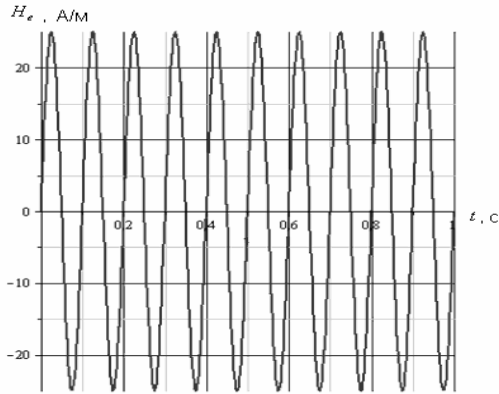


Рис. 3. Временная зависимость приведенного значения переменного внешнего поля от частоты управляющего сигнала

Решение (3) с учетом (5) позволяет получить зависимость намагниченности системы с энергией спин-спинового взаимодействия от приведенного значения переменного внешнего поля (рис. 4).

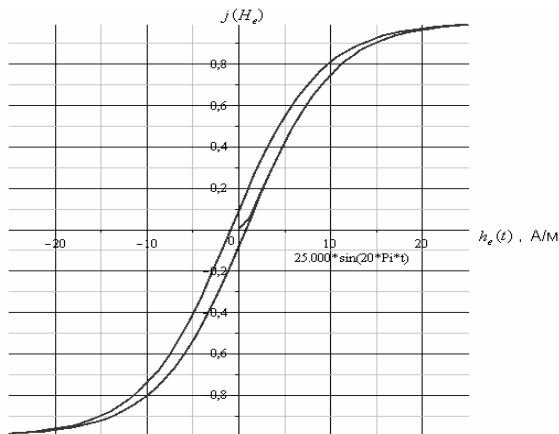


Рис. 4. Зависимость намагниченности системы от значения переменного внешнего поля

Влияние приведенной температуры на намагниченность системы показано на рис. 5.

Анализ графиков, приведенных на рис. 5, показывает, что площадь и кривизна петли гистерезиса монотонно падают с ростом температуры, т. е. изменение температуры в процессе функционирования ЭМП может приводить к изменению намагниченности системы и, как следствие, к изменению зависимости момента, развиваемого на валу ЭМП. Таким образом, изделие, обеспечивающее требуемые параметры при проведении приемосдаточных испытаний, может перестать нормально функционировать в реальных условиях эксплуатации из-за изменения температурного режима.

Наличие зоны нечувствительности к управляющему сигналу и смещение ее середины, а также возможный температурный дрейф нуля,

учитываются при математическом моделировании явления гистерезиса за счет введения в уравнения (3) и (5) коэффициента k_z .

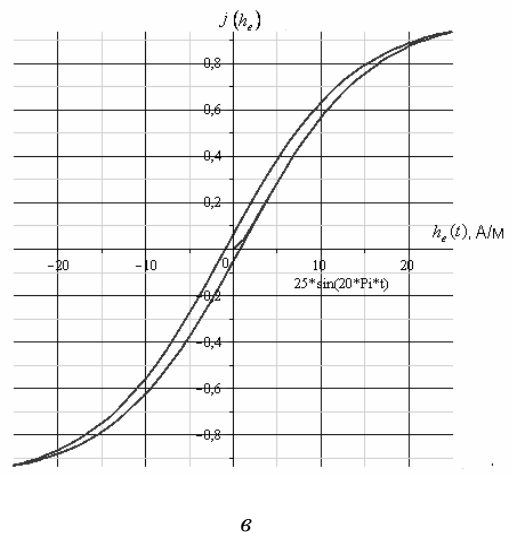
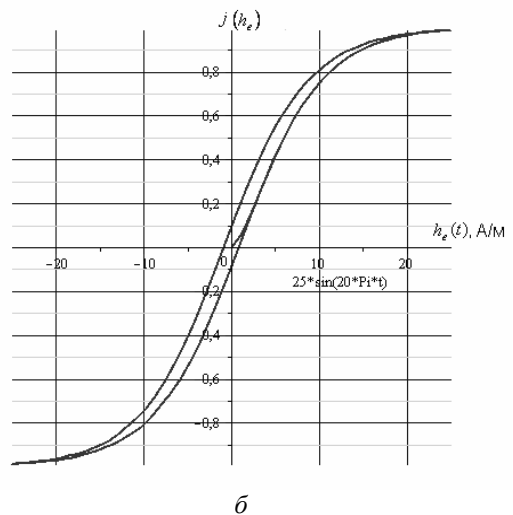
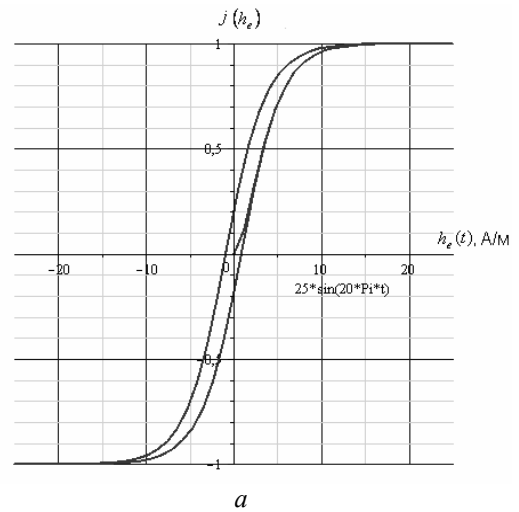


Рис. 5. Зависимость намагниченности системы от приведенной температуры переменного внешнего поля: а – $\Theta = 5$; б – $\Theta = 10$; в – $\Theta = 15$

$$\frac{dj}{dt} = -\Omega \times \left[\begin{aligned} & \left((1+j)^6 \operatorname{th} \left(\frac{h_e + k_z + 6h_j}{\Theta} \right) + \right. \\ & + 6(1+j)^5 (1-j) \operatorname{th} \left(\frac{h_e + k_z + 4h_j}{\Theta} \right) + \\ & + 15(1+j)^4 (1-j)^2 \times \\ & \times \operatorname{th} \left(\frac{h_e + k_z + 2h_j}{\Theta} \right) + 20(1+j)^3 \times \\ & \times \left. (1-j)^3 \operatorname{th} \left(\frac{h_e + k_z + 15h_j}{\Theta} \right) + \right. \\ & + 15(1+j)^2 (1-j)^4 \operatorname{th} \left(\frac{h_e + k_z - 2h_j}{\Theta} \right) + \\ & + 6(1+j) (1-j)^5 \operatorname{th} \left(\frac{h_e + k_z - 4h_j}{\Theta} \right) + \\ & \left. + (1-j)^6 \operatorname{th} \left(\frac{h_e + k_z - 6h_j}{\Theta} \right) \right] \quad (6) \end{aligned}$$

$$H_e(t) = \frac{U_0}{K_I R_{ЭМП}} \sin \omega t - k_z, \quad (7)$$

Обработка и обобщение результатов экспериментальных исследований СГРМ показывают, что максимальное значение коэффициента нечувствительности $|(k_z)_{\max}| \leq 0,1H_0$.

Совместное решение (6) и (7) позволяет учитывать при математическом моделировании смещение середины зоны нечувствительности (рис. 6).

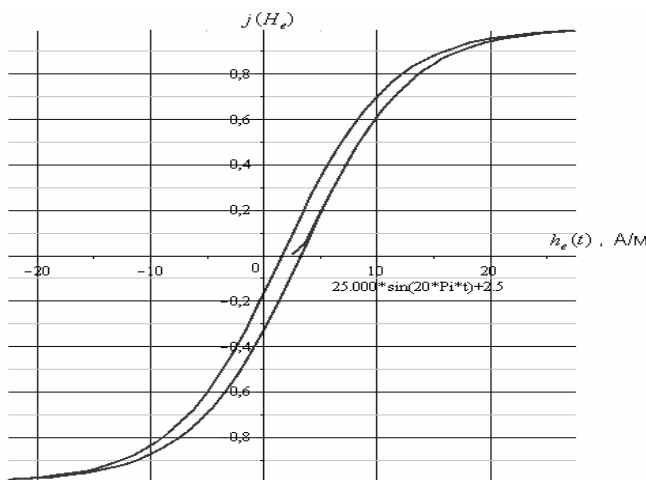


Рис. 6. Зависимость намагниченности системы от переменного внешнего поля с учетом смещения середины зоны нечувствительности

Уравнение динамики ЭМП как механической системы с учетом гистерезиса намагниченности системы записывается в виде:

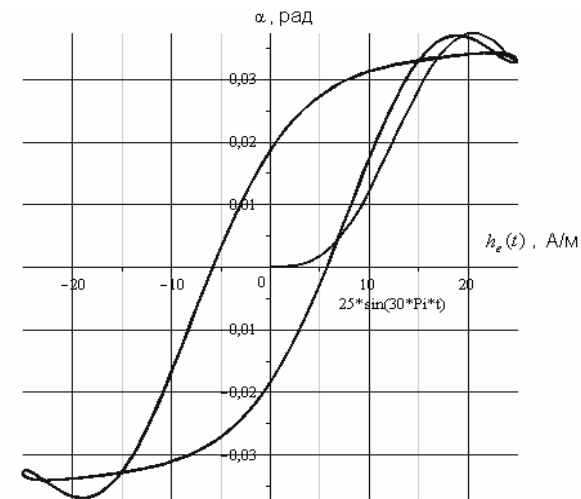
$$J_{ЭМП} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = k_m j(t) - C_{пр} \alpha - b_{ЭМП} \frac{d\alpha}{dt} - k_{трЭМП} \frac{d\alpha}{dt}, \quad (8)$$

где $J_{ЭМП}$ – момент инерции всех подвижных частей ЭМП, приведенный к оси вращения якоря; α – угол поворота якоря; k_m – коэффициент пропорциональности между намагниченностью системы и моментом, развиваемым на валу ЭМП; $b_{ЭМП}$ и $k_{трЭМП}$ – коэффициенты вязкого и сухого трения ЭМП, соответственно; $C_{пр}$ – суммарная жесткость механической и магнитной пружин ЭМП.

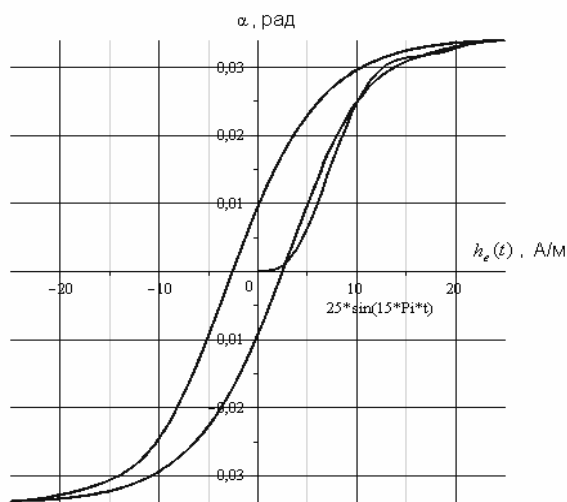
Совместное решение (7) и (8) с учетом (6) позволяет рассчитать управляющую характеристику ЭМП как функцию от напряженности переменного внешнего поля $\alpha = f(h_e)$. На рис. 7 показана управляющая характеристика ЭМП при различной частоте ω управляющего сигнала.

Анализ управляющей характеристики ЭМП показывает, что на увеличение ширины петли гистерезиса оказывает влияние увеличение частоты управляющего сигнала, что, в свою очередь, негативно отражается на точности отработки управляющего сигнала. Для уменьшения ширины петли гистерезиса целесообразно применение магнитомягких конструкционных материалов с малым значением коэрцитивной силы. Результаты численного моделирования показывают, что значительное влияние на переходный процесс поворота якоря ЭМП при отработке управляющего сигнала оказывает момент инерции $J_{ЭМП}$. На рис. 8 показано влияние момента инерции якоря ЭМП на его перемещение.

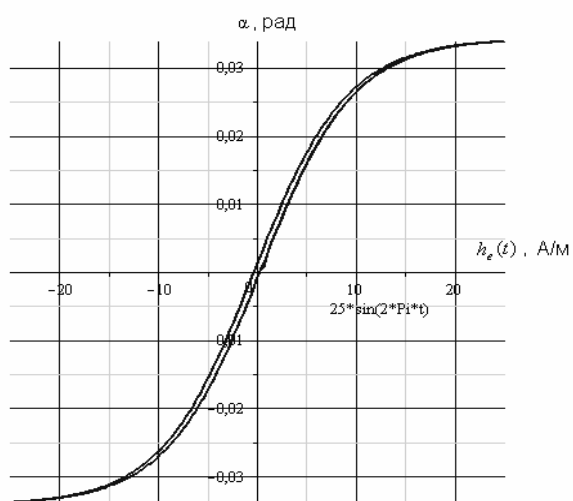
Таким образом, разработка нелинейной математической модели ЭМП с нелинейностью типа «гистерезис» позволяет при численном моделировании характеристик СГРМ учитывать магнитные свойства конструкционных материалов, геометрические и электрические параметры составных частей ЭМП, условия эксплуатации (рабочие частоты управляющих сигналов, температуру и т. д.), обеспечивая высокую адекватность математических моделей реальным объектам.



а

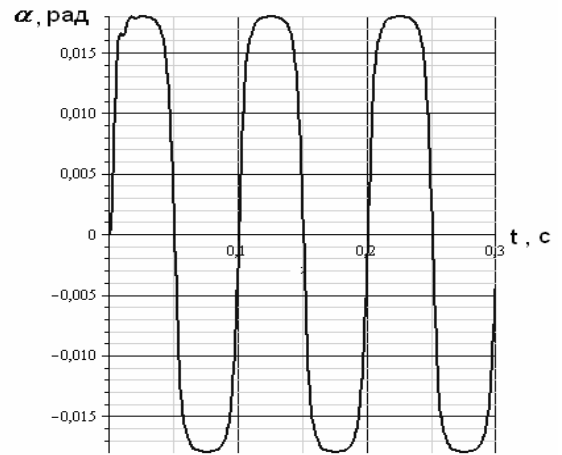


б

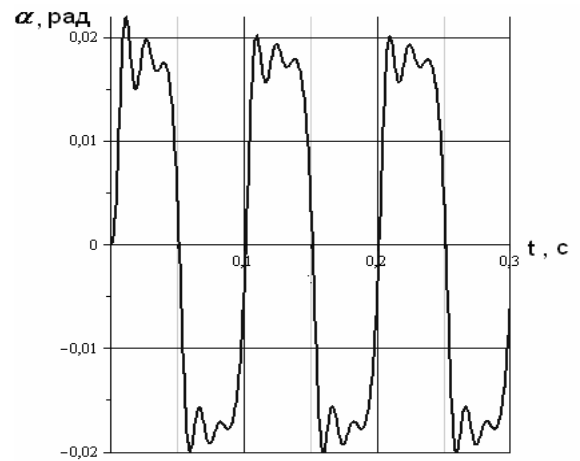


в

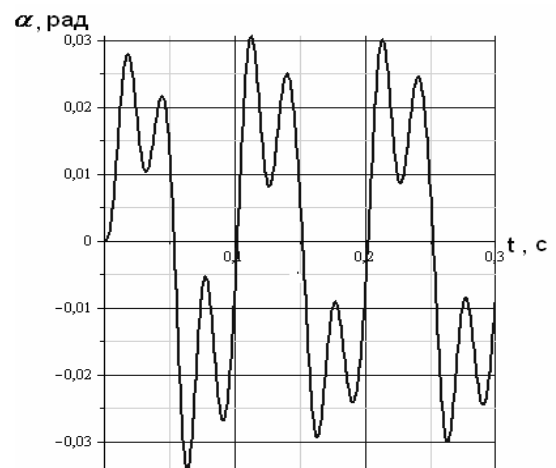
Рис. 7. Управляющая характеристика ЭМП:
а – $\omega = 30 \pi$; б – $\omega = 15 \pi$; в – $\omega = 2 \pi$



а



б



в

Рис. 8. Влияние момента инерции якоря на переходный процесс поворота якоря ЭМП: а – $J_{\text{ЭМП}} = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ Нм} \cdot \text{с}^2$;
б – $J_{\text{ЭМП}} = 3,9 \cdot 10^{-6} \text{ Нм} \cdot \text{с}^2$;
в – $J_{\text{ЭМП}} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Нм} \cdot \text{с}^2$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Идентификация** и адаптивное управление струйными гидравлическими рулевыми машинами / К. В. Арефьев [и др.]. М.: МАИ, 2007. 282 с.
2. **Галлямов Ш. Р., Месропян А. В., Целищев В. А.** Исследование влияния нелинейностей типа «люфт» и «гистерезис» на гидравлический рулевой привод летательного аппарата // Проблемы и перспективы авиационного двигателестроения. Уфа: УГАТУ, 2007. С. 32–37.
3. **Казмиренко В. Ф., Ковальчук А. К.** Электрические машины и преобразователи сигналов для автоматизированных гидроприводов: учеб. пособие. М.: Радио и связь, 1998. 80 с.
4. **Красносельский В. Ф., Покровский А. В.** Системы с гистерезисом. М.: Наука, 1983. 271 с.
5. **Мейлихов Е. З.** Магнитный гистерезис в обобщенной модели среднего поля для изинговской

системы // Письма в ЖЭТФ. 2004. Т. 79, вып. 12. С. 757–761.

ОБ АВТОРЕ



Месропян Арсен Владимирович, доц. каф. прикл. гидромеханики. Дипл. инж.-мех. (УГАТУ, 1996). Канд. техн. наук по системам приводов (Пермск. гос. тех. ун-т, 2000). Иссл. в обл. гидроприводов систем управления ЛА.