

УДК 621.43:519.8

А. А. ЧЕРНОУСОВ

РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ С МЕСТНЫМИ СОПРОТИВЛЕНИЯМИ

Рассматривается описание течения через местное сопротивление в «гидравлическом» приближении и универсальный вид зависимости для коэффициента восстановления полного давления для сжимаемых сред. Приводятся результаты численных расчетов движений волн в канале, выполненных в одно- и двумерной постановках (в рамках модели идеального совершенного газа), сравнение которых позволяет сделать выводы о границах адекватности одномерного приближения для описания волновых течений по трубопроводам. *Нестационарные течения; модели местных сопротивлений; численное моделирование*

ВВЕДЕНИЕ

Нестационарные течения в трубопроводных системах и, в частности, в газоздушных трактах тепловых двигателей, в значительной степени определяют показатели изделий. Для расчета таких процессов зачастую адекватной оказывается нестационарная, пространственно-одномерная постановка задачи [1].

Течение через устройства, ограничивающие расход рабочих газов и жидкостей в трубопроводных системах (узлы сопряжения участков трубопровода — каналов и емкостей) в этой постановке описываются моделями *местных сопротивлений* (МС).

Корректные модели течения сжимаемого рабочего тела через МС могут быть получены из рассмотрения задачи о *распаде произвольного разрыва* (РПР) на *скачке сечения* трубопровода [1, 2]. При этом подходе для МС указанного вида на каждом шаге по времени численного расчета решается задача о РПР, замыкаемая условиями на МС квазистатического вида. В набор соотношений на МС, расположенном на стыке каналов или на стыке емкости и канала, входит индивидуальная для конкретного исполнения МС зависимость для гидравлических потерь на нем, в частности, вида $\sigma(M_T)$, где σ — коэффициент сохранения полного давления, M_T — число M в примыкающем сечении канала (трубы).

В [2] показана высокая адекватность данной модели и расчетной методики для описания движения длинных волн в трубопроводе, заполненном исходно атмосферным воздухом. Цель настоящей работы — показать адекватность за-

висимости $\sigma(M)$ применяемого вида на случай произвольных перепадов давлений на МС, важных, например, для выпускных органов газообмена ДВС, а также выявить недостаточность описания движения относительно коротких уединенных волн в рамках одномерного приближения.

1. СТАТИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕСТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Понятие *местного сопротивления* (МС) — абстракция, позволяющая связать параметры потока в сечениях элементов трубопровода, примыкающих к граничному конструктивному элементу, ограничивающему расход. В расчетной схеме трубопровода МС рассматриваемого вида есть *скачок сечения* трубопровода (в общем случае $F_2 \neq F_1$, для емкостей условно принимается $F_1 \rightarrow \infty$ или $F_2 \rightarrow \infty$).

Для описания течения через такое МС чаще всего привлекается известное «гидравлическое» приближение: перетекание через МС (рис. 1) считается квазистационарным и адиабатным, что выражается равенствами расходов $G_2 = G_1$ и удельной полной энтальпии $h_2^* = h_1^*$ в сечениях. Третье необходимое замыкающее соотношение — в общем случае эмпирическая зависимость, связывающая полные давления p_2^* и p_1^* и выступающая в роли индивидуальной расходно-диссипативной характеристики конкретного МС.

Действительное поле течения претерпевает на МС существенную перестройку (часто с образованием отрывной зоны или зон) с последующим выравниванием к некоторому сечению 2, достаточно удаленному от МС ниже по потоку. При описании МС в рамках «гидраули-

ческого» приближения входное 1 и выходное 2 сечения условно приводят к сечениям каналов (или емкости), непосредственно примыкающим к МС как скачку $F(x)$.

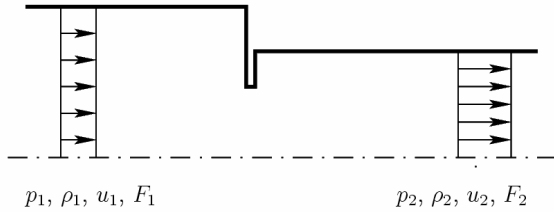


Рис. 1. К определению параметров потока на МС

Часть механической энергии потока (на участке от сечения 1 до сечения 2) необратимо переходит в тепловую (энергию движения молекул); полное давление при переходе от сечения 1 к сечению 2 уменьшается ($p_2^* < p_1^*$), а удельная энтропия среды (для адиабатных условий), напротив, возрастает ($s_2 > s_1$). Принято связывать p_2^* и p_1^* через коэффициент восстановления полного давления

$$\sigma = \frac{p_2^*}{p_1^*} = \frac{p_1^* - \Delta p_{12}^*}{p_1^*} \leq 1 \quad (1)$$

или его эквивалент — коэффициент потерь полного давления

$$\zeta_1 = \frac{\Delta p_{12}^*}{\rho u_1^2 / 2} \quad \text{или} \quad \zeta_2 = \frac{\Delta p_{12}^*}{\rho u_2^2 / 2}. \quad (2)$$

Статической характеристикой МС при сделанных допущениях можно считать систему соотношений

$$G_2 = G_1, h_2^* = h_1^*, p_2^* = \sigma p_1^*, \quad (3)$$

где σ должен задаваться в общем случае зависимостью, полученной по результатам натурных или вычислительных экспериментов по продувке данного МС (или его модели) на всех представляющих интерес режимах течения.

Сказанное выше не зависит от уравнения состояния жидкости или газа. Далее рассуждаем, приписывая текущей среде свойства идеального совершенного ($\gamma = c_p/c_v = \text{const}$) газа с термическим $p = \rho RT$ и калорическим $h = c_p T$ уравнениями состояния.

В силу $h^* = c_p T^*$ и условия $h_2^* = h_1^*$ из (3) справедливо $T_2^* = T_1^*$. Располагая (3), для расчета всех параметров в сечении 2 (рис. 1) достаточно знать три независимых параметра потока в сечении 1 и один параметр в сечении 2. В экспериментах по продувке МС наиболее просто измерить статическое давление в сечении за МС, где поток выравнивается, и формально

«привести» его параметры к сечению 2, применив модель течения с трением по каналу с $F(x)$.

С учетом (3) экспериментальному определению подлежит зависимость, например, вида

$$F(p_2, \rho_1, p_1, u_1) = 0$$

или, в явной форме, вида $p_2 = f(\rho_1, p_1, u_1)$, которые, согласно П-теореме, можно представить зависимостью, связывающей $n + 1 - k = 2$ переменные — безразмерные комбинации указанных выше $n + 1 = 4$ размерных параметров исходной функциональной связи, например

$$\frac{p_2}{p_1} = f\left(\frac{p_1}{\rho_1 u_1^2}\right),$$

а с учетом $p_1/(\rho_1 u_1^2) = 1/(\gamma M_1^2)$ при $\gamma = \text{idem}$ — как

$$\frac{p_2}{p_1} = f(M_1). \quad (4)$$

Далее, пользуясь (3), при известных ρ_1, p_1, u_1 и p_2 легко определить M_2 из уравнения

$$y(M_2) F_2 p_2 = y(M_1) F_1 p_1, \quad (5)$$

справедливого при $G_2 = G_1$ и $T_2^* = T_1^*$, вычислить температуру $T_2 = T_1^* \tau(M_2)$, скорость потока $u_2 = M_2 (\gamma RT_2)^{0.5}$ и плотность $\rho_2 = p_2 / (RT_2)$ (применены стандартные обозначения газодинамических функций [1, 3]).

Уравнение (4) с помощью равенства (5) приводится к виду

$$y(M_2) = y(M_1) [f_1(M_1)]^{-1} (F_1 / F_2),$$

и можно прийти к выводу об однозначной связи между числами M_1 и M_2

$$M_2 = f_2(M_1). \quad (6)$$

Обозначая

$$\sigma = \frac{p_2^*}{p_1^*} \frac{\pi(M_1)}{\pi(M_2)}$$

и учитывая (4) и (6), получаем

$$\sigma = \sigma(M_1). \quad (7)$$

Зависимость вида (7) может выступать характеристикой МС при адиабатном течении газа на режимах, автомодельных по числу Re (течения с малым влиянием вязкости среды и эффектов теплоотдачи в стенку). В противном случае, т. е. при заметном влиянии вязкости на Δp_{12}^* (неавтомодельные по Re режимы), включение μ_1 в число определяющих факторов приведет к зависимости вида

$$\sigma = \sigma(M_1, \text{Re}_1).$$

Зависимости для σ и ζ при обработке экспериментов или расчетах по модели МС эквивалентны. Действительно:

$$\sigma = \sigma(M_1) = 1 - \frac{\Delta p_{12}^*}{p_1^*} = 1 - \frac{\gamma}{2} \zeta_1(M_1) \pi(M_1) M_1^2,$$

а в случаях, когда справедливо $\sigma = \sigma(M_1, Re_1)$, должно быть $\zeta = \zeta(M_1, Re_1)$, и т. п.

Итак, из теории размерностей и подобия следует, что σ и ζ_i , характеризующие потери полного давления на МС, зависят в первую очередь от чисел M и Re . На режимах течения, автомодельных по Re (как правило, при $Re \gg 10^4$ по параметрам в критическом сечении) коэффициенты потерь ζ (и коэффициент восстановления полного давления σ) не зависят от этого параметра, и тогда $\zeta_1 = \zeta_1(M_1)$ или $\zeta_2 = \zeta_2(M_1)$ и $\sigma = \sigma(M_1)$.

2. КОНКРЕТИЗАЦИЯ ВИДА ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ ПОТЕРЬ

В постановке тестовых задач в данной работе физическая вязкость газа также не учитывается. Поэтому зависимости для потерь полного давления берутся в виде (7) или $\sigma = \sigma(M_2)$ под общим обозначением

$$\sigma = \sigma(M_T). \tag{8}$$

где M_T – число M , приведенное к сечению канала (трубы), непосредственно *на входе* в МС – при перетекании из канала в канал и истечении из канала в емкость, и *на выходе* из МС (случай течения из емкости в канал).

В отдельных случаях зависимость (8) может быть определена теоретически, и только в предположении об автомодельности по Re . Так, используя тривиальное допущение $s_2 = s_1$, принимают $\sigma \equiv 1$ для *плавного входа* в канал. Предельным значением числа M в сечении канала при этом будет $M_T = 1$, как следует из модели течения в идеальном сужающемся сопле.

Для свободного истечения из канала в емкость (рис. 2, а) условие $p_1 = p_2$, верное при $M_T = M_1 < 1$, дает (при $\gamma = idem$)

$$\sigma = \sigma(M_T) = \frac{p_2}{p_1^*} = \pi(M_T) \leq 1. \tag{9}$$

В этом случае легко видеть, что при $M_T = 1$ могут реализоваться режимы истечения из канала при $p_1 > p_2$, т. е. с недорасширением¹, и имеют физический смысл точки σ , лежащие на вертикали $M_T = 1$, соответствующей *режиму запирания*. При любом «загромождении» выхода из канала (рис. 2, б) запираение в критическом сечении наступит при меньшем расходе, что обусловит $M_{T \max} < 1$;

¹ Если ограничиться каналами с $F = const$, можно принять $M_{T \max} = 1$.

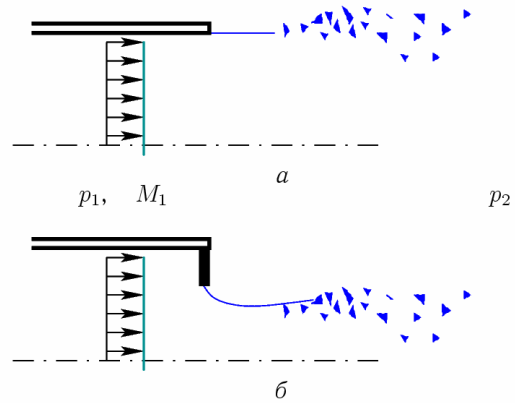


Рис. 2. Свободное (а) и «загроможденное» (б) истечение (к определению параметров потока на МС)

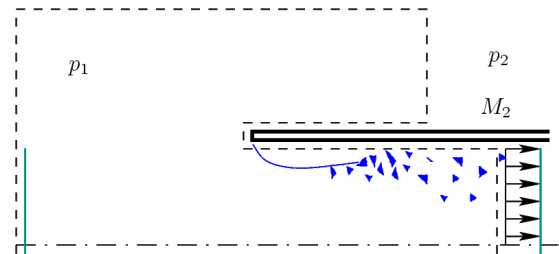


Рис. 3. К определению потерь в насадке Борда

Случай втекания в канал с $F = const$ с бесконечно тонкими стенками (вход, выполненный в виде «насадка Борда») — другой пример, когда изменение от $M_T = 1$ величины σ можно определить аналитической зависимостью. В данном случае, записывая условие сохранения импульса для особым образом выбранного контура (рис. 3), получают (кривая б на рис. 4)

$$\sigma(M_T) = \frac{p_2^*}{p_1} = \frac{1}{\pi(M_T)(1 + \gamma M_T^2)} \leq 1. \tag{10}$$

В остальных же случаях (когда неверны простые гипотезы замыкания) даже для предельно простой геометрии скачков сечения (внезапное сужение, шайба на скачке сечения) течение сжимаемой среды в окрестности МС должно быть найдено численным расчетом.

Для тестовых задач данной работы (см. ниже) для этого достаточно было применить методику [4, 5], дающую зависимости как раз вида (8). В методике многомерное течение в подбласти отрыва и сужения струи описывается моделью идеальной сжимаемой жидкости, а далее (на участке выравнивания потока) привлекается алгебраическая модель турбулентного обмена. Полученная расчетами по методике [4, 5] зависимость (8) для внезапного сужения с $F_2/F_1 = 0,6$ во всем диапазоне возможных

$M_T = M_1$ показана на рис. 5.

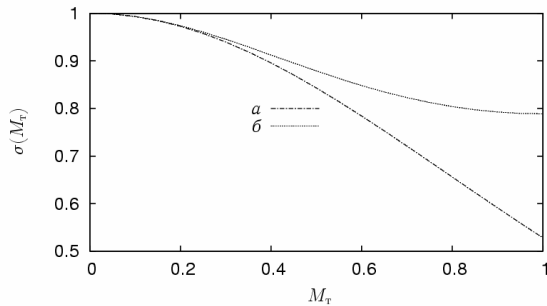


Рис. 4. Графики $\sigma(M_T)$ для свободного выхода из канала (9) (а); насадки Борда (10) (б)

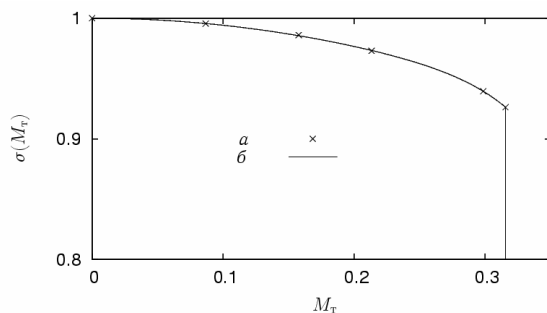


Рис. 5. Расчетные точки (а) и аппроксимационная кривая (б) зависимости (8) для внезапного сужения с $F_2/F_1 = 0,6$

3. ПОСТАНОВКА ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧ

В работе [2] сравнением результатов моделирования (при описании движения волн по трубопроводу одномерными (1D) моделями) с результатами измерений показана применимость данных моделей и всей методики моделирования нестационарных течений для длинных ($l/d \approx 100$) волн и каналов с МС.

В настоящей работе для выявления недостаточности одномерного приближения (и следующих из него моделей [2] течения через МС) в качестве эталонных взяты численные решения задач о движении более коротких ($l/d \approx 10$) волн конечной амплитуды (ВКА) в двумерной (2D) постановке. Решены следующие три тестовые задачи:

- 1) Задача о взаимодействии ВКА с внезапным сужением канала (рис. 6, а).
- 2) Задача об отражении ВКА сжатия от открытого конца (свободное истечение в емкость, рис. 6, б).
- 3) Задача об отражении ВКА разрежения от открытого конца (втекание из емкости через «насадку Борда», рис. 6, в).

В начальных условиях (НУ) каждой задачи задавались (идентичные для 1D и для 2D) одномерные распределения параметров, где

в определенном интервале x задавалось возмущение инварианта Римана

$$I_+(x, t) = \frac{2}{\gamma - 1} c + u$$

над «фоновыми» параметрами p_0, T_0 неподвижного газа, с профилем в форме полуволны синусоиды

$$I_+(x, t_0) = I_{+0} + \Delta I_a \sin(\pi(x - x_0)/L), \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1,$$

где $L = 10H$ или $L = 20H$; H – полуширина данного канала; $\Delta I_a = I_{+ \max} - I_{+0}$ – амплитуда возмущения, подобранная так, чтобы абсолютное значение M_T в расчете по модели местного сопротивления почти достигало $M_{T \max}$ для заданной $\sigma(M_T)$.

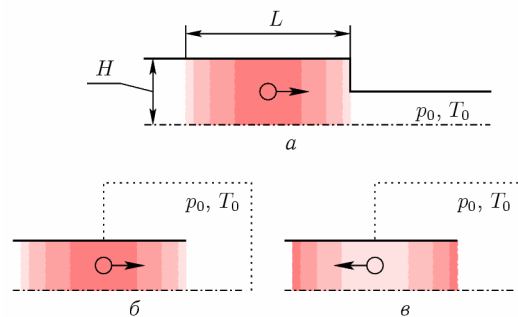


Рис. 6. К постановке тестовых задач

Результаты подобного рода сравнения решений в 1D и 2D приводились, например, в [6, 7], но для описания в 1D в данной работе применены иные модели. Использование в качестве эталона результатов расчета в 2D в основном по уравнениям Эйлера (с модификацией вида «алгебраической» модели турбулентного обмена) правомочно ввиду соответствия, обеспечиваемого применением характеристик МС вида (8), в том числе зависимостей, полученных по методике из [4, 5], условиям течений, автомодельных по Re.

4. МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧ

В качестве базового метода для численного решения вышеперечисленных тестовых задач использовался явный консервативный метод повышенной точности для уравнений динамики невязкой жидкости. Для двумерных под областей на «декартовой» сетке с прямоугольными ячейками ($\Delta x = \text{const}_1, \Delta y = \text{const}_2$) аппроксимирована система уравнений

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = 0, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [\rho, \rho u_x, \rho u_y, \rho E]^T, \\ \mathbf{F}_x &= [\rho u_x, \rho u_x^2 + p, \rho u_x u_y, \rho u_x E + \rho u_x]^T, \\ \mathbf{F}_y &= [\rho u_y, \rho u_y u_x, \rho u_y^2 + p, \rho u_y E + \rho u_y]^T, \\ E &= e + 0,5 |\mathbf{v}|^2, \end{aligned}$$

замкнутая уравнениями состояния $e = c_v T$ и $p = \rho R T$ (модель идеального совершенного газа).

По времени система (11) численно интегрировалась двухэтапным методом

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{i,j}^{(1)} &= \mathbf{U}_{i,j}^n + \Delta t \cdot L_{xy}(\{\mathbf{U}_{i,j}^n\}), \\ \mathbf{U}_{i,j}^{n+1} &= \frac{1}{2} [\mathbf{U}_{i,j}^n + \mathbf{U}_{i,j}^{(1)} + \Delta t \cdot L_{xy}(\{\mathbf{U}_{i,j}^{(1)}\})], \end{aligned}$$

обеспечивающим погрешность $O(\Delta t^2)$, с разностным оператором

$$\begin{aligned} L_{xy}(\{\mathbf{U}_{i,j}^n\}) &= \frac{(\mathbf{F}_x)_{i-\frac{1}{2},j}^n - (\mathbf{F}_x)_{i+\frac{1}{2},j}^n}{\Delta x} + \\ &+ \frac{(\mathbf{F}_y)_{i,j-\frac{1}{2}}^n - (\mathbf{F}_y)_{i,j+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y}. \end{aligned}$$

Повышенный порядок аппроксимации по x и по y достигнут посредством монотонизированной кусочно-параболической интерполяции величин \mathbf{U} в центральные точки обеих сторон границ между ячейками конечно-объемной сетки. Так, соотношения для интерполяции \mathbf{U} на границы i -го слоя ячеек по x имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2},j}^{n(-)} &= \mathbf{U}_{i,j}^n + [\mathbf{S}_x^{-1}]_{i,j}^n \left\{ \frac{1+\phi}{4} \tilde{\Delta} \mathbf{W}_{i,j}^n + \frac{1-\phi}{4} \tilde{\nabla} \mathbf{W}_{i,j}^n \right\}, \\ \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2},j}^{n(+)} &= \mathbf{U}_{i,j}^n - [\mathbf{S}_x^{-1}]_{i,j}^n \left\{ \frac{1+\phi}{4} \tilde{\nabla} \mathbf{W}_{i,j}^n + \frac{1-\phi}{4} \tilde{\Delta} \mathbf{W}_{i,j}^n \right\}, \\ \tilde{\Delta} \mathbf{W}_{i,j}^n &= \min \text{mod}(\Delta \mathbf{W}_{i,j}^n, b \nabla \mathbf{W}_{i,j}^n), \\ \tilde{\nabla} \mathbf{W}_{i,j}^n &= \min \text{mod}(\nabla \mathbf{W}_{i,j}^n, b \Delta \mathbf{W}_{i,j}^n), \\ \Delta \mathbf{W}_{i,j}^n &= [\mathbf{S}_x]_{i,j}^n \Delta \mathbf{U}_{i,j}^n = [\mathbf{S}_x]_{i,j}^n (\mathbf{U}_{i+1,j}^n - \mathbf{U}_{i,j}^n), \\ \nabla \mathbf{W}_{i,j}^n &= [\mathbf{S}_x]_{i,j}^n \nabla \mathbf{U}_{i,j}^n = [\mathbf{S}_x]_{i,j}^n (\mathbf{U}_{i,j}^n - \mathbf{U}_{i-1,j}^n), \end{aligned}$$

где

$$1 \leq b \leq b_{\max} = (3 - \phi) / (1 - \phi), \quad \phi \leq 1,$$

Здесь $[\mathbf{S}_x]$ – матрица, строки которой суть левые собственные векторы матрицы Якоби $[\mathbf{A}_x] = \partial \mathbf{F}_x / \partial \mathbf{U}$ и обратная ей матрица $[\mathbf{S}_x^{-1}]$.

Во всех расчетах использованы значения $\phi = 1/3$ и $b = b_{\max}$, при которых достигается третий порядок аппроксимации применительно к модельному линейному гиперболическому уравнению переноса и ограничительная функция следующего вида [8, 9]:

$$\begin{aligned} \min \text{mod}(a, b) &= \\ &= \begin{cases} 0, & \text{если } ab \leq 0, \\ \text{sign}(a) \min(|a|, |b|), & \text{если } ab > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

В расчетах двумерного течения (для качественного моделирования выравнивания потока по сечению канала) на расстоянии $2H$ от МС вводилась искусственная вязкость $\mu_T = \mu_{T0} |x - x_0|$ и теплопроводность, $\text{Pr}_T = \mu_T c_p / \lambda_T = 1$. Данный прием можно интерпретировать как введение алгебраической модели турбулентного обмена. Для таких подобластей каналов в (11) вместо потоков \mathbf{F}_y подставляется сумма $\mathbf{F}_y^* = \mathbf{F}_y + \mathbf{F}_{yT}$, где

$$\mathbf{F}_{yT} = [0, -\mu_T \frac{\partial u_x}{\partial y}, 0, -\mu_T u_x \frac{\partial u_x}{\partial y} - \lambda_T \frac{\partial T}{\partial y}].$$

Указанные члены уравнений аппроксимированы центрально-разностными формулами, например

$$-\left[\mu_T \frac{\partial u_x}{\partial y} \right]_{i+\frac{1}{2},j}^n \approx -\mu_T(x_{i+\frac{1}{2}}) \frac{(u_x)_{i+\frac{1}{2},j+1}^n - (u_x)_{i+\frac{1}{2},j}^n}{\Delta y}$$

с погрешностью $O(\Delta y^2)$.

Для модели одномерных (1D) участков канала методом, аналогичным описанному выше для уравнений (11), аппроксимированы по x и по t уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_x}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [\rho, \rho u, \rho E]^T, \\ \mathbf{F}_x &= [\rho u, \rho u^2 + p, \rho u E + \rho u]^T, \\ E &= e + 0,5 u^2. \end{aligned}$$

Параметры потока на границах ячеек, как для (12), так и для (11), вычислялись процедурой приближенного решения задачи о распаде разрыва, предложенной в [10].

На стыке канала и емкости в одномерном расчете плотности потоков определялись по модели МС КЛАПАН, на стыке двух каналов – по модели МС ДИАФРАГМА из [2].

В программном модуле, реализующем «нульмерную» модель емкости, также двухэтапным методом по t численно решалась система дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \mathbf{S}(\mathbf{U}, t), \quad (13)$$

с векторами консервативных переменных и источников, соответственно, вида

$$\mathbf{U} = [\rho V, \rho E V]^T \quad \text{и} \quad \mathbf{S} = [G, Gh^*]^T,$$

где V – постоянный объем, G – расход, $h^* = e + p/\rho + 0,5 u^2$ – полная энтальпия в потоке.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

При численном решении всех трех тестовых задач использовалась сетка с квадратными ячейками. Соотношение между Δt и $\Delta x = \Delta y$ задавалось величиной

$$CFL = \frac{c_0 \Delta t}{\Delta x} = 0,374,$$

т. е. *числом Куранта*, подсчитанным по параметрам в невозмущенном газе, а искусственная вязкость $\mu_{\tau 0}$ (в двумерном расчете) — числом

$$\frac{\rho_0 H c_0}{\mu_{m 0}} = 500.$$

В расчетах использована модель идеального совершенного газа с $\gamma = 1,4$. Трение и теплоотдача в стенку канала во всех случаях не учитывались, т. е. на стенках ставились граничные условия непротекания.

Во всех расчетах достигнуто достаточно высокое пространственно-временное разрешение, благодаря применению высокоточного численного метода и достаточно подробной расчетной сетки, в которой (для всех трех задач) на полуширину узкого канала приходилось $N_y = 42$ ячейки. Размеры прямоугольной полости, игравшей роль емкости в задачах по рис. 6, б и в: длина — $7H$, высота — $4H$ (см. рис. 8 и 10).

Результаты одномерных расчетов с результатами расчетов в 2D сравнивались по виду профилей средней по сечению плотности.

Так, для **первой тестовой задачи** (о взаимодействии ВКА с сужением канала), профили плотности в начальных условиях из численных решений, полученных после 2600 шагов по времени, показаны на рис. 7.

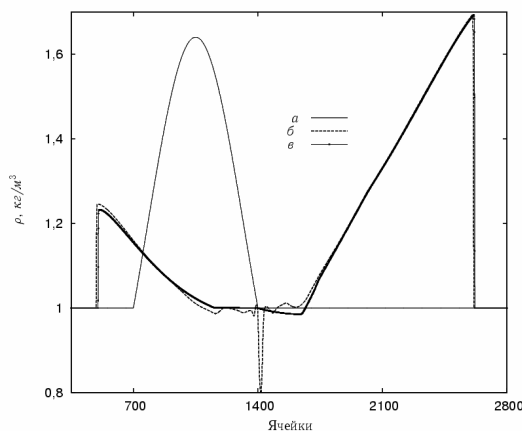


Рис. 7. Профили плотности из решения задачи о взаимодействии ВКА сжатия с сужением: *a* — начальные условия; *б* — расчет в 2D; *в* — расчет в 1D

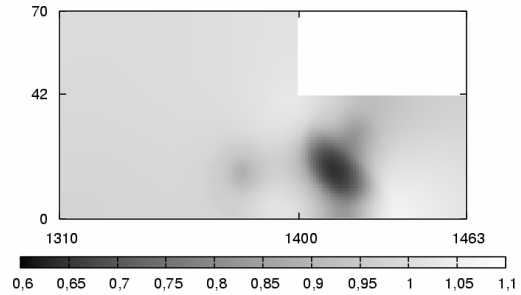


Рис. 8. Поле плотности из решения в 2D задачи о взаимодействии ВКА сжатия с сужением

Сразу отметим отличное воспроизведение расчетом в 1D как амплитуд, так и форм отраженной от сужения (и особенно — прошедшей в узкий канал) уединенных ВКА сжатия при том, что длина исходной (задаваемой в НУ) волны составила всего $L/H = 10$ (рис. 6, а).

Существенное отличие решения в 1D от решения в 2D наблюдается только непосредственно за сужением, где расчетом в 2D получен интенсивный вихрь (рис. 8).

Для **второй тестовой задачи** (об отражении ВКА сжатия от конца канала) профили плотности из НУ, а также полученные в 2D и 1D расчетах после 3000 шагов по времени, показаны на рис. 9. Расхождение между решениями в 2D и 1D здесь весьма существенное, несмотря на то, что относительная длина исходной волны больше — $L/H = 20$; можно объяснить расхождение тем, что в 2D в окрестности среза канала при втекании в емкость долгое время формируется область повышенного давления, и, как следствие — условие равенства статических давлений на срезе и в емкости, принимаемое в 1D и приводящее к зависимости (9), не выполняется.

Поле плотности после 3000 шагов численного расчета в 2D показано на рис. 10.

Профили плотности из НУ и решений третьей тестовой задачи — об отражении ВКА разрежения от конца канала, полученных после 2500 шагов по времени — приведены на рис. 11. Здесь также «одномерное» решение существенно отклоняется от решения, полученного в 2D, в основном, в области «головы» отраженной волны. Погрешности такого вида, ограниченный участок профиля волны в 2–3 калибра канала, по-видимому, неизбежны (и часто вполне допустимы — при достаточно длинных волнах).

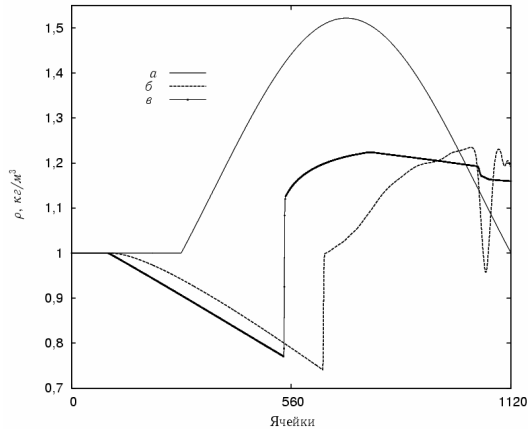


Рис. 9. Профили плотности из решения задачи об отражении ВКА сжатия от открытого конца канала: *a* – начальные условия; *b* – расчет в 2D; *v* – расчет в 1D

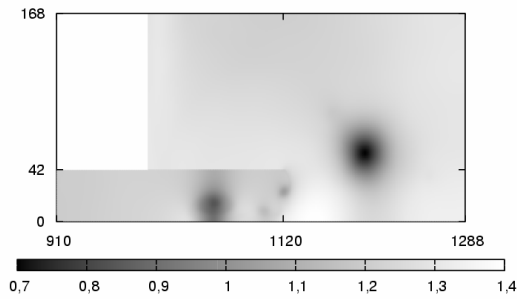


Рис. 10. Поле плотности из решения в 2D задачи об отражении ВКА сжатия от открытого конца

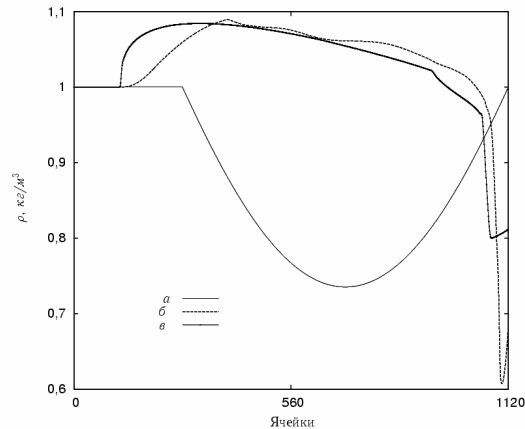


Рис. 11. Профили плотности из решения задачи об отражении ВКА разрежения от насадки Борда: *a* – начальные условия; *b* – расчет в 2D; *v* – расчет в 1D

По результатам проведенных сравнений ни в одном случае нельзя утверждать, что выявленные отклонения в результатах моделирования течения в 1D – следствие применения статической зависимости вида (8). Можно, однако, сказать, что в условиях проведенных численных экспериментов именно неучет в одномерном («гидравлическом») приближении зависящих

от времени течений в окрестности местных сопротивлений обуславливает искажение картины нестационарного потока в трубопроводе при описании его в 1D.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тестирование методики моделирования нестационарных течений через местные сопротивления в одномерной постановке, проведенное в [2] по данным натурального эксперимента и для волн умеренной интенсивности, продолжено в данной работе средствами вычислительного эксперимента. Такая постановка достаточна для выявления возможных недостатков описания течений через местные сопротивления (МС) относительно коротких волн конечной амплитуды умеренной интенсивности (т. е. когда необходим строгий учет сжимаемости среды).

По результатам сравнения графиков численных решений, полученных при одномерной и пространственной (двумерной) постановках задач о прохождении волн через МС (рис. 7–11), можно заключить, что предлагаемые в [2] модели нестационарного течения через МС достаточно адекватны, но лишь в пределах относительно длинных волн. Для относительно коротких волн (например, при $L/H \approx 20$ и менее), и особенно – для стыков каналов и емкостей, пренебрежение (в 1D) нестационарными процессами в окрестности МС приводит к заметным искажениям расчетных профилей отраженных волн, даже при плавном профиле исходной волны.

В обоих рассмотренных примерах с отражением ВКА от открытого конца канала в 1D получался более полный профиль головной части отраженной волны; можно предположить, что отмеченное в [2] «ускоренное» движение (по расчету в 1D) волн по трубопроводу вызвано именно данным эффектом.

Полученные результаты ставят под сомнение возможность достоверно моделировать в 1D неустановившиеся течения для относительно коротких ($L/D \approx 10$ и менее) волн конечной амплитуды (по крайней мере через не загроможденный стык канала и емкости).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рудой Б. П. Прикладная нестационарная гидродинамика: учебн. пособие. Уфа : УАИ, 1988. 184 с.
2. Черноусов А. А. О достоверности результатов моделирования движения волн конечной амплитуды в длинном неразветвленном трубопроводе с местными сопротивлениями в одномерном приближении // Вестник УГАТУ. 2009. Т. 12, № 1(30). С. 197–210.

3. **Абрамович Г. Н.** Прикладная газовая динамика: учебн. руководство; В 2 ч. Ч. 1. М.: Наука, 1991. 600 с.

4. **Рудой Б. П., Черноусов А. А.** Определение коэффициентов гидравлических потерь в вычислительном эксперименте // Актуальные проблемы авиадвигателестроения. Уфа: УГАТУ, 1998. С. 189–197.

5. **Черноусов А. А.** Определение гидравлических характеристик местных сопротивлений в газоздушных трактах ДВС вычислительным экспериментом: дисс. ... канд. техн. наук. Уфа: УГАТУ, 1998. 164 с.

8. **Дулов В. Г.** Распад произвольного разрыва параметров газа на скачке площади сечения // Вестник ЛГУ (Сер. матем., мех. и астрон.). 1958. № 19. Вып. 4. С. 76–99.

7. **Яушев И. К.** Распад произвольного разрыва в канале со скачком площади сечения // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1967. № 8. Вып. 2. С. 109–120.

8. **Иванов М. Я., Нигматуллин Р. З.** Неявная схема повышенной точности для численного интегрирования уравнений Эйлера // Ж-л вычисл. матем. и матем. физ. 1987. Т. 27, № 11. С. 1725–1735.

9. **Иванов М. Я., Крупа В. Г., Нигматуллин Р. З.** Неявная схема повышенной точности для интегрирова-

ния уравнений Навье–Стокса // Там же. 1989. Т. 29, № 6. С. 888–901.

10. **Roe P. L.** Characteristic-based schemes for the Euler equations // Ann. Rev. Fluid. Mech. 1986. V. 8. P. 337–369.

ОБ АВТОРЕ



Черноусов Андрей Александрович, доц. каф. ДВС. Дипл. инж.-мех. по ДВС (УГАТУ, 1994). Канд. техн. наук по тепловым двигателям (УГАТУ, 1998). Иссл. в обл. числ. моделир. газообмена и раб. проц. ДВС, выч. гидрогазодинамики.