

УДК 519.6:622.32

**Н. Р. КОНДРАТЬЕВА, Н. Ф. ЛУКМАНОВ****ВЛИЯНИЕ ВЫБОРА СЕТКИ  
НА МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРАЦИИ**

В работе рассмотрено влияние угла наклона у верхней и нижней грани ячеек модели на результаты расчета. Определены условия, когда ошибка расчета, связанная с наличием наклона, минимальна. *Численная схема ; фильтрационная модель ; ошибка*

**ВВЕДЕНИЕ**

На современном этапе развития нефтяной и газовой промышленности для принятия правильных решений при проектировании и разработке нефтяных месторождений необходимы адекватные технологические модели. Их применение позволяет оценивать запасы месторождений, анализировать текущее состояние разработки, прогнозировать различные сценарии разработки, проводить мониторинг гидродинамических характеристик, обосновывать мероприятия по исследованию месторождений.

Технологические модели используются при решении основных задач разработки в течение всего цикла эксплуатации месторождений. В связи с этим особенно важно, чтобы они адекватно описывали реальный пласт и поведение в нем флюидов.

Одним из важнейших результатов, получаемых при гидродинамическом моделировании, является картина заводнения. Среди факторов, определяющих картину заводнения в модели, рассмотрим способ разбиения моделируемого объема на ячейки.

Ранее исследовались зависимости картины обводнения от размеров ячейки и от типа сетки радиальная (Radial) или модель с блочно-центрированной сеткой (Cartesian) [3].

В приводимой работе исследуется влияние наличия (или отсутствия) угла наклона у верхней и нижней грани ячеек модели. Данная проблема интересна в силу известного противоречия: при расчете фильтрационных моделей в современных симуляторах (например, Eclipse) предполагается, что ячейку моделирования можно считать прямым параллелепипедом, и

различие высот угловых точек по верхней грани мало по сравнению с размером ячейки по латерали. При малых углах наклона (менее 5 градусов у верхней и нижней грани) ошибка считается несущественной [1, с. 293].

На практике стандартный подход при выборе сетки состоит из непосредственного использования сетки, полученной при геологическом моделировании исходя из принципов напластования. Но при геологическом моделировании решаются иные задачи, чем при гидродинамическом моделировании.

Разработка месторождений со сложной геологией порождает необходимость работать с моделями, в которых ячейка геологической модели, по сути, является наклонным параллелепипедом, с углами наклона, достигающими 30 градусов и более. С проблемой такого рода авторы столкнулись в ходе построения и адаптации технологической модели одного из месторождений НК «Роснефть».

Цель данной статьи заключается в определении зависимости фронта движения воды от способа разбиения ячеек, определении условий, ограничивающих выбор модели, в исследовании влияния на эту зависимость объема ячеек и отношения вертикальной и горизонтальной проницаемостей.

Покажем, каким образом влияет угол наклона граней ячейки на расчет.

Моделирование пласта на большей части современных симуляторов делается на основе численного решения уравнений многофазного потока в коллекторах. В систему этих уравнений входят уравнения сохранения массы, закон Дарси и ряд соотношений, связывающих насыщенности и капиллярные давления.

Уравнения массового баланса в модели Маскета-Мереса с нелетучей нефтью записываются в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi \frac{S_o}{B_o} \right\} + \operatorname{div} \bar{u}_o &= q_o, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi \frac{S_w}{B_w} \right\} + \operatorname{div} \bar{u}_w &= q_w, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi \frac{S_g}{B_g} + \phi R_{so} \frac{S_o}{B_o} \right\} + \operatorname{div} (\bar{u}_g + R_{so} \bar{u}_o) &= q_{fg} + R_{so} q_o, \\ S_o + S_w + S_g &= 1, \end{aligned}$$

где соответственно  $S_o, S_w, S_g$  – насыщенность нефтью, водой, газом,  $B_o, B_w, B_g$  – объемный коэффициент нефти, воды и газа,  $\phi$  – пористость,  $\bar{u}_o, \bar{u}_w, \bar{u}_g$  – векторы скорости фильтрации нефти, воды и газа,  $q_o, q_w$  – изменение массы воды и нефти в единице объема в единицу времени,  $q_{fg}$  – изменение массы свободного газа в единице объема в единицу времени,  $R_{so}$  – газосодержание нефти.

Закон Дарси

$$\begin{aligned} \bar{u}_o &= K \lambda_o (\operatorname{grad} P_o - \rho_o g \operatorname{grad} D), \\ \bar{u}_w &= K \lambda_w (\operatorname{grad} P_w - \rho_w g \operatorname{grad} D), \\ \bar{u}_g &= K \lambda_g (\operatorname{grad} P_g - \rho_g g \operatorname{grad} D), \end{aligned}$$

где соответственно  $\lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}, \lambda_w = \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w},$

$\lambda_g = \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g},$   $K$  – тензор абсолютной проницаемости,  $P_o, P_w, P_g$  – давление нефти, воды и газа,

$g$  – ускорение свободного падения,  $D = D(x, y, z)$  – глубина,  $\rho_o, \rho_w, \rho_g$  – плотность нефти, воды и газа,

Обозначим

$$\begin{aligned} F_w &= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi \frac{S_w}{B_w} \right\} - q_w, \\ F_o &= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi \frac{1 - S_w - S_g}{B_o} \right\} - q_o, \\ F_g &= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \phi \frac{S_g}{B_g} + \phi \frac{(1 - S_w - S_g) R_{so}}{B_o} \right\} - q_g. \end{aligned}$$

Тогда после подстановки закона Дарси в формулу массового баланса получим

$$\begin{aligned} F_o &= \nabla (K \lambda_o (\nabla P_o - \rho_o g \nabla D)), \\ F_w &= \nabla (K \lambda_w (\nabla P_w - \rho_w g \nabla D)), \\ F_g &= \nabla (K \lambda_g (\nabla P_g - \rho_g g \nabla D)) + \\ &+ \nabla (K R_{so} \lambda_o (\nabla P_o - \rho_o g \nabla D)). \end{aligned}$$

Используя метод конечных объемов и формулу Грина, приведем предыдущие соотношения к виду

$$\begin{aligned} \int_{\partial V} (K \lambda_o (\nabla P_o - \rho_o g \nabla D), \bar{n}) ds &= \int_{\partial V} F_o dV, \\ \int_{\partial V} (K \lambda_w (\nabla P_w - \rho_w g \nabla D), \bar{n}) ds &= \int_{\partial V} F_w dV, \\ \int_{\partial V} (K \lambda_g (\nabla P_g - \rho_g g \nabla D), \bar{n}) ds &= \int_{\partial V} F_g dV, \end{aligned}$$

где  $\bar{n}$  – внешняя нормаль к поверхности блока сетки. Обозначим  $\Phi_o = P_o - \rho_o g D$ . Получим

$$\int_{\partial V} (K \lambda_o \nabla \Phi_o, \bar{n}) ds = \int_{\partial V} F_o dV.$$

Если угол между нормалью и прямой, соединяющей центры соседних ячеек, равен  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , то

$$\begin{aligned} K \lambda_o \nabla \Phi_o &= \lambda \times \\ &\times \left( K_{xx} \frac{\partial \Phi_o}{\partial x} \cos \alpha, K_{yy} \frac{\partial \Phi_o}{\partial y} \cos \beta, K_{zz} \frac{\partial \Phi_o}{\partial z} \cos \gamma \right). \end{aligned}$$

В ежедневной работе применение многоточечной аппроксимации (MPFA) неприемлемо в силу значительных временных затрат при незначительном улучшении результатов расчета, как показано в статье [2]. Однако при использовании двухточечной аппроксимации (TPFA) значения косинусов углов игнорируются! Таким образом, при ненулевых углах наклона возникает ошибка, увеличивающаяся с увеличением угла отклонения от нормали. Далее проверим, насколько будут различаться результаты расчета при различных углах. В пакете геологического моделирования «Petrel» построен ряд моделей, различающихся способом разбиения объема на ячейки. Моделируемый объем у всех моделей одинаковый (24,2м×668,7м×160м). В моделях первого типа (uniform) моделируемый объем разбивается на слои наклонными плоскостями, параллельными кровли резервуара (рис.1, а), отстоящими друг от друга на равные расстояния. В моделях второго типа (nonuniform) (рис.1, б) объем разбивается на слои горизонтальными плоскостями, также отстоящими друг от друга на равные расстояния.

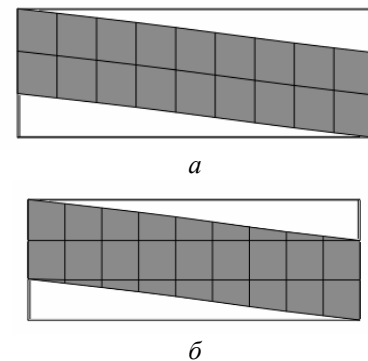


Рис. 1. Тип разбиения на слои:  
а – uniform; б – nonuniform

## СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

При расчетах оценивалось влияние вертикальной проницаемости и высоты ячеек. В ходе анализа способов разбиения uniform–nonuniform было рассмотрено 4 случая (в названии модели число – количество слоев): Uniform\_2 и Nonuniform\_3 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:10; Uniform\_2 и Nonuniform\_3 при отношении 1:1; Uniform\_4 и Nonuniform\_6 при отношении 1:10; Uniform\_4 и Nonuniform\_6 при отношении 1:1.

### Сравнение моделей Uniform\_2 и Nonuniform\_3 с отношением вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:10

Размерность моделей 9x1x2 и 9x1x3 (рис.1). Модели типа Black Oil. По всем ячейкам модели пористость 0,3, проницаемость по оси X 1мД, проницаемость по оси Y 300 мД, песчаность 0,6.

Начальное условие: явное задание давления (во всех ячейках – 200 bar) и водонасыщенности (во всех ячейка равна 0), граничное условие – нет перетока. Нагнетательная скважина работала с контролем по забойному давлению (300 bar), добывающая скважина с контролем по дебиту жидкости (150 м<sup>3</sup>/сут). Геометрическое расположение скважин в пространстве и глубина перфораций для всех видов моделей одинаковы. Все модели рассчитывались в пакете гидродинамического моделирования Eclipse Version 2004A\_1. Все остальные параметры моделей приведены ниже в разделе описания модели.

Проводилось сравнение динамики обводненности. По результатам расчета моделей обнаруживается их существенное различие. Накопленная добыча воды для модели с равномерным разбиением составляет 350,1 тыс. тонн, в модели с наклонным разбиением – 369,6 тыс. тонн. Отличие по накопленной добыче воды достигает 5,3%. Таким образом, задание неравномерного распределения по своему эффекту сходно с увеличением латеральной проницаемости в модели с равномерным распределением.

Основные различия динамики обводненности происходят до достижения обводненности в 75% по обеим моделям. Так как до этого момента происходит выработка большей части запасов углеводородов, данные различия имеют большое значение.

Результаты моделирования также приведены на рис. 2 и 5.

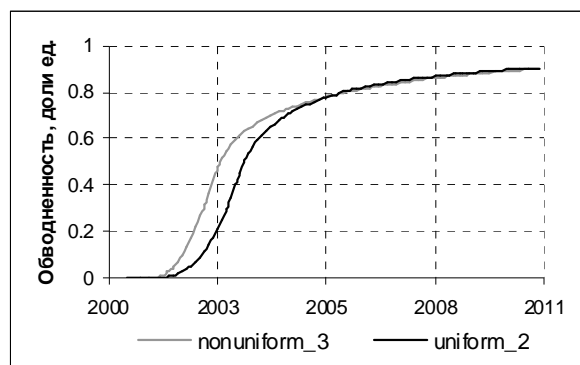


Рис. 2. Динамика обводненности моделей Uniform\_2 и Nonuniform\_3 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:10

### Сравнение моделей Uniform\_4 и Nonuniform\_6 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:10

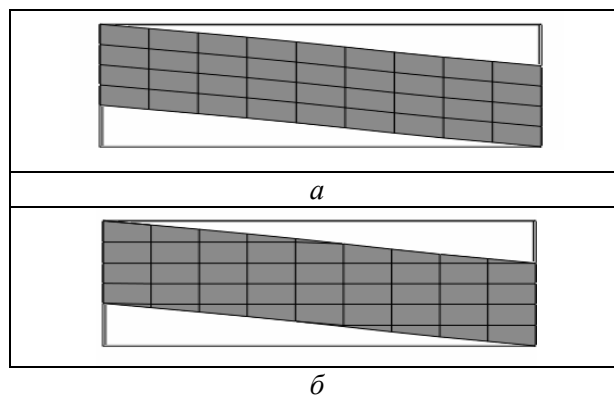


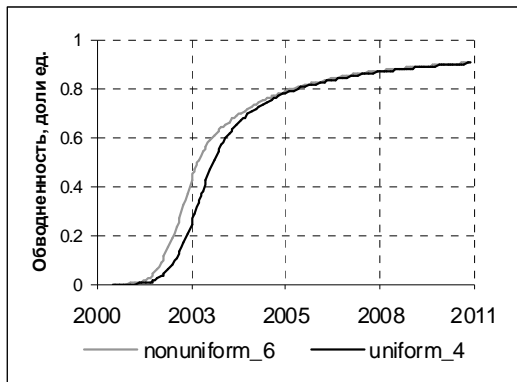
Рис. 3. Модель (а) Uniform\_4 и (б) Nonuniform\_6 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:10

Размерность моделей 9x1x4 (рис. 3, а) и 9x1x6 (рис. 3, б). От описанных выше эти модели отличаются только числом слоев и, соответственно, высотой ячеек. В целом, здесь, хотя и в меньшей степени, повторяются эффекты, описанные выше. Результаты моделирования приведены на рис. 4 и 5.

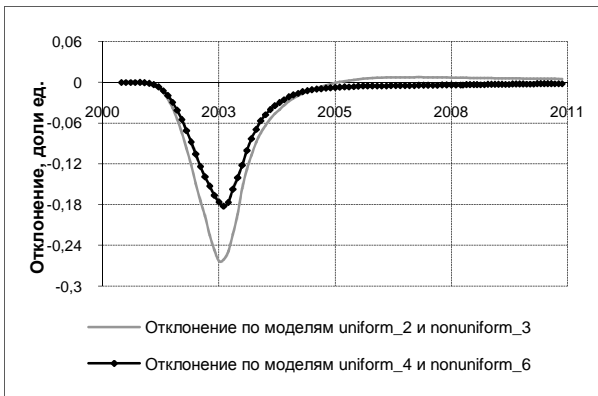
Накопленная добыча воды для модели с равномерным разбиением составляет 352,9 тыс. тонн, в модели с наклонным разбиением 369,7 тыс. тонн. Отличие в 4,5%.

Рис. 5 позволяет лучше оценить различие текущих значений обводненности. На нем представлены графики разностей значений обводненности по моделям Uniform\_2 и Nonuniform\_3, Uniform\_4 и Nonuniform\_6 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:10. Видно, фронт воды в моделях Uniform приходит позже по сравнению с Nonuniform. Причем различие в значении обводненности весьма существенное: в одном случае максимальное отличие более 25%, в другом – более 15%. Также можно сделать вывод, что модель с более мелкой сет-

кой является точнее. Тем не менее, различия в разбиении оказывают существенное влияние и на модель с более мелкими ячейками.



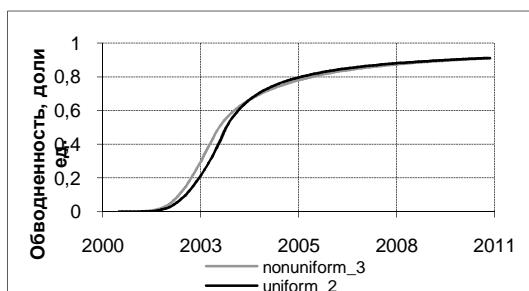
**Рис. 4.** Динамика обводненности для моделей Uniform\_4 и Nonuniform\_6 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:10



**Рис. 5.** График отклонений для моделей Uniform\_2 и Nonuniform\_3; Uniform\_4 и Nonuniform\_6 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:10

#### Сравнение моделей Uniform\_2, Nonuniform\_3 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:1

Размерность моделей  $9 \times 1 \times 2$  и  $9 \times 1 \times 3$  (рис. 1). Результаты моделирования приведены на рис. 6 и 8.

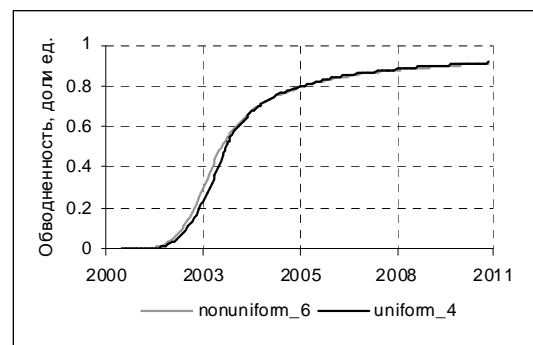


**Рис. 6.** Динамика обводненности для моделей Uniform\_2 и Nonuniform\_3 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:1

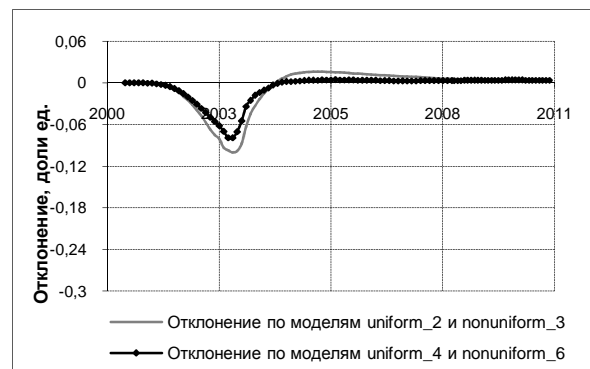
Накопленная добыча воды в модели с равномерным разбиением составляет 358,0 тыс. тонн, в модели с наклонным разбиением – 369,7 тыс. тонн. Отличие в 3,2%. С увеличением вертикальной проницаемости разница в графиках обводненности упала по сравнению с графиками для аналогичных моделей, где вертикальная проницаемость на порядок меньше.

#### Сравнение моделей Uniform\_4, Nonuniform\_6 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:1

Размерность моделей  $9 \times 1 \times 4$  и  $9 \times 1 \times 6$  (рис. 3). Результаты моделирования приведены на рис. 7 и 8.



**Рис. 7.** Динамика обводненности для моделей Uniform\_4 и Nonuniform\_6 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:1



**Рис. 8.** График отклонений для моделей Uniform\_2 и Nonuniform\_3; Uniform\_4 и Nonuniform\_6 при отношении вертикальной проницаемости к горизонтальной 1:1

Накопленная добыча воды для модели с равномерным разбиением составляет 357,3 тыс. тонн, в модели с наклонным разбиением – 361,1 тыс. тонн. Отличие в 1,1%. С увеличением вертикальной проницаемости, а также с увеличением числа слоев разница в графиках обводненности упала. Максимум отклонения по моделям с более крупной сеткой изменился с 26% до 10%, по мелкой сетке – с 18% до 8%. В данном случае, несмотря на уменьшение различий между моделями, способ разбиения по-прежнему зна-

чительно влияет на движение фронта, что подтверждает выводы, сделанные выше.

Рис. 8 показывает, что при увеличении вертикальной проницаемости обнаруженный эффект ослабевает. Различия по значениям обводненности менее 10% и менее 9%.

### ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Свойства флюидов:

Плотность нефти в поверхностных условиях 870 кг/м<sup>3</sup>.

Объемный фактор нефти 1,15 м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>.

Вязкость нефти 2,1 сПз.

Плотность воды в поверхностных условиях 1000 кг/м<sup>3</sup>.

Объемный фактор воды 1 м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>.

Вязкость воды 0,44 сПз.

Относительные фазовые проницаемости построены по зависимостям:  $K_{ro} = (1-S)^2$ ,  $K_{rw} = S^2$ , где  $S$  – водонасыщенность.

Таблица 1

Основные параметры фильтрационной модели

Объем пласта	24,2м × 668,7 м × 160 м
Пористость	0,3
Проницаемость по оси X	1 мД
Проницаемость по оси Y	300 мД
Проницаемость по оси Z	30 мД, 300 мД
Начальное давление	200 bar
Начальная нефтенасыщенность	1
Граничное условие	$\frac{\partial P}{\partial n} = 0$
Забойное давление на нагнетательной скважине	30МПа
Дебит жидкости на добывающей скважине	150 м <sup>3</sup> /сут

### ВЫВОДЫ

На основе результатов исследования можно сделать следующие выводы:

1. Схема разбиения моделируемого объема существенно влияет на расчет проводимости в моделях со сложной геометрией. Причем основные различия происходят до достижения обводненности в 75% по обеим моделям в период, когда происходит основной отбор запасов углеводородов.

2. При расчете проводимости по направлениям ошибка уменьшается с уменьшением угла между нормалью и прямой, соединяющей центры соседних ячеек.

3. При моделировании многослойного пласта с низкой вертикальной проницаемостью

предпочтение следует отдать модели с неравномерным разбиением.

4. Если изменить тип модели (с равномерного на неравномерный) не представляется возможным, следует увеличить горизонтальную проницаемость.

5. В областях с большими углами наклона кровли и подошвы желательнее создавать более мелкую сетку.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азиз, Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. М. : Недра, 1982. 407 с.

2. Богачев, К. Ю. Применение метода опорных операторов для эффективного гидродинамического моделирования пластов на неструктурированных неортогональных сетках / К. Ю. Богачев, Н. С. Мельниченко, В. Г. Шелков // Нефтяное хозяйство. М.: Нефтяное хозяйство, 2008. Вып. 3. С. 25–47.

3. Кондратьева, Н. Р. Анализ численных эффектов при 3D моделировании процессов многофазной фильтрации / Н. Р. Кондратьева // Фундаментальный базис новых технологий нефтяной и газовой промышленности. М. : Геос, 2007. С. 270–271.

### ОБ АВТОРАХ



**Кондратьева Найля Рашитовна**, аспирант. Дипл. математик (БГУ, 2004). Иссл. в обл. моделирования процессов фильтрации.



**Лукманов Наиль Флерович**, доц. каф. матем. Дипл. математик-инж. (УГАТУ, 1998). Канд. физ.-мат. наук (Уфа, 2007). Иссл. в обл. слушайн. процессов, страховой и финн. математики, моделирования процессов фильтрации.