

УДК 621.391

В. В. БЛОХИН, И. В. КУЗНЕЦОВ, А. Х. СУЛТАНОВ

КООРДИНИРОВАННОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЧАСТОТНОГО РЕСУРСА В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ ТОПОЛОГИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Предлагается метод решения задачи частотного планирования для систем радиосвязи со свободным доступом, позволяющий оптимизировать общую полосу выделяемых частот каналов системы в масштабе реального времени.

Радиосвязь; частотное планирование; граф; гамильтонова цепь

В процессе эксплуатации и проектирования систем радиосвязи с множественным доступом важное место занимает координированное планирование частотного ресурса. Под частотным координированным планированием понимается распределение (назначение) каналов (диапазонов частот) между средствами радиодоступа (множеством приемопередатчиков системы радиосвязи) с целью обеспечения требуемого качества связи, достигаемого за счет учета внутрисистемных, соканальных, межсистемных и иных показателей электромагнитной совместимости. При этом важной составляющей цели частотного планирования является экономия общей полосы занимаемых частот всей системы радиосвязи, которая позволяет снизить расходы на эксплуатацию системы радиосвязи в целом.

Следует отметить, что задача координированного планирования частотного ресурса достаточно многогранна и включает в себя много аспектов. Одной из проблемных сторон задачи частотного планирования является отсутствие достаточно эффективных алгоритмов ее решения. В частности, одним из способов решения задачи частотного планирования является прямой перебор имеющихся вариантов, который в большинстве случаев нереализуем из-за большого объема вычислений, не позволяющих осуществлять распределение частот между достаточно большим числом средств радиодоступа в реальном (или близком к реальному) масштабе времени. Другой способ решения — приближенный «эвристический» метод Бокса [1]. Главный недостаток этого метода заключается в неизученности вопроса сходимости предложенного алгоритма. Наиболее эффективным способом частотно-временного планирования яв-

ляются алгоритмы теории последовательных решений, динамического программирования Беллмана [2–4]. Однако эти методы не всегда позволяют получить точное решение задачи частотного планирования, особенно в течение заданного либо ограниченного интервала времени.

Поэтому предлагается решить задачу частотно-временного планирования на основе топологического метода с привлечением математического аппарата теории графов [5, 6]. Предлагаемый метод дает относительно простой, но достаточно точный способ решения задачи в масштабе реального времени, а также учитывает общую экономию всей полосы занимаемого частотного диапазона системы радиосвязи.

Постановка задачи. Пусть известно общее число K средств доступа системы радиосвязи и симметрическая матрица Δ частотных ограничений

$$|\Delta_{ij}|_{K \times K}, \quad (1)$$

где каждый элемент Δ_{ij} ($\Delta_{ij} > 0$, если $i \neq j$, и $\Delta_{ij} = 0$, если $i = j$) определяет минимально допустимую величину разности канальных частот между i -м и j -м средством радиодоступа. Далее введем допущение, что элементы Δ_{ij} подчиняются правилу «треугольника», т. е.

$$\Delta_{kl} + \Delta_{mn} \geq \Delta_{ij}, \quad k, l, m, n, i, j = \overline{1, K}. \quad (2)$$

Необходимо определить множество $\Omega(f) = \{f_1, \dots, f_K\}$ канальных частот средств радиодоступа с учетом выполнения частотных ограничений, т. е.

$$|f_i - f_j| \geq \Delta_{ij}, \quad i, j = \overline{1, K}, \quad (3)$$

при условии, что полоса занимаемых частот ΔF минимальна, т. е.

$$\Delta F = \min \left(\max_{i \in \{1, \dots, K\}} f_i - \min_{i \in \{1, \dots, K\}} f_i \right), \quad (4)$$

а сами присваиваемые частоты должны лежать в диапазоне

$$f_i \geq f_{\min}, \quad (5)$$

где f_{\min} — нижняя граница диапазона.

Решение задачи. Вначале рассмотрим графо-теоретическую трактовку задачи. Для этого на матрице частотных ограничений (1) поставим в соответствие неориентированный полный нагруженный граф G , в котором каждому ребру r_{ij} (образующих в совокупности множество R), ставится в соответствие вес ребра, численно равный значению элемента Δ_{ij} . Другими словами, матрицу Δ можно рассматривать как матрицу смежности рассматриваемого полного нагруженного графа G . Отметим также, что в качестве вершин этого графа выступают номера средств радиодоступа, образующие в совокупности множество V . Далее, если допустить, что решение поставленной задачи известно, то это решение схематично можно изобразить в виде структуры на рис. 1, представляющей собой минимальную гамильтонову цепь C рассматриваемого исходного графа G . Гамильтоновой цепью называется простая цепь, содержащая все вершины V рассматриваемого графа [5]. Цепь C минимальна в том смысле, что величина ее полной меры $\mu(C)$ ($\mu(C)$ определяется как сумма мер ребер в ее составе) наименьшая среди множества полных мер всех гамильтоновых цепей, выделенных из структуры рассматриваемого графа. Заметим также, что нумерация вершин в гамильтоновой цепи на рис. 1 взята условно и не соответствует нумерации средств радиодоступа системы подвижной связи.

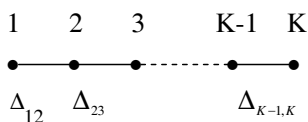


Рис. 1. Гамильтонова цепь

Докажем следующее утверждение.

Утверждение. Минимальная гамильтонова цепь (рис. 1) является решением поставленной задачи.

Доказательство. Во-первых, из минимальности C вытекает, что $\mu(C) \equiv \Delta F$, во-вторых,

частотные поддиапазоны передатчиков базовых станций при этом не пересекаются, в-третьих, легко проверить, что гамильтонова цепь, представленная на рис. 1, всегда будет удовлетворять условию (3). Для этого вначале получим рекуррентную формулу назначения частот базовым станциям множества $\Omega(f)$ для произвольной вершины с номером i ($i > 1$):

$$f_i = f_{i-1} + \Delta_{i-1,i}. \quad (6)$$

Возьмем далее точку j , расположенную правее точки i , т. е. $j > i$. Согласно (6) частота в точке j будет равна

$$f_j = f_i + \sum_{l=i}^{j-1} \Delta_{l,l+1}. \quad (7)$$

Вычислим модуль разности $f_j - f_i$:

$$|f_j - f_i| = \sum_{l=i}^{j-1} \Delta_{l,l+1} \geq \Delta_{ij}, \quad (8)$$

где оценка в правой части (8) вытекает из правила «треугольника». Следовательно, мы установили, что гамильтонова цепь является решением поставленной задачи, при этом формула (6) определяет множество $\Omega(f)$ искомым частот. Следует также сказать, что частота передатчика базовой станции с номером i может быть выбрана равной f_{\min} , т. е. согласно рис. 1 $f_1 = f_{\min}$.

Таким образом, решение поставленной задачи назначения частот базовых станций с учетом минимизации общей полосы занимаемого частотного диапазона сводится к выделению минимальной гамильтоновой цепи C неориентированного полного графа G , порождаемого матрицей частотных ограничений Δ . Доказательство существования минимальной гамильтоновой цепи в G следует из того, что исходный граф G является полным [5, 6].

Пример. Пусть в проектируемой системе подвижной радиосвязи имеется 6 средств радиодоступа ($K = 6$). При этом матрица частотных ограничений Δ (размерность ее элементов выражена в МГц) имеет вид

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0,00 & 1,10 & 1,50 & 1,11 & 2,00 & 1,90 \\ 1,10 & 0,00 & 1,00 & 1,60 & 1,05 & 1,12 \\ 1,50 & 1,00 & 0,00 & 1,45 & 1,40 & 1,20 \\ 1,11 & 1,60 & 1,45 & 0,00 & 2,05 & 1,30 \\ 2,00 & 1,05 & 1,40 & 2,05 & 0,00 & 1,95 \\ 1,90 & 1,12 & 1,20 & 1,30 & 1,95 & 0,00 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

Нижняя граница частотного поддиапазона $f_{\min} = 10$ МГц. Необходимо найти план распределения частот средств радиодоступа $\Omega(f) = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\}$ с учетом выполнения условия (4).

На первом этапе решения задачи выделим минимальную гамильтонову цепь из полного графа (рис. 2, а), порождаемого матрицей весов Δ .

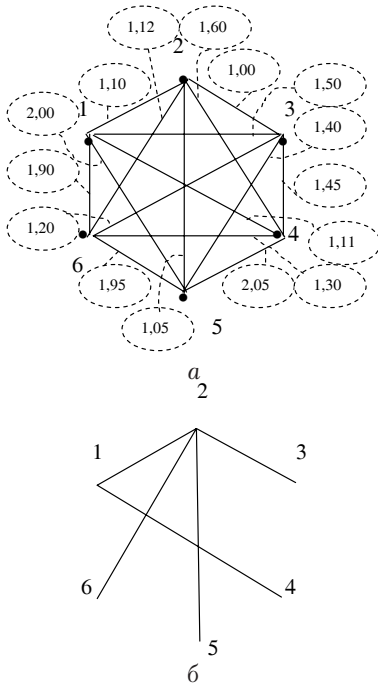


Рис. 2. а — исходный граф G , б — фундаментальное дерево $T(A)$

Как известно [5], задача нахождения минимальной гамильтоновой цепи эквивалентна задаче нахождения кратчайшего остовного дерева (фундаментального дерева) с тем ограничением, что никакая вершина не должна иметь степень, большую чем 2. Поэтому вначале, используя метод Краскала [5, 6], найдем фундаментальное дерево (ФД) (рис. 2, б). Из рис. 2 видно, что ФД не является гамильтоновой цепью, так как узловая вершина с номером 2 ФД имеет показатель степени, равный 4. Следовательно, дальнейший поиск гамильтоновой цепи будет связан с выделением альтернативных ФД из графов, полученных путем удаления из G пар ребер, инцидентных вершине 2 (см. рис. 2, в).

Последующий поиск проведем в соответствии с алгоритмом [5], использующим дерево решений. Для этого составим граф (рис. 3), в котором связи указывают на последовательно удаляемые ребра ФД (отмечены в фигурных скобках).

Из рис. 3 видно, что выделение гамильтоновой цепи будет определяться решением, по крайней мере, 6 частных задач, изображенных в виде вершин B, C, D, E, F, G . Узел A соответствует решению задачи выделения ФД из структуры исходного графа G . На рис. 4 приведены альтернативные ФД, полученные в результате решения задач B, C, D, E, F, G .

Заметим, что остовы $T(B), T(C), T(F), T(G)$ являются гамильтоновыми цепями, тогда как $T(D)$ и $T(E)$ таковыми не являются.

При этом наименьшая нижняя граница весов принадлежит остову $T(B)$ ($\mu(B) = 5,66$). Так как в дереве решений не произошло ветвления относительно висячих вершин (т.е. в множестве решений задач B, C, D, E, F, G присутствуют гамильтоновы цепи), следовательно, $T(B)$ есть искомая гамильтонова цепь, т.е. $C = T(B)$.

На следующем этапе нетрудно определить искомое множество $\Omega(f)$ распределения частот. Для этого можно воспользоваться рекуррентной формулой (6) и структурой гамильтоновой цепи $T(B)$ на рис. 4, а.

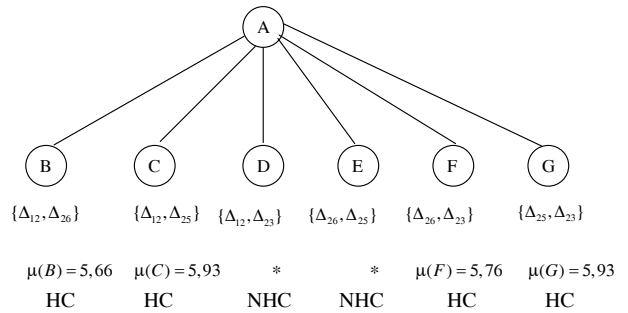


Рис. 3. Дерево решений (НС — гамильтонова цепь, ННС — не гамильтонова цепь)

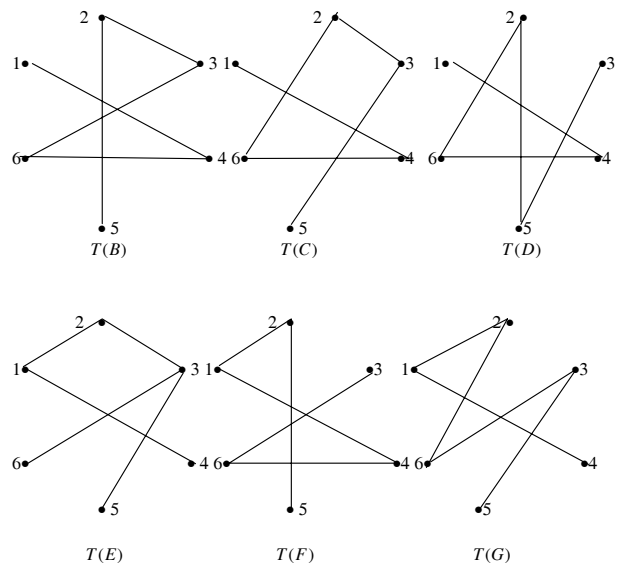


Рис. 4. Альтернативные ФД

Значения частот средств радиодоступа СПР сведены в таблицу. Заметим также, что полоса занимаемых частот в решаемой задаче $\Delta F = \mu(B) = 5,66$ МГц.

Другим преимуществом представленного алгоритма является то, что наряду с точным решением он дает решения, близкие к оптимальным (например, можно взять за основу гамильтонову цепь $T(E)$, тогда полоса занимаемых частот ΔF будет равна 5,76 МГц).

Таблица

f_1 МГц	f_2 МГц	f_3 МГц	f_4 МГц	f_5 МГц	f_6 МГц
10,00	14,61	13,61	11,11	15,66	12,41

Отметим, что степень эффективности (т.е. время, затрачиваемое на поиск решения) предложенного алгоритма определяется характером «распределения» значений элементов в матрице Δ . Так, в рассматриваемом примере оптимальный ответ получается за 6 «вызовов» алгоритма выделения ФД. Естественно предположить, что для других частных случаев число итераций в процессе выделения ФД (при сохранении размерности матрицы Δ) может «колебаться» от 1 и более раз.

В качестве ограничения на использование разработанного метода следует указать на то, что он применим для частотного планирования в рамках одного кластера (без повторного использования частот, что бывает характерным для систем мобильной радиосвязи).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Вох, Ф.** A heuristic Technique for Assigning Frequencies to Mobil Radio Nets / Ф. Вох // IEEE, Trans, on Vehicular Technology. 1978. V. VT-27, № 2. P. 57–64.
- Сосулин, Ю. Г.** Теория обнаружения и оценки стохастических сигналов / Ю. Г. Сосулин. М. : Советское радио, 1978. 320 с.
- Сосулин, Ю. Г.** Теория последовательных решений и ее применения / Ю. Г. Сосулин, М. М. Фишман. М. : Радио и связь, 1985. 272 с.
- Шорин, О. А.** Методы оптимального распределения частотно-временного ресурса в системах подвижной связи: автореф. дисс. на соиск. уч. ст. д-ра техн. наук / О. А. Шорин. МТУСИ, 2006.
- Кристофидес, Н.** Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. М. : Мир, 1978. 432 с.
- Нефедов, В. Н.** Курс дискретной математики / В. Н. Нефедов, В. А. Осипова. М. : МАИ, 1992. 264 с.

ОБ АВТОРАХ

Блохин Вячеслав Викторович, нач. службы по проектированию и строительству региональных сетей ОАО «ВымпелКом». Дипл. инженер-механик (МВТУ им. Баумана, 1981). Иссл. в обл. проектирования систем мобильной связи и обработки сигналов в телекоммуникациях.



Кузнецов Игорь Васильевич, доц. каф. телекоммуникац. систем. Дипл. инженер электронной техники. Канд. техн. наук по обработке сигналов и управлению (УГАТУ, 1998). Иссл. в обл. систем автоматического управления и теории обработки сигналов в телекоммуникациях.



Султанов Альберт Ханович, проф., зав. каф. телеком. систем. Дипл. инж. по многоканальн. электросвязи (Новосиб. электротехн. ин-т связи, 1973). Д-р техн. наук по упр. в техн. сист. (УГАТУ, 1996). Иссл. в обл. телеком. систем, оптоэлектр. аэрокосм. систем.