

УДК 539.3:621.6

Р. Г. ЯКУПОВ

## ДИНАМИКА ТРУБОПРОВОДА ПРИ КРАТКОВРЕМЕННО ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НАГРУЗКЕ

Рассматривается напряженно-деформированное состояние подземного трубопровода бесконечной длины при действии поперечной динамической нагрузки на участке ограниченной длины и ограниченной продолжительности действия. Трубопровод моделируется балкой на упругом основании. Уравнение движения теории изгиба балки решаем, используя интегральное преобразование Лапласа по времени. Полученные интегралы определены численно. Приведены графики изменения изгибающего момента по времени при разной продолжительности действия внешней силы и длине участка. *Трубопровод; динамическая сила; изгиб*

Работа является продолжением темы, начатой в работе [1], где, в частности, приведен обзор литературы. Исследования связаны с поиском и анализом источников опасности для магистральных трубопроводов, которые относятся к опасным производственным объектам. Проблема повышения прочности и надежности магистральных нефтепроводов до сих пор остается актуальной.

### 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваются напряжения и деформации балки бесконечной длины, находящейся в грунте, при действии равномерно распределенной на длине  $2L$  динамической нагрузки.

$$p(t) = p_0 [H(t) - H(t - t_0)],$$

где  $H(t)$  — функция Хевисайда

$$H(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t > 0, \\ 0 & \text{при } t < 0; \end{cases}$$

$t_0$  — продолжительность действия силы. Окружающий трубопровод грунт моделируем двусторонним основанием Винклера и силу сопротивления грунта определяем по формуле

$$q = \alpha \cdot W,$$

где  $\alpha$  — коэффициент основания,  $W$  — прогиб балки. Коэффициент основания принимаем в виде [2]

$$\alpha = \frac{0,12E_*}{(1 - \mu_*^2)} \sqrt{\frac{b}{l_0}}.$$

Здесь  $E_*$ ,  $\mu_*$  — модуль упругости и коэффициент Пуассона грунта,  $b$  и  $l_0$  — ширина поперечного сечения и единичная длина балки.

Поместим начало координат  $zOx$  с центром тяжести поперечного сечения балки посредине длины  $2L$ , направив ось  $x$  вдоль оси балки, ось  $z$  — по вертикали и используем обозначение  $a = L/h$ ,  $h$  — высота поперечного сечения балки, рис. 1.

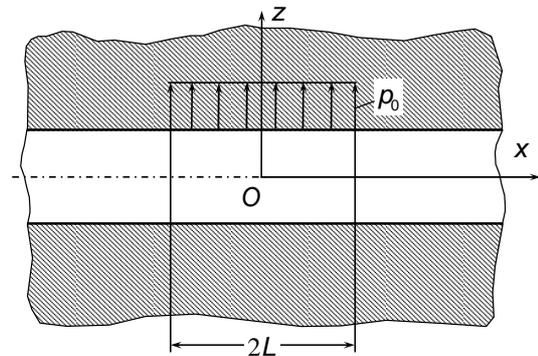


Рис. 1

Часть балки справа от начала координат  $0 \leq x \leq L$ , где приложена сила, назовем участком I, а остальную часть  $x > L$  — участком II.

Уравнение движения балки принимаем в форме

$$EJ_y \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \alpha W = p(t) - \rho F \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где  $E, \rho$  – модуль упругости и плотность материала балки,  $J_y, F$  – осевой момент инерции и площадь поперечного сечения балки.

Используем безразмерные величины

$$\xi = \frac{x}{h}, \quad \tau = \frac{c \cdot t}{h}, \quad \left( c^2 = \frac{E}{\rho} \right),$$

$$w = \frac{W}{h}, \quad m = \frac{M}{Eh^3}, \quad \delta_1 = \frac{b}{12h}$$

и уравнение (1) приводим к безразмерному виду:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \beta_1 w + \beta \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = \beta_2 [H(\tau) - H(\tau - \tau_0)], \quad (2)$$

где  $\beta_1 = \frac{\alpha h^4}{EJ_y}$ ,  $\beta = \frac{h^2}{r^2}$ ,  $\beta_2 = \frac{p_0 h^3}{EJ_y}$ ,  $r$  – радиус инерции поперечного сечения балки. При известном прогибе безразмерный изгибающий момент определяется по формуле

$$m = \delta_1 \partial^2 w / \partial \xi^2.$$

Начальные условия – нулевые

$$m = \dot{w} = w = 0 \quad \text{при} \quad \tau = 0, \quad \xi \geq 0.$$

На бесконечности величина  $w$  и ее производные обращаются в нуль.

## 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Уравнение (2) решаем, используя интегральное преобразование Лапласа по времени

$$F(\xi, s) = \int_0^{\infty} f(\xi, \tau) e^{-s\tau} d\tau, \quad (3)$$

$$f(\xi, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(\xi, s) e^{s\tau} ds.$$

После применения преобразования Лапласа к уравнению (2) получим

$$\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \xi^4} + (\beta s^2 + \beta_1) \bar{w} = \frac{\beta_2}{s} [1 - e^{-\tau_0 s}], \quad (4)$$

где  $\bar{w}$  – изображение прогиба,  $s$  – параметр преобразования. Общее решение неоднородного уравнения (4) для участка I, удовлетворяющее условию симметрии, записываем в форме

$$\bar{w}_1 = C_1 \sin \gamma \xi \operatorname{sh} \gamma \xi + C_2 \cos \gamma \xi \operatorname{ch} \gamma \xi +$$

$$+ \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})}{s(s^2 + \Delta^2)}, \quad 0 \leq \xi \leq a, \quad (5)$$

где  $C_1, C_2$  – постоянные интегрирования,  $\operatorname{sh} \gamma \xi, \operatorname{ch} \gamma \xi$  – гиперболические синус и косинус,

$$a_1 = \frac{\beta_2}{\beta_1}, \quad \Delta^2 = \frac{\beta_1}{\beta}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\beta s^2 + \beta_1}.$$

На участке II внешняя сила отсутствует. Решение однородного уравнения, удовлетворяющее условию затухания на бесконечности, принимаем в виде

$$\bar{w}_2 = e^{-\gamma \xi} C_3 \cos \gamma \xi + C_4 \sin \gamma \xi, \quad \xi > a. \quad (6)$$

Постоянные  $C_3$  и  $C_4$  находим с помощью преобразованных граничных условий в сечении  $\xi = a$ :

$$\bar{w}_1 = \bar{w}_2; \quad \bar{w}'_1 = \bar{w}'_2; \quad \bar{m}_1 = \bar{m}_2; \quad \bar{q}_1 = \bar{q}_2.$$

Здесь  $q_1$  и  $q_2$  – безразмерная поперечная сила на стыке участков I и II. В результате имеем

$$C_1 = \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s}) \operatorname{sh} a\gamma}{s(s^2 + \Delta^2)(\sin a\gamma + \cos a\gamma)};$$

$$C_2 = \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s}) \operatorname{ch} a\gamma}{s(s^2 + \Delta^2)(\sin a\gamma - \cos a\gamma)};$$

$$C_3 = -e^{-a\gamma} [C_1(\cos^2 a\gamma \operatorname{sh} a\gamma + \sin^2 a\gamma \operatorname{ch} a\gamma) + C_2 \sin a\gamma \cos a\gamma (\operatorname{sh} a\gamma - \operatorname{ch} a\gamma)];$$

$$C_4 = -e^{-a\gamma} [C_1 \sin a\gamma \cos a\gamma (\operatorname{ch} a\gamma - \operatorname{sh} a\gamma) + C_2(\sin^2 a\gamma \operatorname{ch} a\gamma + \cos^2 a\gamma \operatorname{sh} a\gamma)].$$

Изображения прогиба и изгибающего момента на участке I определяются выражениями

$$\bar{w}_1 = \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})}{s(s^2 + \Delta^2)} \times$$

$$\times \left[ 1 + \frac{\sin \gamma \xi \operatorname{sh} \gamma \xi \operatorname{sh} \gamma a}{\sin \gamma a + \cos \gamma a} + \frac{\cos \gamma \xi \operatorname{ch} \gamma \xi \operatorname{ch} \gamma a}{\sin \gamma a - \cos \gamma a} \right],$$

$$\bar{m}_1 = \frac{a_2(1 - e^{-\tau_0 s})}{s\sqrt{s^2 + \Delta^2}} \times$$

$$\times \left[ \frac{\cos \gamma \xi \operatorname{ch} \gamma \xi \operatorname{sh} \gamma a}{\sin \gamma a + \cos \gamma a} + \frac{\sin \gamma \xi \operatorname{sh} \gamma \xi \operatorname{ch} \gamma a}{\cos \gamma a - \sin \gamma a} \right], \quad (7)$$

где  $a_2 = \delta_1 \beta_2 / \sqrt{\beta}$ .

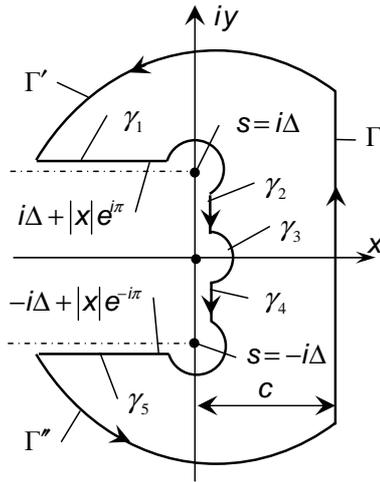


Рис. 2

Выражения для  $\bar{w}_2$  и  $\bar{m}_2$  громоздки и здесь их не приводим. Особыми точками функции (7) являются полюс в начале координат  $s = 0$  и точки разветвления  $\pm i\Delta$ . Для вычисления оригиналов искомых функций используем контур, приведенный на рис. 2, где стрелками показано направление обхода контура [3]. Внутри контура интегрирования подынтегральная функция не имеет особых точек. Поэтому интегрирование по замкнутому контуру, показанному на рис. 2 сплошной линией, в соответствии с теоремой Коши дает

$$\int_{\Gamma} \dots + \int_{\gamma_1} \dots + \int_{\gamma_2} \dots + \int_{\gamma_3} \dots + \int_{\gamma_4} \dots + \int_{\gamma_5} \dots = 0,$$

где подынтегральные выражения не выписаны подробно.

Согласно лемме Жордана интегралы по пути интегрирования  $\Gamma'$  и  $\Gamma''$  равны нулю. Из второго выражения (3) следует, что интеграл по пути интегрирования  $\Gamma$  равен оригиналу. Оригинал функции определяется как сумма интегралов

$$f(\xi, \tau) = -\frac{1}{2\pi i} \times \left( \int_{\gamma_1} \dots + \int_{\gamma_2} \dots + \int_{\gamma_3} \dots + \int_{\gamma_4} \dots + \int_{\gamma_5} \dots \right).$$

Определение оригиналов  $\bar{w}_1$  и  $\bar{m}_1$  по формулам (7) очень сложно. Поэтому в последующем моменты определяем в начале координат в сечении  $\xi = 0$ . Принимая в (7) значение

$\xi = 0$ , получим

$$\begin{aligned} \bar{w}_1 &= \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})}{s(s^2 + \Delta^2)} \left[ 1 + \frac{\text{ch} \gamma a}{\sin \gamma a - \cos \gamma a} \right]; \\ \bar{m}_1 &= \frac{a_2(1 - e^{-\tau_0 s})}{s\sqrt{s^2 + \Delta^2}} \frac{\text{sh} \gamma a}{\sin \gamma a + \cos \gamma a}. \end{aligned} \quad (8)$$

При интегрировании вдоль берегов разреза  $\gamma_1$  и  $\gamma_5$  комплексная величина  $\gamma$  приведена к виду

$$\gamma = \alpha + i\nu, \quad \gamma^* = \alpha - i\nu,$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= k\sqrt{\eta} \cos \left( \frac{5\pi}{8} - \frac{\varphi_*}{4} \right); \\ \nu &= k\sqrt{\eta} \sin \left( \frac{5\pi}{8} - \frac{\varphi_*}{4} \right), \\ \varphi_* &= \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4\Delta^2}}, \\ k &= \frac{\sqrt[4]{\beta}}{\sqrt{2}}; \\ \eta^2 &= x\sqrt{x^2 + 4\Delta^2}. \end{aligned}$$

Используя обозначение

$$z(\gamma a) = \frac{\text{sh} \gamma a}{\sin \gamma a + \cos \gamma a},$$

комплексную функцию  $z$  приводим к алгебраической форме

$$z_1 = R_1 + iR_2, \quad z_1^* = R_1 - iR_2,$$

где

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{AC + BD}{A^2 + B^2}, \quad R_2 = \frac{AD - BC}{A^2 + B^2}, \\ A &= \text{ch} a\nu(\sin a\alpha + \cos a\alpha); \\ B &= \text{sh} a\nu(\cos a\alpha - \sin a\alpha); \\ C &= \text{sh} a\alpha \cos a\alpha; \quad D = \text{ch} a\alpha \sin a\alpha. \end{aligned}$$

После обратного преобразования второго выражения (8) получим

$$\begin{aligned} \frac{\pi m_1}{a_2} &= \frac{\pi}{2\Delta} z(ak\sqrt{\Delta}) + \\ &+ \int_0^{\Delta} \frac{z(akl)}{yl^2} [\sin y\tau - F_1 \sin y(\tau - \tau_0)] dy - \\ &- \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\infty} \frac{1}{\eta\sqrt{x^2 + \Delta^2}} \left\{ e^{-x\tau} [(R_1 + R_2) \cos A_1^* + \right. \\ &\left. + (R_1 - R_2) \sin A_1^*] - F_2 \right\} dx. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $l = \sqrt{\Delta^2 - y^2}$ ;  $A_1^* = \Delta\tau + \chi + \frac{\varphi_*}{2}$ ;  $A_2^* = \Delta(\tau - \tau_0) + \chi + \frac{\varphi_*}{2}$ ,  $\chi = \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + \Delta^2}}$ ;  $z(ak\sqrt{\Delta}) = \frac{\text{sh } ak\sqrt{\Delta}}{\sin ak\sqrt{\Delta} + \cos ak\sqrt{\Delta}}$ ;  $F_1 = 0$ ;  $F_2 = 0$  при  $0 \leq \tau \leq \tau_0$ ;  $z(ak\sqrt{\Delta}) = 0$ ,  $F_1 = 1$ ;  $F_2 = e^{-x(\tau - \tau_0)} [(R_1 + R_2) \cos A_2^* + (R_1 - R_2) \sin A_2^*]$  при  $\tau > \tau_0$ .

Рассмотрим случай, когда длина  $2L$  достаточно большая. Тогда можно предположить, что участок I совершает плоскопараллельное движение, не испытывая изгиб. Изображения перемещений принимают вид

$$\begin{aligned} \bar{w}_1 &= \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})}{s(s^2 + \Delta^2)}, \quad 0 \leq \xi \leq a, \\ w_2 &= e^{-\gamma\xi} (C_3 \cos \gamma\xi + C_4 \sin \gamma\xi), \quad \xi > a. \end{aligned} \quad (10)$$

Постоянные интегрирования  $C_3$  и  $C_4$  определяем из условий

$$\bar{w}_1 = \bar{w}_2, \quad \frac{\partial^2 \bar{w}_2}{\partial \xi^2} = 0 \quad \text{при } \xi = a.$$

После вычислений находим

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{a_1 e^{\gamma a} (1 - e^{-\tau_0 s})}{s(s^2 + \Delta^2)} (\cos \gamma a - \sin \gamma a), \\ C_4 &= \frac{a_1 e^{\gamma a} (1 - e^{-\tau_0 s})}{s(s^2 + \Delta^2)} (\cos \gamma a + \sin \gamma a). \end{aligned} \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), находим

$$\begin{aligned} \bar{w}_2 &= \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})e^{-\gamma(\xi - a)}}{s(s^2 + \Delta^2)} \times \\ &\quad \times [\cos \gamma(\xi - a) - \sin \gamma(\xi - a)], \\ \bar{m}_2 &= \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})e^{-\gamma(\xi - a)}}{s(s^2 + \Delta^2)} \times \\ &\quad \times [\cos \gamma(\xi - a) + \sin \gamma(\xi - a)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Используем обозначение  $\xi - a = \zeta$  ( $\zeta \geq 0$ ) и выражения (12) приводим к виду

$$\begin{aligned} \bar{w}_2 &= \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})e^{-\gamma\zeta}}{s(s^2 + \Delta^2)} [\cos \gamma\zeta - \sin \gamma\zeta], \\ \bar{m}_2 &= \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})e^{-\gamma\zeta}}{s(s^2 + \Delta^2)} [\cos \gamma\zeta + \sin \gamma\zeta]. \end{aligned} \quad (13)$$

Принимая в (13) значение  $\tau_0 \rightarrow \infty$ , получим изображения прогиба и момента при действии нагрузки в виде ступени. Оригинал изгибающего момента для этого случая приведен в [1], где знак следует изменить на противоположный.

На стыке участков I и II изображения прогиба и момента равны

$$\bar{w}_2 = \frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})}{s(s^2 + \Delta^2)}; \quad \bar{m}_2 = -\frac{a_1(1 - e^{-\tau_0 s})}{s(s^2 + \Delta^2)}. \quad (14)$$

Используя формулы соответствия [3]

$$\begin{aligned} \frac{1}{s} F(s) &\bullet \circ \int_0^\tau f(t) dt; \\ e^{-\tau_0 s} F(s) &\bullet \circ \begin{cases} 0 & \text{при } \tau < \tau_0; \\ f(\tau - \tau_0) & \text{при } \tau \geq \tau_0; \end{cases} \\ F(s) &= \frac{1}{\sqrt{s^2 + \Delta^2}} \bullet \circ J_0(\Delta \cdot \tau); \\ \frac{\Delta}{s^2 + \Delta^2} &\bullet \circ \sin \Delta \cdot \tau, \end{aligned}$$

можно определить оригиналы в (14) аналитических табулированных функций

$$\begin{aligned} w_2 &= \begin{cases} \frac{a_1}{\Delta^2} (1 - \cos \Delta\tau) & \text{при } 0 \leq t \leq \tau_0; \\ \frac{a_1}{\Delta^2} [\cos \Delta(\tau - \tau_0) - \cos \Delta\tau] & \text{при } \tau > \tau_0; \end{cases} \\ m_2 &= \frac{a_2}{\Delta} \Phi, \\ \Phi &= \begin{cases} \int_0^\tau J_0(z) dz & \text{при } 0 \leq t \leq \tau_0; \\ \int_0^\tau [J_0(z) - J_0(z - z_0)] dz & \text{при } \tau > \tau_0, \end{cases} \end{aligned}$$

где  $J_0(z)$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Интеграл от функции  $J_0(z)$  табулирован [4]. Таблица функций  $\Phi(z)$  для значений  $0 \leq z \leq 1$  содержится в [4]. Для  $1 \leq z \leq 16$  функцию  $\Phi(z)$  можно вычислить по формуле

$$\Phi = \frac{\pi z}{4} [J_0(z)H_0'(z) + J_1(z)H_0(z)],$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого рода и первого порядка,  $H_0$  — функция Ханкеля нулевого порядка, штрих означает дифференцирование по аргументу.

#### ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Принимаем:  $p_0 = 10$  кН/м,  $b = h = 0,1$  м,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\rho = 8 \cdot 10^3$  Кг/м<sup>3</sup>,  $E_* = 3$  МПа,  $\mu_* = 0,3$ ,  $F = b \times h$ ,  $\alpha = 0,125$  МПа.

Подынтегральные функции в (9) при  $x = 0$  и  $y = 0$  имеют неопределенности вида 0/0, а первый интеграл при  $y \rightarrow \Delta$  расходится. Неопределенности устраняются путем перехода к асимптотическим выражениям функций в числителе и знаменателе при  $x \rightarrow 0$  и  $y \rightarrow 0$ , вычисление определенного интеграла производилось до  $\Delta - \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  принят равным  $\varepsilon = \Delta \cdot 10^{-3}$ . Дальнейшее уменьшение  $\varepsilon$  не влияет на значение интеграла.

Вычисление интегралов (9) производилось численно по формуле

$$\begin{aligned} \frac{\pi m_1}{a_2} = & \frac{z(ak\sqrt{\Delta})}{\Delta} \left[ F_3 \left( \frac{\pi}{2} + \tau\varepsilon \right) + F_4 \tau_0 \varepsilon \right] + \\ & + \int_{\varepsilon}^{\Delta} \frac{z(akl)}{yl^2} [\sin y\tau - F_1 \sin y(\tau - \tau_0)] dy + \\ & + \frac{ak}{\Delta} [F_3(1 - \Delta \cdot \tau) + F_4 \Delta \cdot \tau_0] \int_0^{\varepsilon} \cos \left( \frac{5\pi}{8} - \frac{\varphi_*}{4} \right) dx - \\ & - \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{1}{\eta\sqrt{x^2 + \Delta^2}} \left\{ e^{-x\tau} [(R_1 + R_2) \cos A_1^* + \right. \\ & \left. + (R_1 - R_2) \sin A_1^*] - F_2 \right\} dx, \quad (15) \end{aligned}$$

где ограничения на  $F_1$  и  $F_2$  остаются прежними:

$$\begin{aligned} F_3 = 1, F_4 = 0 & \quad \text{при } 0 \leq \tau \leq \tau_0; \\ F_3 = 0, F_4 = 1 & \quad \text{при } \tau > \tau_0. \end{aligned}$$

Результаты расчетов  $m_1$  приведены в виде графиков на рис. 3 и 4. Верхний предел в первом интеграле равен  $\Delta = 0,785 \cdot 10^{-3}$ . Безразмерное время  $\tau$  и произведение  $x \cdot \tau$  принимают большие числовые значения. Благодаря множителю  $\exp(-x\tau)$  подынтегральная функция во втором интеграле уже при  $x \sim 10$  быстро стремится к нулю. Поэтому верхний предел несобственного интеграла

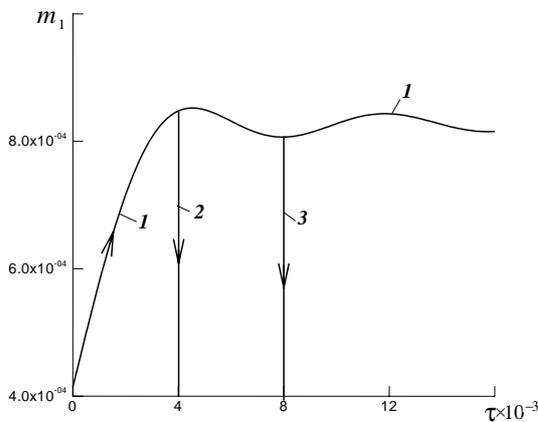


Рис. 3

На рис. 3 приведены графики изменения момента  $m_1$  по времени по формуле (15) при  $a = 50$  и значении  $\tau_0 \rightarrow \infty$  (кривая 1) и при двух значениях продолжительности действия  $\tau_0 = 4 \cdot 10^3$  (кривые 1–2) и  $\tau_0 = 8 \cdot 10^3$  (кривые 1–3).

Как видно, в момент приложения внешней силы балка мгновенно деформируется на небольшую величину, затем прогибы растут и носят колебательный характер. В момент времени  $\tau = \tau_0$  момент  $m_1$  также быстро падает до нуля.

На рис. 4 показаны кривые изменения  $m_1$  по времени при разных значениях  $a$ . Кривые 1–4 соответствуют значениям  $a = 10, a = 25, a = 75$  и  $a = 100$ . Начиная с

$a \sim 65$  знак момента изменяется на противоположный. Масштаб для кривых 3 и 4 показан справа.

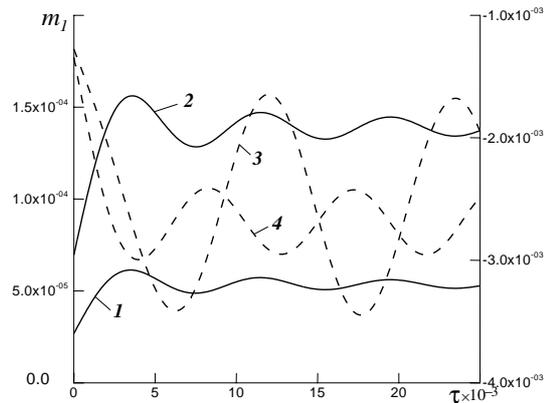


Рис. 4

Из приведенного следует, что с увеличением  $a$  величина момента  $m_1$  и характер деформированного положения сильно изменяются.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты могут быть использованы при проектировании новых технологий прокладки и ремонта магистральных трубопроводов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Якупов, Р. Г. Реакция трубопровода, находящегося в грунте, на действие динамической нагрузки / Р. Г. Якупов // Вестник УГАТУ. Уфа: УГАТУ, 2002. Т. 3, № 2. С. 110–114.
2. Айнбиндер, А. Б. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость / А. Б. Айнбиндер, А. Г. Камерштейн. М.: Недра, 1982.
3. Деч, Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования / Г. Деч. М.: Наука, 1976.
4. Ватсон, Г. Н. Теория бесселевых функций / Г. Н. Ватсон. М.: ИЛ, 1949. Т. 2.

### ОБ АВТОРЕ



**Якупов Радик Гизатович**, проф., каф. сопротивления материалов. Дипл. инж.-мех. (УАИ, 1958). Д-р техн. наук по прочности и пластичности (ЛПИ, 1984). Иссл. в обл. механики твердого деформируемого тела, аэроупругости.