

## ПРОБЛЕМЫ И КОНЦЕПЦИИ

УДК 004:16

**Г. Н. ЗВЕРЕВ****НЕКЛАССИЧЕСКИЕ  
ОБЪЕКТИВНЫЕ ЛОГИКИ  
С ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕМАНТИКОЙ**

Информационный подход к логическим категориям и процессам позволяет более полно описать их семантику и включить в строгие формализмы логики общезначимые модели неопределенностей. *Логика; информатика; информационные системы и технологии*

**Зверев  
Геннадий Никифорович**

проф. каф. проектирования средств информатики. Дипл. инж.-геофизик (Грозненск. нефтян. ин-т, 1958). Д-р техн. наук по геофизике (защ. в МИНХиГП, 1982). Иссл. в обл. информатики и искусственного интеллекта.

Объективация языка науки предполагает экспликацию научных понятий, однозначно согласованную с источниками и преобразователями информации при условии, что последние являются подконтрольными и удовлетворяют критериям точности и достоверности получаемых новых знаний. Данная статья является развитием работ [1–3] и содержит уточнения семантики логических формализмов.

**МАТЕМАТИЗАЦИЯ И ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ЛОГИКИ**

Математические модели классической логики могут иметь многообразные формы: арифметические, алгебраические, геометрические, аксиоматические представления. Для арифметизации логики и ее алгебраизации необходимо ввести константы и переменные логических систем. Константы и их множества различных типов есть однозначно определенные элементы — «индивиды» и их возможное разнообразие, а переменные есть произвольные представители из этих множеств, различающиеся своим типом и значением.

Арифметизация двоичных логических переменных состоит в переводе их качественных, нечисловых значений в количественную числовую шкалу, содержащую всего два числа, соответствующих значениям «да», «истина» и «нет», «ложь», впрочем, соответствия между дуальной, логической и номинативной шкалами могут быть любыми. Наиболее простая, семантически и исторически обоснованная арифметизация логики получается в битовой шкале  $\text{Bit} = \{0, 1\}$ , семантика которой легко переносится на объективные неклассические логики. Определенная тем или иным способом битовая арифметика порождает соответствующую ей алгебру введением битовых переменных — логических признаков  $a, b, x, z, \dots \in \text{Bit}$  [1]. В битовой алгебре, исходя из унарного минуса и бинарных операций (+, −, ·, /), легко выводятся их алгебраические свойства:  $a + b = b + a$ ,  $a - b \neq b - a$ , деление есть отрицание вычитания и т. п.

Еще один путь объективации и математизации классической логики был предложен в XVIII веке Л. Эйлером, способ, формально эквивалентный арифметико-алгебраическому подходу и позволяющий наглядно и убедительно представить свойства логических операций и связей, очевидные ограничения, логические зависимости между свойствами объектов предметики

и свойствами связей между объектами и информационными ситуациями. Геометризация логики по Эйлеру состоит в представлении множества объектов или информационных ситуаций решаемой проблемы дискретным геометрическим универсумом, в котором свойства и связи классов объектов изображаются кругами Эйлера.

Алгебраизация и геометризация классической логики послужили твердой основой создания объективной математической логики, моделирующей реальные свойства и связи внешнего мира мыслящего субъекта, если заданные множества объектов и отношения между ними адекватно описывают действительность. Математики XX века пошли в формализации дальше и создали различные аксиоматизации математической логики, отказавшись от некоторых законов логики, от определений и ясной семантики логических операций и связей, заменив их неявными определениями системой аксиом и правил вывода в надежде описать свойства произвольных бесконечных совокупностей математических объектов. Путь аксиоматизации логики прояснил некоторые зависимости между логическими свойствами, аксиомами, но поскольку всякая аксиоматизация неограниченно расширяет область интерпретации формализма и вносит в общем случае неконтролируемые семантические неопределенности и свободные абстракции, в аксиоматических логиках существенную роль стал играть субъективный элемент математического мышления и интуиции авторов аксиоматических систем, а в целом путь повальной аксиоматизации надолго задержал развитие объективных неклассических логик.

Объективная логика с информационной семантикой начинается с формализации источников фактических и априорных знаний, построения моделей наблюдений и средств обработки информации, преобразования знаний в двоичную шкалу различимости {да, нет} или {истина, ложь}, при этом субъективная сторона человеческого мышления и его слабо изученных механизмов исключается и заменяется внешним воспроизведением действий с реальными объектами и их знаковыми представлениями — символами логико-математического языка. Конструктивная модель суждения (высказывания, предиката) представляется в общем случае двумя процессорами объективированного субъекта  $obj$ : сенсором  $A$  и реформом  $B$ :  $obj \xrightarrow{A} y \xrightarrow{B} \hat{x}$ , это ориентированная цепочка источников и преобразователей знаний, фактов  $y$  и логических заключений  $\hat{x}$ .

Логические понятия обычно считаются более фундаментальными, чем понятия предметных областей математики, естественных и технических наук. Отсюда делается как бы очевидный вывод, что определение логического понятийного базиса, конструирование и исчерпывающее объяснение составляющих его понятий невозможно выполнить, используя понятия более конкретных предметик, не попав при этом в порочный логический круг. Этот традиционный взгляд с развитием теоретической информатики подвергся глубокому критическому анализу и принципиальному уточнению. Прежде, чем подступиться к этой проблеме, необходимо выяснить, что конкретно не устраивает предметников и, прежде всего, специалистов по автоматизации человеческой деятельности и информационным технологиям в формальном аппарате и смысловых конструкциях классической логики. Здесь мы выделим четыре основные позиции, по которым чаще всего возникают критические выпады в адрес современной логики и многочисленные попытки ее усовершенствования, обозначаемые общим термином: **неклассические логики**.

Первое критическое положение можно выразить так: неполная формализация семантики классической логики, в частности, базисного понятия истинности и его разновидностей — аристотелевой (экспериментальной, фактической) и формальной (теоретической, логической) истинности или ложности знаковых конструкций. Специалисты предметных областей обычно выделяют разные виды истинности и лжи, различные типы ошибок, им «тесно» в двоичной шкале истинности, а переходы в математических теориях к многозначным логикам и частично упорядоченным логическим шкалам происходят вообще с потерей первичного смысла истинности [4].

Второе основание быть неудовлетворенным современными логическими исчислениями и их семантикой состоит в предельной идеализации информационного процесса получения и преобразования данных и моделей, гипотетически или постулативно — свободного в математической логике от каких-либо искажений. Между тем информационная практика естественных, технических и гуманитарных наук имеет дело с реальными знаковыми ситуациями, весьма далекими от логико-математического идеала. Неадекватность формализации действительных информационно-логических процессов весьма затрудняет и ограничивает применение в автоматизированных системах логических методов, ведет к замене их эмпирическими, эвристическими

приемами, которые хоть как-то учитывают искажения, неполноту, противоречивость и размытия знаний, данных и моделей.

Третий повод для критики классической логики, вытекающий из второго, состоит в том, что в отличие от многих других формализаций, логика не допускает приближенных решений и логических аппроксимаций, которые естественно напрашиваются в процессах с неполными, искаженными и противоречивыми данными. В самом деле, ложь отрицает истину, «да» отрицает «нет» и антипод не может быть приближением, аппроксимирующим точное решение. С этими соображениями увязывается и наш последний критический тезис. Основной проблемой дедукции в рамках формализма классической логики считается комбинаторная сложность алгоритмов, экспоненциальный рост времени и памяти логических процессов при необходимом увеличении размерности задачи и числа альтернатив переборов, а именно в таких ситуациях решающую роль начинают играть приближенные решения и контроль их точности при допустимых искажениях данных и моделей.

В известных работах по неклассическим логикам предложено много способов и путей возможного расширения и усовершенствования классического формализма математической логики, получившие такие названия, как модальная, многозначная, индуктивная, вероятностная, правдоподобная, нечеткая и др. логики. К сожалению, эти попытки не достигли той универсальности, семантической ясности, объективности и определенности, которые присущи классической логике, а самое главное, в них отсутствует аппарат оценки и доказательства истинности, достоверности результатов, не определены условия и границы применимости предлагаемых формальных конструкций.

Выделим четыре существенных свойства информационной реальности, которые должны учитывать объективные неклассические логики, претендующие на общезначимость и строгие обобщения формализмов и семантики классической логики, в которых учитываются основные виды неопределенностей логических ситуаций: 1) ограниченная различимость материально-информационных объектов реальности информационными средствами; 2) неуниверсальность, частичность всех функций, реляций и других средств логики, информатики, живых субъектов, иными словами, необходимо учесть существование в действительности объектов и ситуаций, для которых они не применимы; 3) искаженность, отягощенность ошибками, погрешностями всех результатов наблюдений, теоретических моделей, субъективных представлений, фактических и априорных знаний; 4) наличие пограничных переходных состояний реальности, размытых границ, которые нельзя точно описать в двоичной однозначно определенной или многозначной шкале свойств объектов и их модальностей.

Модели этих четырех свойств информационной реальности позволяют учесть в неклассических логиках различные виды неопределенностей знаковых объектов и процессов. Первое свойство ведет к замене множеств сомножествами в денотовой и контовой логической семантике [2], второе свойство — к разделению внутренней и внешней неопределенности, третье свойство — к построению логических аппроксимаций, невозможных в классической логике, т. к. истина не может приближенно представлять ложь и наоборот. Четвертое свойство ведет к необходимости введения непрерывных числовых шкал оценок истинности с учетом разрешающей способности информационных процессоров и точности исходной информации.

### ЧАСТОСТЬ, ЧАСТОТНАЯ ЛОГИКА, ЧАСТОТНЫЕ И ЛОГИЧЕСКИЕ СВЯЗИ

Смысл понятия частоты состоит в количественной (числовой) характеристике доли объектов со свойством  $x = 1$  в общем объеме универсума объектов  $U$ . Этот объем принимаем за единицу измерения частоты или за 100 процентов, тогда класс объектов с данным свойством составляет часть этого объема, характеризуемого величиной частоты  $q_x = N_x/N$ , где  $N_x$  — число объектов универсума со свойством  $x$  из общего числа  $N$ . Другие названия частоты — частота, относительная численность, обобщенная (детерминированная или случайная) вероятность, шанс, правдоподобие, удельный объем и т. п. Чтобы «нейтрализовать» ложные исторически сложившиеся семантические связи со случайностью, с динамикой знакового процесса и его возможной детерминированной либо случайной неопределенностью принят в качестве основного нейтральный термин «частость» и его оппозиция — «редкость». В отличие от субъективной вероятности частость есть объективная характеристика реальности, если объективны источники информации. В отличие от геометрической вероятности частость есть нормированная мера дис-

кратных систем объектов. В теории вероятностей Мизеса встречается также термин «частота», имеющий по преимуществу физическую семантику динамического характера.

Определим все виды логических и частотных связей между двумя переменными свойствами объектов  $x(\text{obj})$  и  $y(\text{obj})$ . Строгая логическая связь между двумя функциями  $x$  и  $y$  возникает в случаях, когда хотя бы одно из четырех значений распределения  $q(x, y)$  равно нулю:  $xy = 0$ ,  $x\bar{y} = 0$ ,  $\bar{x}y = 0$ ,  $\bar{x}\bar{y} = 0$ . Таким образом, во всех возможных четырех логических универсумах между свойствами  $x$  и  $y$  могут возникнуть четыре вида эквивалентных логических связей в виде равенства или уравнения и равносильные им четыре пары — восемь имплицативных (акцентуальных) связей типа неравенств  $x \leq y$ . К рассмотренным видам логических связей необходимо добавить всевозможные их сочетания, в которых одновременно выполняются два или три из четырех логических уравнений.

Логические зависимости между  $x$  и  $y$  разрушаются, если появляется хотя бы один объект, который приводит к отклонению от нуля соответствующих численностей  $N_{ij}$  и частостей  $q_{ij} = \frac{N_{ij}}{N}$ ,  $0 \leq i, j \leq 1$ , и тогда возникает **логическая (функциональная) независимость**, но остается **сильная** или **слабая, положительная** либо **отрицательная частотная** зависимость между  $x$  и  $y$ . Понятие частотной (статистической) связи как естественного обобщения логической зависимости и ее количественные меры в разных предметиках имеют много форм, представлений и названий: размытая, неопределенная, нефункциональная, многозначная, нечеткая связь, ковариационная, корреляционная, случайная статистическая зависимость.

Итак, логическая связь есть предельный случай положительной и отрицательной частотной связи, соответствующий корреляции  $|r_{xy}| = 1$ , при которой появляется возможность точного предсказания одного признака по известному другому признаку, а известная частотная связь открывает возможности уменьшения неопределенности и погрешности предсказания [1]. Если же  $r_{xy} = 0$ , то признаки независимы и не несут никакой взаимной информации,  $q(x, y) = q(x) \times q(y)$ . Логические связки и операции алгебры классической логики точно воспроизводятся формулами частотной логики [1, 2], если истинности логических признаков не отличаются от 0 и 1. Может случиться так, что в универсуме ситуаций вообще отсутствуют логические связи между известными и искомыми признаками, а частотные связи обеспечат оценки неизвестных с весьма высокой частотной точностью.

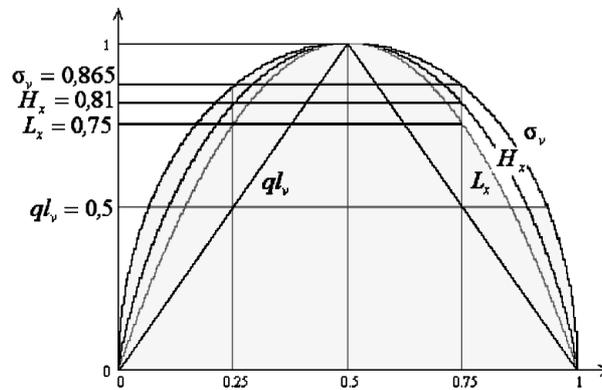
### МЕРЫ ДВОИЧНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Итак, в частотной логике помимо двоичной шкалы  $\{0, 1\}$  логических признаков, высказываний, предикатов вводится шкала частотной истинности в замкнутом числовом интервале  $[0, 1]$ , это **меташкала**, выражающая метазнания — знания о знаниях, суждениях, утверждениях. Частотная истинность  $\underline{x}$  логического признака  $x \in \text{Bit}$  в числовой шкале одновременно несет информацию и о степени неопределенности, изменчивости значения истинности: если  $\underline{x}$  равно 0 или 1, то это полная определенность, при других значениях  $\underline{x}$  мера неопределенности может быть вычислена в среднеквадратической шкале умножением частоты  $\underline{x}$  на редкость  $1 - \underline{x}$ ,  $\sigma_x^2 = \underline{x}(1 - \underline{x})$  — это дисперсия истинности, или среднеквадратическое отклонение  $\sigma_x$ , а также в шкале энтропии  $H_x$  либо альтернанта  $L_x$ . Предельная неопределенность  $\max \sigma_x$   $\max H_x$   $\max L_x$  наступает при  $\underline{x} = \frac{1}{2}$  и равна  $\sigma_m = \frac{1}{2} = 50\%$ ,  $H_x = 1$  — один бит информации при двоичном основании логарифма формулы энтропии, это объем информации, которая вдвое уменьшает неопределенность, равную числу альтернатив в шкале классической логики  $\{0, 1\}$  и достигается полная определенность,  $L_x = 4\sigma_x^2 = 1$  — один альт информации, одна «лишняя» альтернатива 0 либо 1 истинности, которую отбрасывают при принятии определенного, однозначного решения: да или нет, истина или ложь. Мету неопределенности истинного значения  $\underline{x}$  можно определить и непосредственно в шкале частоты-редкости в виде кусочно-линейной функции

$$ql(x) = \begin{cases} \underline{x} & \text{при } \underline{x} \leq \frac{1}{2}; \\ 1 - \underline{x} & \text{при } \underline{x} > \frac{1}{2}, \end{cases}$$

которая интерпретируется так: если истинность суждения  $x$  квалифицируется как «скорее ложь, чем истина»,  $\underline{x} \leq \frac{1}{2}$ , то мера неопределенности равна частоте  $\underline{x}$ , при оценке суждения «скорее истина, чем ложь»  $\underline{x} > \frac{1}{2}$ , неопределенность равна аффинной редкости  $1 - \underline{x}$ . Удобно ввести

также нормированные относительные меры неопределенности  $\sigma_\nu = \frac{\sigma_x}{\sigma_m} = 2\sigma_x$ ,  $ql_\nu = \frac{ql}{ql_m} = 2ql$ ,  $\sigma_m = ql_m = \frac{1}{2}$ , которые принимают значения из интервала от 0 до 1 или до 100-процентной неопределенности и соответствуют интервалу вариаций энтропии  $H_x$  и альтернанта  $L_x$ . Сопоставление мер неопределенностей представлено на рисунке.  $ql_\nu \leq L_x \leq H_x \leq \sigma_\nu$ , равенства мер неопределенности наступают при полной определенности значений истинности суждений,  $x = 1$  и 0, и при полной неопределенности,  $x = 1/2$ .



### УНИВЕРСУМЫ СИТУАЦИЙ ЧАСТОТНОЙ ЛОГИКИ

В информационной практике использования аппарата частотной логики следует различать: 1) универсум  $U_s$  реальных информационных ситуаций, в которых все наличные знания, факты и модели могут быть неполными, искаженными, 2) универсум  $U_s^+$  информационных ситуаций с точно заданными моментами распределений данных, искомым, искажающим факторов, ошибок и помех, 3) универсуме  $U_s^0$  ситуаций, в которых и фактическая и априорная информация известны точно. Идеальный мир частотной логики составляют универсумы  $U_s^+$  и  $U_s^0$ , в которых частотная логика имеет одни и те же формулы оценки истинности и они предельно адекватно описывают логические и частотные связи, меры истинности и неопределенности результатов информационно-логических процессов. В реальном мире информационных ситуаций универсума  $U_s$  результаты частотной логики подвержены искажениям вследствие неполноты знаний, влиянию помех и погрешностей фактов и априорности, которые ведут к отклонениям реальных данных  $\hat{q}(x, \hat{x}, y, \Delta)$  от идеальных моделей  $q(x, \hat{x}, y, \Delta)$  универсума  $U_s^+$ . Ошибки в оценках частотных истинностей и их связей составляют следующий уровень неопределенностей.

Универсумы информационных ситуаций  $U_s^0$ ,  $U_s^+$ ,  $U_s$  могут описывать свойства и связи всех объектов предметики или решаемой проблемы либо выделенного условием  $c(x)$  класса объектов в составе универсума  $U_0$ , для которого строятся условные распределения и меры частотной истинности. Особые случаи составляют условные универсумы, содержащие единственный выделенный из  $U_0$  объект — индивид. Приписать частоту или вероятность индивиду означает обратное наследование свойства класса — сомножества каждому его представителю. Из факта принадлежности элемента сомножеству следует априорный перенос свойств сомножества на его элементы с определенной погрешностью, к которой добавляются погрешности знаний об индивиду и классе в целом. В универсуме ситуаций  $U_s^0$  условная частотная логика превращается в классическую, а в универсуме  $U_s^+$  условные распределения точно описывают размытия знания об индивиду, обусловленные неидеальностью источников фактической информации и априорной неопределенностью неизвестных свойств объекта.

При построении строгой теории частотной логики в основу положены идеальные схемы замкнутого мира — универсального множества объектов  $U_0$ , идеального наблюдателя, который в состоянии безошибочно исследовать весь универсум объектов и получить точные оценки частоты истинности всех свойств  $a_i$  и их сочетаний  $a_{ij}$ ,  $a_{ijk}$  и т. д. В идеальном мире  $U_s^+$  мы полагаем, что *obsobj* точно знает эти частоты. Реальный субъект отличается от идеального, он работает в открытой системе, в состоянии исследовать лишь ограниченную часть универсума и при этом допускает ошибки, неполноту знаний. Переход от замкнутого к открытому миру выводит результаты исследований за рамки абсолютной строгости и приводит к изменению на противо-

положные роли частотной и классической логик. В самом деле, в замкнутой системе абсолютно истинные  $\underline{a} = 1$  и абсолютно ложные  $\underline{b} = 0$  высказывания допустимы и даже являются основной целью логико-математического процесса. В открытой системе любой шаг процесса может быть подвержен внешним искажениям и приобретает частотную оценку истинности, которую лишь условно принимают за абсолютную истину  $\underline{a} = 1$ , в предположении, что в процессе получения этой оценки не произошло внешнего искажения принятых законов преобразований знаков.

В частотной логике происходит расщепление дентовой и контовой семантики понятий,  $f \neq \underline{f}$ , разотождествление дента — объема понятия, представленного функцией множеств  $f(x)$  в алгебре Кантора посредством теоретико-множественных операций  $(\cup, \cap, /) \approx (+, \cdot, -)$ , и конта — составного свойства, выраженного помимо двоичного значения частотной истинностью  $\underline{f}(x)$  высказывания или предиката о составном классе объектов  $f(x)$ . В классической логике эти функции отождествляются абстрагированием, при котором алгебра Кантора и алгебра Буля совпадают:  $\cup = \vee = +$ ,  $\cap = \wedge = \cdot$ ,  $/ = \neg = -$ , что предопределяется двоичной шкалой истинности, так как если  $\underline{f} = 1$  или  $0$ , то  $\underline{f} = f$  в двоичном булевом базисе. В частотной логике точно выполняются все законы классической логики, включая закон исключенного третьего и двойного отрицания.

Частотная истинность  $\underline{x}$  элементарного или составного высказывания  $x$  несет информацию о средней, ожидаемой истинности  $x$  в заданном классе ситуаций, а также полностью определяет меру неопределенности и ожидаемой изменчивости частотной оценки  $\underline{x}$ , что упрощает анализ достоверности и процесс принятия решений. В шкале частотной истинности выражаются не только недоопределенности в знании истины, но и одновременно выражаются переопределенности или противоречия, так как  $N_a$  примеров, образцов говорят о том, что  $a=1$ , но  $N - N_a$  эталонов утверждают, что  $a = 0$ .

Частотная шкала, в которой меры истинности или ошибок измеряются в долях единичного объема класса объектов предметики либо в процентах, имеет ясную естественнонаучную семантику, более адекватную реальным процессам, чем гипотезы или постулаты двоичной истинности (ложности) знаний в классической логике. Кроме того, частотную меру истинности легче преобразовать в ценностные критерии. Числовая частотная шкала истинности, точности или погрешности моделей открывает путь к дискретно-логическим приближениям и оптимальным аппроксимациям. Нельзя достичь абсолютной истины, но можно повысить достоверность относительных истин и установить границы, за которыми относительные истины практически не отличаются от абсолютных. Частотно-логическая истинность обладает теми же абстрактными свойствами, что и геометрическая (метрическая и комбинаторная) истинность.

Частотная логика моделирует многие неклассические логики и оценивает границы их достоверности, вводит в дискретно-логические методы идеи и алгоритмы логической аппроксимации при NP-сложности задачи, неполноте и искажениях фактических и априорных данных. Так, если высшие моменты логических признаков неизвестны, то возникают одномоментные и двухмоментные лапласовы приближения корреляционной логики. Частотная логика есть строгое обобщение вероятностной логики, которое строится на основе более полной формализации понятия внутренней неопределенности — индефиниции, отличной от математической вероятности и случайности реальных явлений. Частотный порядок и метрика, порожденные априорикой информационной ситуации, вместе с идеей логической аппроксимации позволяют во многих задачах преодолеть комбинаторный взрыв и NP-сложность логических задач.

Частотная логика заведомо сложнее классической — это машинно-ориентированный инструмент информационных технологий, обладающий объективными средствами контроля знаковых преобразований. Он плохо приспособлен для человеческих рассуждений на естественном языке, но, в отличие от классической частотная логика, точнее описывает реальные, заведомо более сложные информационные связи, а в асимптотике, когда истинности приближаются к предельным значениям  $0$  или  $1$ , частотная логика точно воспроизводит классическую подобно тому как неевклидовы геометрии (Лобачевского, Римана, Финслера) воспроизводят в пределе простейшую геометрию Евклида. Арифметизация логики, введение, наряду с логическими, частотных связей между двоичными признаками превращает логику из комбинаторной в аналитическую математику с ее мощным вычислительным аппаратом. Переход от численности к частоте, к относительным нормированным мерам есть эффективная абстракция от численности классов и категории бесконечности.

Ближайшими широко известными аналогами частотной логики являются вероятностная, непрерывная, правдоподобная, бесконечнозначная логики. Смысловое, семантическое различие частотной и вероятностной логики состоит в выделении абстрактной неопределенности, отличающейся по смыслу от случайности, случайных событий, стохастических процессов, составляющих семантику теории вероятностей. Следует отметить также отличие идей частотной логики от подхода развитого в теории субъективных вероятностей, так как здесь мы рассматриваем объективные частоты, которые совпадут с абстрактными вероятностями, если отвлечься от способа выбора объектов — детерминированного или случайного. И, наконец, частотная логика позволяет представить конструктивные формализации модальных и индуктивных логик [1].

### ТРИЛОГИКА И ТЕТРАЛОГИКА

Проблема расширения двоичной шкалы классической логики  $\{0, 1\}$  введением других допустимых значений логических признаков, высказываний и предикатов состоит в том, чтобы придумать однозначную семантику новых значений, создать арифметику и алгебру в расширенной шкале, которые обладают общезначимостью и позволяют объективно описывать свойства природных и информационных явлений, любых предметик, используя данные наблюдений и обработки информации без ссылок на интуитивную очевидность логических форм и их связей.

В логико-математическом языке, в классической логике понятие неопределенности фигурирует в неявной форме в качестве содержательного признака, разделяющего в мышлении при постановке математической проблемы ее компоненты на данные и искомые, известные и неизвестные математические объекты и если операции, функции, отношения содержат неопределенные аргументы, то они не могут непосредственно быть использованы в процессе решения задачи, они либо отбрасываются, либо преобразуются в формы с известными аргументами. Другие возможности открываются при явном введении в логические и математические формализмы информационных нулей и правил совместного оперирования определенными и неопределенными значениями информационных объектов. Особенно это важно при расширении формализации интеллектуальной деятельности, скажем, при выборе наилучшей постановки проблемы, при поиске и принятии решений в условиях неопределенности.

Логики с информационной семантикой служат простейшими образцами подобных построений. Более точно их можно назвать логиками с информационными нулями, впрочем, неопределенность, как и погрешность (ошибка, ложь), есть негативная форма информации, точности, истинности, адекватности, это родственные взаимозависимые научные категории информационного мира знаков. Данным обстоятельством объясняются настойчивые попытки в течение тысячелетий создания и причины появления «иных» логик, которые стараются описать свойства источников фактических и априорных неопределенностей, формализуемых в виде соответствующих информационных нулей и соответствующих им предельно простых моделей неопределенностей, описанных в предыдущей главе, это **биноль** — базисный информационный ноль внутренней неопределенности в двоичной шкале классической логики  $Bit = \{0, 1\}$  и **киноль** — критический информационный ноль внешней неопределенности вне двоичной шкалы истины-лжи, иначе называемые **круглый** и **квадратный** информационные нули. Биноль и киноль являются общезначимыми межпредметными категориями, они определяют основные неопределенности информационных процессов. Включение их в логическую шкалу ведет к естественным обобщениям классической алгебры логики.

Исходная, **базисная** неопределенность состояния знания субъекта двоичного свойства  $x$  проблемного субъекта характеризуется выражением «я знаю, что не знаю значение двоичного признака  $x$ ». К этой форме сводятся разные виды неопределенностей, порождаемых различными причинами: нет ни одного источника информации, поэтому значение  $x$  неизвестно | значение признака известно, но неизвестны источники или свойства источников информации, нет оценки истинности значения  $x$  = да или нет | есть несколько не вполне надежных источников информации, одни присваивают признаку  $x$  значение «да», другие — «нет», т. е. знание субъекта в итоге остается неопределенным.

Обозначим внешнюю неопределенность, выводящую из двоичной шкалы допустимых логических значений, через знак «фатальный» «квадратный» ноль  $\square$  и наделим его смыслом синтаксической или семантической ошибки в логическом процессе. Появление в логическом процессе квадратного нуля означает абсурд, бессмыслицу, катастрофическую, фатальную ошибку формализации либо реализации логического процесса. В четвертичной логической шкале

$\text{Log}_4 = \{0, 1, \theta, \square\}$  можно выделить четыре троичных шкалы (подмножества значений) и соответствующие им четыре троичные логики, из них основной интерес представляет **трилогика** — обьективированное обобщение классической логики со шкалой  $\text{Log}_3 = \{0, 1, \theta\}$  и тремя допустимыми значениями входных и выходных признаков логических операций — единица, ноль, биноль, интерпретируемых в шкалах да-нет, истина-ложь, не знаю. Следующим обьективированным обобщением классической логики и трилогики является **тетралогика** с информационной шкалой  $\text{Log}_4 = \{\text{Log}_3, \square\}$  с дополнительным значением киноль, знак абсурда. Следует заметить, что в изложенной семантике трилогики мы лишь временно нарушаем принцип «третьего не дано».

Таблица 1

№	$ab$	$\bar{a}$	$a + b$	$a \cdot b$	$a - b$	$a \rightarrow b$	$a \leftrightarrow b$	$a \oplus b$	$a b$	$a \downarrow b$
1	00	1	0	0	0	1	1	0	1	1
2	0-	1	-	0	0	1	-	-	1	-
3	01	1	1	0	0	1	0	1	1	0
4	-0	-	-	0	-	-	-	-	1	-
5	--	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-1	-	1	-	0	1	-	-	-	0
7	10	0	1	0	1	0	0	1	1	0
8	1-	0	1	-	-	-	-	-	-	0
9	11	0	1	1	0	1	1	0	0	0

Перенос операций классической логики в шкалы трилогики и тетралогики осуществляется по принципам поглощения биноля и воспроизведения киноля: если возможные вариации аргументов не изменяют результат, то неопределенность поглощается, если на входе появляется знак абсурда, то киноль воспроизводится на выходе [3]. В соответствии с принципом поглощения операции трилогики сведены в табл. 1, где биноль обозначен прочерком, полагая  $\theta_a$  и  $\theta_b$  независимыми (пятая

строка).

Операции эквиваленции  $a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \cdot (b \rightarrow a)$  и дифференции  $a \oplus b = (a - b) + (b - a)$  имеют более богатую реляционную, чем операционную семантику и интерпретируются как логические «равно»  $a = b$  или «не равно»  $a \neq b$ . В трилогике мы пользуемся двоичными отношениями  $0 = 0, 1 = 1, 0 \neq 1, 1 \neq 0$  и переносим их на третье — неопределенное значение:  $(0 \leftrightarrow \theta) = (\theta \leftrightarrow 0) = (\theta \leftrightarrow 1) = (1 \leftrightarrow \theta) = \theta$ . Соотношение  $(\theta \leftrightarrow \theta)$  более строго записывается в виде  $\theta_a \leftrightarrow \theta_b = \theta$  — равенство неопределенностей есть неопределенность

Операция эквиваленции служит элементарным представлением адеквататора  $D$  в трилогике. Мера адекватности  $\nabla = D(\hat{x}, x) = \hat{x} \leftrightarrow x$  в троичной реализации истинного высказывания  $x = C(\text{obj})$  и субъектного высказывания  $\hat{x} = AB(\text{obj})$  также принимает троичные значения,  $\nabla \in \text{Bit}_\theta$ . Изобразим троичный адеквататор в виде матрицы и сравним ее с двоичной матрицей классической логики.

$x \hat{x}$	0	-	1
0	1	-	0
-	-	-	-
1	0	-	1

Здесь так же как в математической логике сохраняется отождествление двух видов истины и лжи. Случай, когда истина неизвестна,  $x = \theta$  — средняя колонка, по традиции обычно отбрасывают и анализируют две оставшиеся ситуации неопределенности состояния наблюдателя, когда да или истина,  $x = 1$  и нет или ложь,  $x = 0$  принимаются за неопределенность  $\hat{x} = \theta$  — средняя строка. В предикатной семантике эти случаи и в самом деле часто можно отождествить,

если следствием неопределенного значения результата исследования  $\hat{x} = \theta = \theta$  является решение о продолжении изучения неизвестного явления до установления истины  $\hat{x} = 1$  или лжи  $\hat{x} = 0$ , в иных ситуациях подобное отождествление не всегда правомочно,  $\theta_0 \neq \theta_1$ .

Остается рассмотреть случай  $x = \theta$  — второй столбец матрицы, реально соответствующий неопределенному значению цели исследования, скажем, из-за природной изменчивости свойств объекта, попеременно принимающего значения  $x = 0$  и  $x = 1$ . В этом случае, строго говоря, ошибочными (ложными) будут решения  $\hat{x} = 0$  и  $\hat{x} = 1$ , характерные для художественных текстов, идеологических, религиозных и т. п. высказываний, но адеквататор их отмечает значениями  $\nabla = \theta$ , а утверждение  $\hat{x} = \theta$ , совпадающее по форме с истинным высказыванием  $x = \theta$ , имеет меру адекватности  $\nabla = \theta$ , так как неопределенность  $\theta_x$  нельзя приравнять неопределенности  $\theta_{\hat{x}}$ , а можно записать лишь  $\theta_x \leftrightarrow \theta_{\hat{x}} = \theta$ . Последнее положение определяется как **постулат неопределенности трилогики**: совпадение неопределенностей значений идеального и реального информационных объектов порождает не истину, а всего лишь неопределенность.

Таким образом, при конкретизации формальной семантики трилогики мы имеем два вида истины —  $I_0, I_1$ , два вида лжи —  $L_0, L_1$  и пять вариантов неопределенности  $H_i$ , из которых

ситуации  $(x = \theta, \hat{x} = 0)$  и  $(x = \theta, \hat{x} = 1)$  можно отнести к ослабленным вариантам лжи и назвать их полуложью ПЛ, когда действительную неопределенность называют, во-первых, истиной, а, во-вторых, ложью. Тогда семантическая матрица адеквататора из троичной превращается в девятиричную, порождая многозначные логики от троичной до девятиричной, 9-значной, в которой все значения истинности различимы и можно построить невообразимое число бинарных операций.

$x \hat{x}$	0	-	1
0	$I_0$	$ПЛ_0$	$L_1$
-	$H_0$	$H_\theta$	$H_1$
1	$L_0$	$ПЛ_1$	$I_1$

Если целью исследования считается поиск и достижение истинных объектов  $(\bar{x})$ , то элементы  $(\hat{x}, x)$  матрицы имеют следующую интерпретацию:  $I_1 = (1, 1)$  — цель достигнута,  $I_0 = (0, 0)$  — ложная цель отвергнута,  $L_0 = (0, 1)$  — пропуск цели,  $L_1 = (1, 0)$  — ложная тревога,  $H_0 = (\theta, 0)$  — ложная надежда,  $H_1(\theta, 1)$  — обоснованный оптимизм,  $ПЛ_1 = (1, \theta)$  — необоснованный оптимизм,  $ПЛ_0 = (0, \theta)$  — необоснованный пессимизм,  $H_\theta = (\theta, \theta)$  — действительная неопределенность, которая в отличие от постулата неопределенности трилогики может иметь дополнительный смысл истинного, точно определенного знания того, что свойство  $x$  изменчиво, невоспроизводимо, неопределимо, поэтому  $\theta_{\hat{x}} = \theta_x$  — истинная неопределенность.

Теперь рассмотрим информационные ситуации с логическими зависимостями неопределенных аргументов бинарных операций трилогики и, применяя принцип поглощения бинолей, получим таблицу, которая определяет результаты логических операций при зависимых аргументах  $a = \theta_a, b = \theta_b$  (табл. 2).

Таблица 2

Логич. связь	$a + b$	$a \cdot b$	$a - b$	$a \rightarrow b$	$a \leftrightarrow b$	$a \oplus b$	$a \uparrow b$	$a \downarrow b$
$a \rightarrow b$	-	-	0	1	-	-	-	-
$b \rightarrow a$	-	-	-	-	-	-	-	-
$a \rightarrow \bar{b}$	-	0	-	-	-	-	1	-
$\bar{b} \rightarrow a$	1	-	-	-	-	-	-	0
$a = b$	-	-	0	1	1	0	-	-
$a = \bar{b}$	1	0	-	-	0	1	0	1

При импликативной связи логических признаков неопределенности поглощаются для двух операций (одна есть отрицание другой) из восьми, представленных в таблице, исключение составляет связь  $b \rightarrow a$  (вторая строка), в которой все восемь операций имеют неопределенный результат, что объясняется отсутствием в таблице асимметричных операций  $b - a$  и  $b \rightarrow a$ , в которых при связи  $b \rightarrow a$  биноли поглощаются, см. первую строку. Импликация  $a \rightarrow b$  (обратная теорема) дает неопределенность при истинности связи  $b \rightarrow a$  (прямой теоремы), это свойство так называемой абдукции — неверный логический вывод в двоичной классической логике «по аналогии», ложный при  $a \neq b$ . Для эквивалентных связей признаков  $a$  и  $b$  биноли поглощаются четырьмя и шестью (последняя строчка) операциями трилогики в полном соответствии с определением базисного отрицания и законами противоречия и исключенного третьего.

Табл. 1 и 2 можно принять за исходные формальные определения операций трилогики, согласованные с информационной семантикой логических преобразований и отношений, как это принято в классической логике. Из этих определений однозначно следуют все законы классической логики, правила символьных преобразований булевой алгебры, их справедливость в трилогике — в шкале  $\text{Bit}_\theta$  с зависимыми и независимыми неопределенностями: ассоциативность и коммутативность сложения, умножения, эквиваленции, дифференции, законы дистрибутивности, де Моргана, поглощения констант и переменных, эти законы без всяких изменений переносятся в трилогику.

Табл. 1 и 2 можно принять за исходные формальные определения операций трилогики, согласованные с информационной семантикой логических преобразований и отношений, как это принято в классической логике. Из этих определений однозначно следуют все законы классической логики, правила символьных преобразований булевой алгебры, их справедливость в трилогике — в шкале  $\text{Bit}_\theta$  с зависимыми и независимыми неопределенностями: ассоциативность и коммутативность сложения, умножения, эквиваленции, дифференции, законы дистрибутивности, де Моргана, поглощения констант и переменных, эти законы без всяких изменений переносятся в трилогику.

### ЧАСТОТНАЯ ЛОГИКА, ТРИЛОГИКА, ТРОИЧНАЯ ЛОГИКА ЛУКАСЕВИЧА

Оценим, в какой степени дискретная частотная логика с тремя значениями истинности  $\{0, 1/2, 1\}$  моделирует трилогику  $\{0, 1, \theta\}$  при задании соответствия между информационным нулем  $\theta$  и частотой истинности  $1/2$ . Для этого в множестве исходных высказываний выделим истинные  $\underline{a} = 1$  и ложные  $\underline{b} = 0$  высказывания, а остальным высказываниям в интервале истинности  $0 < \underline{c} < 1$  припишем значение  $\underline{c} = 1/2$ . Аналогичный результат получается и для двух источников информации с согласованными  $(1, 1)$  и  $(0, 0)$  и противоречивыми  $(1, 0)$  или  $(0, 1)$  выходными данными. Ограничимся операциями из базиса Буля  $(+, \cdot, \neg)$ , из которых получаются все остальные операции арности  $n \geq 2$ .

Очевидно, унарная операция отрицания  $c = \bar{a}$  имеет одинаковое выражение истинности в трилогике  $\{0, 1, \theta\}$  и частотной логике, если приравнять  $\theta=1/2$ , т.к.  $\underline{c} = 1 - \underline{a}$ , отсюда  $0 = \bar{1}$ ,  $1 = \bar{0}$ ,  $\Theta = \bar{\Theta}$ ,  $1/2 = 1 - 1/2$ . Бинарная операция умножения  $c = a \cdot b$  в частотной логике является внелогической и величина истинности произведения  $ab$  должна быть задана априори внелогическими средствами, а в данном случае троичной частотной логики оно принимает одно из трех значений: 0, 1/2, 1. В трилогике произведение вычисляется по значениям  $a$  и  $b$ :  $0 \cdot \theta = 0$ ,  $1 \cdot \theta = \theta$ ,  $\theta \cdot \theta = \theta$ , если бинолы логически независимы. В частотной логике этим соотношениям соответствуют априорные ограничения:  $0 \leq \underline{ab} \leq \underline{a}, \underline{b} \leq 1, \underline{a} + \underline{b} \leq 1 + \underline{ab}$ ;  $\underline{a} + \underline{b} \leq 1 + \underline{ab}$ . В дискретной шкале значений  $\underline{a}, \underline{b} \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$  эти неравенства превращаются в равенства, по ним однозначно восстанавливается значение  $\underline{ab}$  в 8 случаях из 9, исключение составляет лишь произведение  $\theta = \theta \cdot \theta$ .

В самом деле, если  $\underline{a}$  или  $\underline{b} = 0$ , то по первому неравенству  $\underline{ab} = 0$ , что соответствует в вещественной арифметике умножению на ноль и в результате будет ноль. При  $\underline{a} = \underline{b} = 1$  величина  $\underline{ab}$  из первого неравенства  $\leq 1$ , а из второго  $\geq 1$ , значит,  $\underline{ab} = 1$ , а если одно из этих значений равно 1/2, то получаем из первого неравенства  $\underline{ab} \leq 1 * 2$ , из второго  $\underline{ab} \geq 1 * 2$ , следовательно,  $\underline{ab}$ , что полностью соответствует случаю  $1 \cdot \theta = \theta$ . Остается случай  $\underline{a} = \underline{b} = 1/2$ , соответствующий умножению независимых неопределенностей  $\theta \cdot \theta = \theta$ . Из неравенств и диаграммы Эйлера следует неопределенность частоты произведения:  $0 \leq \underline{ab} \leq 1/2$  и, следовательно, в троичной частотной логике произведения может принимать только два значения  $\underline{ab} = 0$  или  $\frac{1}{2}$ . Нулевому значению соответствует полная определенность составного высказывания — несовместность максимально неопределенных высказываний  $a$  и  $b$  и строгая имплицативная связь между ними:  $a \rightarrow \bar{b}$  и  $b \rightarrow \bar{a}$ . Второе значение  $\underline{ab} = 1/2$ , напротив, выражает максимальную неопределенность его истинности  $\sigma_a = \frac{1}{2}$ , когда ответы «да» и «нет», имеют одинаковую меру истинности, как и ответ «ни да, ни нет», поэтому семантически более обоснованным значением истинности неопределенного произведения  $a \cdot b$  из двух возможных будет решение дискретных неравенств значением в виде  $\underline{ab} = \frac{1}{2}$ . Это значит, что в троичной частотной арифметике  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  — единственный случай из 9, отличающий троичное перемножение 0,  $\frac{1}{2}$  и 1 от произведения в вещественной арифметике, т.к. в последней полученное значение  $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$  не принадлежит троичной шкале и заменяется семантически оправданным значением  $\frac{1}{2}$ , которое соответствует ситуации логической независимости бинолей.

Таблица, определяющая умножение будет такой:

$\underline{ab}$	0	$\frac{1}{2}$	1
0	0	0	0
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$	1

Она совпадает с таблицей трилогики, если переобозначить  $\frac{1}{2}$  на  $\theta$ , и в ней  $\theta \cdot \theta = \theta$ . Таким образом, при независимости неопределенностей в троичной частотной логике достаточно знать независимые истинности  $\underline{a}$  и  $\underline{b}$ , чтобы вычислить все остальные истинности логических операций в полном соответствии с формулами трилогики.

Скажем, истинность суммы  $a + b$  теперь может быть вычислена по формуле частотной логики  $\underline{a + b} = \underline{a} + \underline{b} - \underline{ab}$ . Легко убедиться, что все 9 возможных соотношений трилогики  $\{0, 1, \theta\}$ :  $0 + \theta = \theta$ ,  $\theta + \theta = \theta$ ,  $1 + \theta = 1$  и т.д. соответствуют сложению в троичной частотной логике, представленного таблицей:

$\underline{a + b}$	0	$\frac{1}{2}$	1
0	0	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
1	1	1	1

Для примера вычислим истинность суммы при  $\underline{a} = \frac{1}{2}$ ,  $\underline{b} = \frac{1}{2}$ , тогда  $\underline{ab} = 1/2$ ,  $\underline{a + b} = \underline{a} + \underline{b} - \underline{ab} = \frac{1}{2}$ .

Точно также доказывается справедливость остальных бинарных и  $n$ -арных операций, например, сумма трех признаков  $c = a_1 + a_2 + a_3$ , и имеет истинность  $\underline{c} = \underline{a}_1 + \underline{a}_2 + \underline{a}_3 - \underline{a}_{12} - \underline{a}_{13} - \underline{a}_{23} + \underline{a}_{123}$ , где  $\underline{a}_i \in \{0, 1/2, 1\}$ . По заданным  $\underline{a}_i$  вычисляем  $\underline{a}_{ij}$ , и затем  $\underline{a}_{ijk}$ , а далее истинность  $\underline{c}$ ; так, при  $\underline{a}_1 = \underline{a}_2 = \underline{a}_3 = 1/2$ ,  $\underline{a}_{ij} = 1/2$ ,  $\underline{a}_{ijk} = 1/2$ ,  $\underline{c} = 3 \cdot 1/2 - 3 \cdot 1/2 + 1/2 = 1/2$ . Аналогично проверяется полное соответствие импликации  $\underline{a} \rightarrow \underline{b} = \bar{\underline{a}} + \underline{b}$  и других функций этих логик.

Таким образом, частотная логика полностью воспроизводит не только двоичную классическую, но и трилогику, если информационному нулю  $\theta$  и произведению  $\theta \cdot \theta$  соотнести частоту истинности, равную  $\frac{1}{2}$ . К соответствию этих логик можно подойти и с практической точки зрения: трилогика — троичная информационная логика является простейшей аппроксимацией частотной логики и расширяет возможности классической логики, учитывая не только истину и ложь, но и предельную неопределенность логического вывода, а программно-аппаратная ре-

лизация троичной арифметики гораздо проще и дешевле арифметики вещественной. Дополнительные погрешности в оценках частотной истинности, которые возникают при замене частот, отличных от 0 и 1, значением  $\frac{1}{2}$  можно оценить по формулам частотной логики.

Трилогика является предельным упрощением частотной логики и простейшим обобщением классической логики, которое учитывает внутреннюю неопределенность состояний информационно-логического процесса. Троичная шкала  $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$  появилась в исторически первой многозначной логике, созданной Я. Лукасевичем [5]. Он связывал построение трехзначной логики с «борьбой за освобождение человеческого духа», а его доказательство недостаточности классической логики для описания модальностей и необходимости построения неклассических систем некоторые ученые сравнили с открытием неевклидовой геометрии.

Промежуточное значение  $\frac{1}{2}$  в этой шкале имеет неформализованную семантику, Лукасевич использовал термины «нейтральное» или «возможное» значение (чего?, если значение меры истинности и неопределенности, то мы приходим к частотной интерпретации числовых значений троичной шкалы: 0,  $\frac{1}{2}$  и 1). Логическая система Лукасевича строится в базисе Фреге ( $\neg, \rightarrow$ ), негация определяется числовым вычитанием:  $\bar{a} = 1 - a$ , импликация выражается числовой функцией  $a \rightarrow b = \max(1, 1 - a + b)$ , остальные логические операции определяются в этом базисе по формулам классической логики, однако в троичной логике Лукасевича, в отличие от трилогики, результат переноса операций зависит от исходных формул. Так, если дизъюнкцию  $a + b$  определить выражением  $\bar{a} \rightarrow b$  или равным ему  $\bar{b} \rightarrow a$ , аналогично конъюнкцию  $a \cdot b$  выразить формулой  $\neg(a \rightarrow \bar{b}) = \neg(\bar{b} \rightarrow a)$ , то законы противоречия и исключенного третьего будут справедливыми в этом варианте логики Лукасевича, если же взять за исходные формулы  $a + b = (a \rightarrow b) \rightarrow b = (b \rightarrow a) \rightarrow a$ ,  $a \cdot b = \neg((\bar{a} \rightarrow \bar{b}) \rightarrow \bar{b}) = \neg((\bar{b} \rightarrow \bar{a}) \rightarrow \bar{a})$ , которые используются в аксиоматизациях логики Лукасевича и других логик в работах А. Тарского, М. Вайсберга, Я. Слупецкого и др., то законы классической логики не выполняются. Причина этого факта состоит в том, что импликация Лукасевича отличается от импликации трилогики в одном значении из девяти:  $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} = 1$  — в интерпретации Лукасевича: «Если из возможного логически следует возможное, то эта формула истинна», в нарушении информационного принципа поглощения неопределенностей, в согласии с которым «если из бинольа следует логически независимый биноль, то эта формула имеет неопределенное значение биноль». Истина в этом случае будет только при наличии логических связей аргументов:  $a \rightarrow b$  или  $a = b$  — первая и предпоследняя строки табл. 2.

Следует отметить также связь импликации Лукасевича с приведенным выше обоснованием троичной аппроксимации частотной логики при выборе значения произведения  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0$  или  $\frac{1}{2}$ . Там было выбрано значение  $\frac{1}{2}$ , но если конъюнкцию Лукасевича определить по правилу  $a \cdot b = \neg(a \rightarrow \bar{b})$ , то произведение  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0$ , а логическая сумма  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ , поэтому законы классической логики выполняются в этом неординарном варианте логики Лукасевича. При выборе формулы  $a \cdot b = \neg((\bar{a} \rightarrow \bar{b}) \rightarrow \bar{b})$  имеем  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  — законы противоречия и исключенного третьего нарушаются, а сам выбор формул и аксиом логических систем не имеет в данной ситуации объективных оснований. По сходным причинам известные троичные логики Брауэра–Гейтинга, Черча, Гудстейна, Шестакова, Бочвара, Клини, Рейхенбаха не удовлетворяют информационным принципам объективных логик, не учитывают частотные и логические связи неопределенных логических признаков. Многочисленные существующие аксиоматизации этих и других логик привносят дополнительные семантические неопределенности и неадекватности информационной семантике логических процессов.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Развитие информационных систем и технологий, формализация информационной семантики и неопределенностей знаковых процессов позволили прояснить некоторые проблемы классической и неклассических логик. Логический подход к созданию новых информационных технологий является в настоящее время, пожалуй, наиболее распространенным при разработке интеллектуальных и экспертных систем в различных предметных областях. В этих исследованиях двоичная классическая логика обычно заменяется какой-либо неклассической логикой, по-видимому, более соответствующей информационной ситуации и поставленной проблеме. Число и разнообразие неклассических логик — модальных, интуиционистских, конструктивистских, монотонных, многозначных, индуктивных, вероятностных, размытых, правдоподоб-

ных, нечетких, диффузных, квантовых и т. д. — экспоненциально растет со временем, вместе с тем эти логики пока не оказывают заметного влияния на теории и информационный инструментарий предметик.

Накопленный опыт с очевидностью показывает, что с позиций стоящих актуальных задач автоматизации человеческой деятельности основные трудности создания многозначных и других неклассических логик не формального синтаксического, математического или алгоритмического характера, а принципиально семантического свойства, они имеют весьма ограниченный смысл, обусловленный отсутствием строгих конструктивных определений истинности и неопределенности, общезначимых однозначно формализованных семантик неклассических логик, согласованных с традициями предметик и проверенными способами оценок достоверности, изменчивости объектов, погрешности измерений, вычислений, рассуждений и последствий принимаемых решений. В самом деле, реальные мыслительные информационные процессы и знания о материально-информационной реальности не укладываются в жесткую схему двузначности оценок всякого знания, но могут быть сведены (с некоторыми потерями информации и допустимыми приближениями) к наборам взаимосвязанных двузначных шкал, семантика которых может сильно отличаться от оценок истины или ее отрицания — лжи.

В аппарат трилогики и тетралогии явно вводятся общезначимые информационные нули — внутренний и внешний, относительно двоичной шкалы классической логики, биноль и киноль. В формализованной информационной семантике логического процесса биноль появляется в ситуациях: 1) логический признак не задан,  $\hat{x} = \theta$ , следовательно, истинное значение неизвестно,  $x = \theta$ , 2) признак  $\hat{x}$  задан, но его истинность неизвестна  $\nabla = \theta$  или неизвестен источник информации, породивший значение  $\hat{x}$ , либо неизвестны свойства источника, следовательно,  $x = \theta$ , 3) источники информации дают противоречивые сведения о значении  $x$ , по одним данным  $\hat{x} = 0$ , по другим  $\hat{x} = 1$ , следовательно,  $x = \theta$ , 4) процесс получения оценки значения признака привел к абсурду,  $\hat{x} = \square$ , следовательно,  $x = \theta$ .

В информационно-логическом процессе в формализме тетралогии киноль возникает в следующих ситуациях: 1) при нарушении предусловий на входе и постусловий на выходе логической функции или отношения, операционной продукции, процедур контроля дедуктивной системы, 2) при анализе противоречий между фактическими данными, а также между фактами и априорикой решаемой проблемы, 3) при реализации операций тетралогии. Между информационными нулями  $\theta$  и  $\square$  различных логических переменных возникают частотные и логические связи. Механизмы образования зависимостей между неопределенными классами объектов универсума различаемых в шкалах трилогики и тетралогии по сути те же, что и в любых других шкалах определенных значений, числовых и нечисловых, например, логическая связь бинолей  $\theta_a$  и  $\theta_b$  может быть обусловлена недоступностью измерения свойств  $a$  и  $b$  определенных классов объектов универсума предметики. Строя распределения численности или частоты троичных и четверичных логических переменных по фактическим данным и теоретическим моделям получают естественные обобщения частотной логики и формальный аппарат **частотной трилогики** и **частотной тетралогии**. Следует подчеркнуть, что теоретическая истинность, неопределенность, противоречивость и другие модальности знания неотделимы от универсума информационных ситуаций, в котором оцениваются свойства знаний.

В трилогике и тетралогике, в отличие от частотной логики не происходит расщепления логической функции и выделения ее функции истинности и неопределенности, вычисления ведутся в соответствии с правилами, подобными алгебре классической логики. В трилогике выполняются все законы, эквивалентные и неэквивалентные (импликативные) преобразования классической логики, а функции многих логически независимых вариаций переменных выражаются через бинарные операции, справедлив также линейный нестрочный порядок  $0 \leq \theta \leq 1$ , если в двоичные шкалы ввести строгий порядок: нет < да, ложь < истины,  $0 < 1$ , а при отсутствии информационных нулей трилогика и тетралогика воспроизводят преобразования классической логики, при этом в шкале тетралогии выразимы обратные логические функции. Появление в логическом процессе абсурда и знака киноль ведет к нарушению законов логики и информатики, это важное отличие тетралогии от трилогики, в которой все законы выполняются.

Аппарат трилогики и тетралогии сложнее аппарата формализмов классической логики, но значительно проще частотной логики, что позволяет надеяться на применения информационных нулей в рассуждениях естественного интеллекта в среде естественного языка при описании типовых мыслительных ситуаций и решений. Другие применения неклассических логик с ин-

формационной семантикой относятся к созданию систем искусственного интеллекта и интеллектуальных интерфейсов. Частотная логика малоприменима для человеческих рассуждений — это инструмент машинного интеллекта, но в эргатических системах, в процессах общения автомата и человека, в процедурах объяснения машинных решений весьма полезными оказываются трилогика, тетралогика, аппроксимационные вербальные логики [3].

Язык любой логики ограничен и не универсален. Логики с информационной семантикой есть постепенный переход от двоичной классической логики к более сложным математическим и информационным моделям систем и технологий. Из всех мыслимых и фактически созданных логик особое место занимают логики, объективно описывающие состояния информационно-материальной реальности и содержащие собственный инструмент строгой оценки истинности и неопределенности логического вывода в рамках однозначно определенного формализма — прежде всего это классическая логика, отвергающая все недоопределенные и переопределенные значения переменных, оставляя их обработке неформализованной части естественного интеллекта, затем ее обобщения на неопределенные ситуации — трилогика, тетралогика, частотная логика и их комбинации, позволяющие учесть ошибки формализации, нарушения гипотезы двоичности Хризиппа, частичность и многозначность сенсоров и рефоров информационных систем и технологий.

Если частотная логика предполагает при реализации сложные машинные вычисления, то трилогика и тетралогика могут найти применение не только в упрощенных алгоритмах и аппаратных средствах автоматизированных систем, но и в процессах естественного мышления и языка. Дана Скотт сетовал: «Да, да, я слышу возражения, выкрикиваемые со всех сторон. Если мы собираемся использовать неопределенные термы, то почему нельзя использовать и неопределенные истинностные значения? Разве это не более естественно? Может быть и так, но сначала покажите мне пригодную для работы трехзначную логику. Я знаю, что такая логика может быть построена и, по меньшей мере, четыре раза в год кто-нибудь приносит новую идею, но до сих пор она не разработана до такой степени, чтобы с ней было приятно работать. Может быть, такой день настанет, но меня еще нужно убедить. Поэтому мой совет такой: продолжать работать с двузначной логикой, потому что ее легко понимать и использовать в приложениях ...» [6]. Ну а совет, который следует из предшествующего изложения — работать с подходящей объективной логикой и ее формализованной информационной семантикой.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зверев, Г. Н.** Логическая семантика и дискретные аппроксимации / Г. Н. Зверев // Основания теоретической информатики. Разд. 5. Уфа : УГАТУ, 1997. 92 с.
2. **Зверев, Г. Н.** Частотная логика — альтернатива классической логике в новых информационных технологиях / Г. Н. Зверев // Информационные технологии. 1998. № 11. С. 2–10.
3. **Зверев, Г. Н.** Объективные многозначные логики в интеллектуальных системах моделирования и обработки информации / Г. Н. Зверев // Вестник УГАТУ. 2003. Т. 4, № 1. С. 20–34.
4. **Bolc, L.** Many-Valued Logics: Theoretical Foundations. / L. Bolc, P. Borowic. Berlin, 1992. Vol. 1
5. **Lukasiewicz, J.** Logica trojwartosciowa / J. Lukasiewicz // Ruch Filozoficzny. Lwow, 1920. R. V, nr. 9.
6. Семантика модальных и интенциональных логик. М. : Прогресс, 1981. 424 с.