

В. Ш. Шагапов, Ю. А. Юмагулова

ДИНАМИКА РОСТА ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ ПРИ ЕЕ НАГРЕВАНИИ

Предложена и исследована модель повышения давления воды в замкнутом объеме при ее нагревании. Для случая плоской, радиально-симметричной и сферически-симметричной постановки задачи получены решения, описывающие рост давления вследствие термического расширения и фазовых переходов. Проанализировано влияние начального состояния жидкости, геометрического размера замкнутого объема на темп изменения давления. *Повышение давления; термическое расширение; парообразование*

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время представляют интерес исследования процессов теплопереноса в емкостях различной геометрической конфигурации. Это, в первую очередь, цилиндр и сфера. Такая геометрия обусловлена преимущественно потребностями ракетно-космической и авиационной промышленности, так как топливные баки и емкости для хранения криогенных жидкостей имеют чаще всего именно такую форму. Следует также отметить, что горючие жидкости, хранящиеся в замкнутых емкостях, во время пожара представляют собой опасность и могут привести к взрыву.

Нагревание жидкости в замкнутом объеме сопровождается термическим расширением и фазовыми переходами (испарением), которое может способствовать разрушению конструкции в результате сильного повышения давления. В ряде случаев причина возникновения подобных ситуаций может быть обусловлена только объемным расширением жидкости при ее нагреве. Но особенно сильный рост давления (тепловой удар) может реализоваться за счет фазовых переходов при больших тепловых нагрузках. Поэтому при конструировании и расчете надежности прочности различных технических систем, таких как гидравлические машины и другие устройства, которые работают в переменных температурных условиях, необходимо учитывать термическое расширение используемой жидкости и возможные фазовые переходы.

ПОВЫШЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ ВСЛЕДСТВИЕ ЕЕ ТЕРМИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ

Рассмотрим задачу о нагревании жидкости в виде плоского слоя толщиной $2b$ либо в виде цилиндрической или сферической области радиусом b , через боковые стенки. Нагревание происходит с поверхности $r = b$ за счет поддержания заданной температуры. При отсутствии кипения жидкости повышение давления будет происходить только за счет термического расширения по всему объему ($0 < r < b$), где $r = 0$ – координата оси или центра симметрии.

Для теоретического описания процесса повышения давления в объеме при нагреве запишем уравнения неразрывности, теплопроводности и состояния жидкости в линейном приближении [1, 2]:

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} (r^n \rho_l v_l) = 0, \quad (1)$$

$$\rho_l c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\lambda_l}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial T_l}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$\rho_l = \rho_{l0} (1 - \alpha^{(T)} (T_l - T_{l0}) + \alpha^{(p)} (p - p_0)), \quad (3)$$

где ρ_l , λ_l , c_l , v_l , T_l , p – плотность, теплопроводность, теплоемкость, скорость, температура и давление жидкости, нижний индекс 0 здесь и далее соответствует начальным значениям параметров жидкости, $\alpha^{(T)}$ – коэффициент термического расширения жидкости, $\alpha^{(p)} = 1/(\rho_{l0} C_l^2)$ – коэффициент сжимаемости, определяемый скоростью звука в жидкости C_l , $n = 0, 1$ и 2 соответствует плоской, радиальной и сферической геометрии задачи.

Пусть в исходном состоянии ($t < 0$) температура жидкости равна T_{l0} , а давление p_0 . С некоторого момента времени $t = 0$ на границе $r = b$ поддерживается постоянная температура T_e , ко-

торая выше начальной температуры T_{10} . При этом на оси симметрии емкости ($r = 0$) выполняется условие отсутствия тепловых потоков ($\partial T_l / \partial r = 0$).

При гипотезе однородности давления (условие гомобаричности $\partial p / \partial r = 0$) из уравнения неразрывности (1) и теплопроводности (2) с учетом линейного уравнения состояния (3) можно получить

$$\alpha^{(p)} r^n \frac{dp}{dt} = \alpha^{(T)} v_l^{(T)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} (r^n v_l), \quad (4)$$

где $v_l^{(T)} = \lambda_l / (\rho_l c_l)$ – температуропроводность жидкости.

Учитывая, что скорость жидкости на границах $r = 0$ и $r = b$ равна нулю, интегрирование уравнения (4) по координате от 0 до b приводит к следующему дифференциальному уравнению для изменения давления жидкости:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{(n+1)\alpha^{(T)} v_l^{(T)}}{\alpha^{(p)} b} \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right) \Big|_{r=b}. \quad (5)$$

Для задания теплового потока на границе $r = b$ необходимо найти решение уравнения теплопроводности (2), удовлетворяющее условиям $T_l = T_{10}$ ($t = 0, 0 < r < b$), $\partial T_l / \partial r = 0$ ($t > 0, r = 0$), $T_l = T_e$ ($t > 0, r = b$).

Решение этой задачи известно [3], подставляя в уравнение (5), для $n = 0, 1$ и 2 соответственно получим:

$$p = p_0 + \frac{8\alpha^{(T)}(T_e - T_{10})}{\alpha^{(p)}\pi^2} \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \left[1 - e^{-v_l^{(T)}(2m+1)^2 \pi^2 t / (4b^2)} \right]; \quad (6)$$

$$p = p_0 + \frac{4\alpha^{(T)}(T_e - T_{10})}{\alpha^{(p)}b^2 \sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m^2} \left[1 - e^{-v_l^{(T)}\alpha_m^2 t} \right]; \quad (7)$$

$$p = p_0 + \frac{6\alpha^{(T)}(T_e - T_{10})}{\alpha^{(p)}\pi^2} \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \left[1 - e^{-v_l^{(T)}m^2 \pi^2 t / b^2} \right]. \quad (8)$$

Следует отметить, что из решений (6)–(8) можно получить предварительные предельные оценки роста давления $p^{(M)}$ предельным переходом при $t \rightarrow \infty$ или из уравнения состояния (3), полагая $T_l = T_e$ и $\rho_l = \rho_{10}$:

$$p^{(M)} = p_0 + \frac{\alpha^{(T)}}{\alpha^{(p)}} (T_e - T_{10}). \quad (9)$$

В численных расчетах применительно к воде использовались следующие физические параметры [4]: $\alpha^{(T)} = 10^{-4} \text{ К}^{-1}$, $\alpha^{(p)} = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$,

$v_l^{(T)} = 1.3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$. Для начального состояния приняты значения температуры и давления воды $T_{10} = 293 \text{ К}$, $p_0 = 0,1 \text{ МПа}$, температура на границе равна $T_e = 353 \text{ К}$.

На рис. 1 представлены зависимости давления от времени, иллюстрирующие влияние линейных размеров замкнутого объема. Здесь и в дальнейшем сплошная, штрихпунктирная и точечная линии соответствуют случаям плоской, радиальной и сферической геометрии задачи. Штриховая линия, выполненная по формуле (9), соответствует величине максимального давления жидкости в замкнутом объеме.

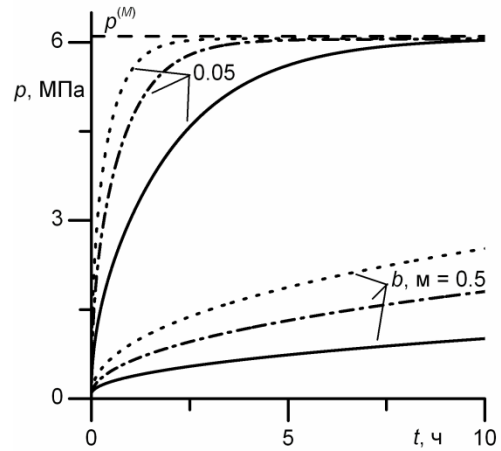


Рис. 1. Динамика роста давления вследствие термического расширения воды при различных значениях полуширины или радиуса b

Видно, что при нагревании воды в замкнутой емкости, которая препятствует ее расширению, появляется давление на стенки, которое может привести к ее разрушению. Величина максимального давления не зависит от геометрического размера емкости, а зависит от начальных температур границы и воды. Геометрический размер емкости влияет на темп повышения давления.

ПОВЫШЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ ВСЛЕДСТВИЕ ПАРООБРАЗОВАНИЯ

Рассмотрим случай, когда при нагревании емкости с жидкостью через боковые стенки может происходить вскипание жидкости вблизи границы. В этом случае появляется слой пара ($r_{(s)} < r < b$), в котором можно записать уравнение теплопроводности в виде

$$\rho_v c_v \left(\frac{\partial T_v}{\partial t} + v_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) = \frac{\lambda_v}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial T_v}{\partial r} \right), \quad (10)$$

где ρ_v , λ_v , c_v , v_v , T_v – плотность, теплопроводность, теплоемкость, скорость и температура пара.

Для пара примем уравнение Менделеева–Клапейрона

$$p_v = \rho_v R_v T_v, \quad (11)$$

где p_v – давление пара, R_v – газовая постоянная.

На границе раздела пар–жидкость ($r = r_{(s)}$) температура равна равновесной температуре фазовых переходов для давления p : $T_v = T_l = T_s(p)$. Кроме того, на этой границе выполняются условия баланса массы и тепла:

$$\rho_v (v_v - \dot{r}_{(s)}) = \rho_l (v_l - \dot{r}_{(s)}), \quad (12)$$

$$\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r} - \lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial r} = \bar{\rho}_v \dot{r}_{(s)} l, \quad (13)$$

где $\bar{\rho}_v$ – средняя плотность пара, l – удельная теплота парообразования.

Начальное состояние ($t < 0$) характеризуется температурой жидкости T_{j0} ($0 < r < b$), давлением p_0 , а толщина слоя пара равна нулю ($\delta = b - r_{(s)} = 0$). С некоторого момента времени $t = 0$ на границе $r = b$ поддерживается постоянная температура T_e , которая выше температуры кипения жидкости при давлении p_0 , в центре емкости ($r = 0$) тепловые потоки отсутствуют ($\partial T_l / \partial r = 0$).

Аналогично предыдущему случаю уравнение для изменения давления жидкости будет иметь вид (4). Проинтегрировав это уравнение по координате от 0 до $r_{(s)}$ с учетом малости слоя пара ($\delta \ll b$) и его плотности ($\rho_v \ll \rho_l$), а также используя условие баланса массы (12), получим

$$\frac{\alpha^{(p)} b}{(n+1)} \frac{dp}{dt} = \alpha^{(T)} v_l^{(T)} \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r_{(s)}} + \dot{\delta}. \quad (14)$$

Согласно уравнению (14) повышение давления жидкости происходит за счет термического расширения и сжатия слоем пара.

С учетом предположения, что толщина парового слоя мала ($\delta \ll b$), для распределения температуры из (10) в паровом слое примем линейный закон:

$$T_v = T_e + \frac{(T_s(p) - T_e)(b - r)}{\delta}. \quad (15)$$

В уравнении (14) неизвестной величиной является толщина парового слоя δ , которая может быть определена из условия баланса тепла (13) с учетом (15) в виде:

$$\dot{\delta} = \frac{1}{\bar{\rho}_v l} \left(-\lambda_l \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r_{(s)}} + \lambda_v \frac{T_e - T_s(p)}{\delta} \right). \quad (16)$$

Для дальнейшего примем некоторые упрощения. В уравнениях (14) и (16) будем пренебрегать первым слагаемым правой части, отвечающим за термическое расширение. Это означает, что повышение давления жидкости будет происходить только в основном из-за сжатия вследствие образования пара. Тогда система уравнений (14) и (16) относительно неизвестных δ и p преобразуется к виду

$$\alpha^{(p)} b \frac{dp}{dt} = (n+1) \dot{\delta}, \quad \dot{\delta} = \frac{\lambda_v (T_e - T_s(p))}{\bar{\rho}_v l \delta}. \quad (17)$$

Отсюда с учетом уравнения состояния пара (11) и выражения $T_s(p) = T_* \ln^{-1}(p^*/p_s)$ из [2] для зависимости равновесной температуры фазовых переходов от давления ($T_* = l / R_v$, p^* – эмпирические параметры, определяемые на основе табличных данных), для закона изменения давления жидкости в емкости получим уравнение

$$\frac{dp}{dt} = \frac{(n+1)^2 \lambda_v}{(\alpha^{(p)} b)^2 p (p - p_0) \ln(p^*/p)} \left(T_e - \frac{T_*}{\ln(p^*/p)} \right). \quad (18)$$

Для начального этапа закона роста давления, когда $(p - p_0) \ll p_0$, из (18) имеем следующее решение:

$$p = p_0 + \frac{(n+1)}{\alpha^{(p)} b} \sqrt{\frac{2 \lambda_v t (T_e - T_* / \ln(p^*/p_0))}{p_0 \ln(p^*/p_0)}}. \quad (19)$$

Формула (19) необходима для задания начальных условий Коши при дальнейшем численном продолжении решения уравнения (18). При этом закон роста толщины слоя пара на фоне полученного решения для давления определяется интегрированием второго уравнения (17).

В численных расчетах для температуры границы, начальной температуры воды и давления использованы значения: $T_e = 673$ К, $T_{j0} = 293$ К, $p_0 = 0,1$ МПа. Для теплофизических параметров воды и пара приняты величины: $\lambda_v = 0,024$ Вт/(мК), $T_* = 5,05 \cdot 10^3$ К, $p^* = 7,67 \times 10^{10}$ Па.

На рис. 2 представлены графики зависимости давления в объеме (а) и толщины слоя пара δ (б) от времени при различных значениях полуширины или радиуса емкости b .

Видно, что при сильном перегреве вблизи границы емкости сразу начнется интенсивное парообразование, которое в свою очередь приведет к быстрому повышению давления жидкости во всем объеме. При этом на начальном этапе давление достигает определенного значения и в дальнейшем меняется незначительно. Это

связано с тем, что равновесная температура $T_s(p)$ фазовых переходов, соответствующая значению давления в объеме p становится равной температуре границы нагрева T_e .

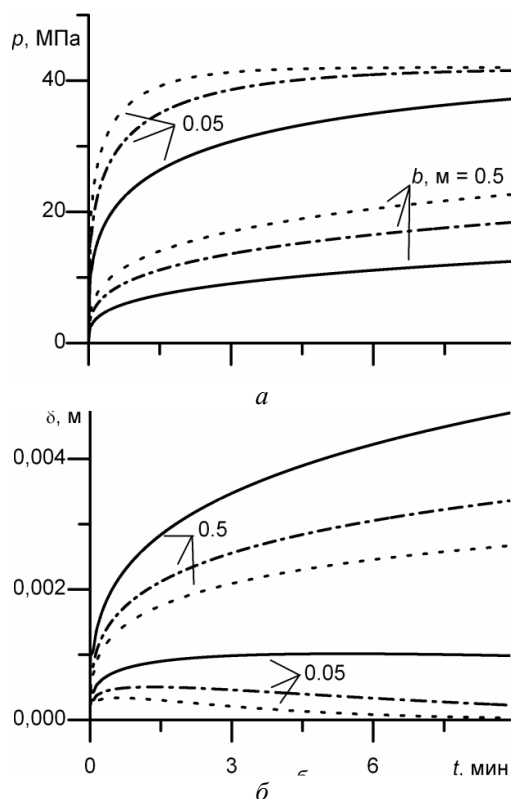


Рис. 2. Динамика роста давления в объеме вследствие парообразования (а) и толщины слоя пара (б) при различных значениях b

Таким образом, процесс парообразования вблизи границы замкнутой емкости продолжается некоторое время и впоследствии прекращается.

На рис. 3 представлены профили температуры вблизи границы по координате $x = b - r$ в моменты времени $t = 1$ (а) и 10 мин (б) соответственно. Точки излома на кривых соответствуют границе фазовых переходов.

Видно, что с течением времени область пара уменьшается, а прогретая область воды увеличивается, что приводит к тому, что через некоторое время на рост давления в объеме термическое расширение воды будет оказывать большее влияние.

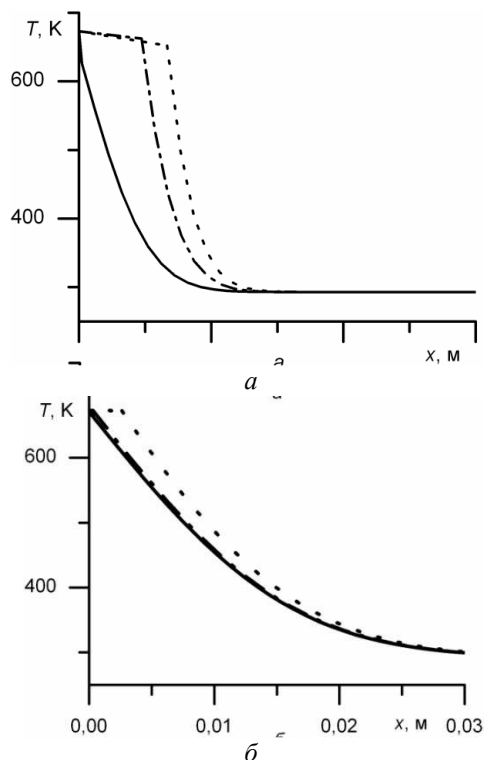


Рис. 3. Профили температуры вблизи границы

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для случаев плоской, радиальной и сферической геометрии получены аналитические и численные решения, описывающие повышение давления жидкости в замкнутом объеме за счет термического расширения и возможного парообразования.

Показано, что нагревание жидкости на границе замкнутого объема приводит к повышению ее давления, которое определяется интенсивностью нагрева. При этом возможны два режима повышения давления. При первом режиме, когда температура границы нагрева меньше температуры кипения для начального давления жидкости, повышение давления происходит за счет ее термического расширения, темп его зависит от условий нагрева и геометрии замкнутого объема. Интенсивный рост давления наблюдается при втором режиме, когда появляется область парового слоя. В этом случае процесс парообразования длится в течение конечного промежутка времени, а затем паровой слой схлопывается. Это связано с достижением давления значения, при котором температура насыщения становится равной температуре границы нагрева и дальнейшее повышение давления возможно только за счет термического расширения жидкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шагапов В. Ш., Ильясов У. Р., Насырова Л. А.** Тепловой удар в пористой среде, насыщенной жидкостью // Теплофизика и аэромеханика, 2003. Т.10, № 3. С. 411–422.
2. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с. Ч. 2. 360 с.
3. **Карслоу Г., Егер Д.** Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
4. **Варгафтик Н.Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.

ОБ АВТОРАХ

Шагапов Владислав Шайхулагзамович, академик АН РБ. Д-р физ.-мат. наук.

Юмагулова Юлия Александровна, асп. Бирск. филиала Башкирск. гос. ун-та.