

T. 17, № 3, (56). C. 18–25

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

УДК 621.438-42

И. А. Кривошеев, К. Е. Рожков, Н. Б Симонов, Д. Я. Рахманкулов

МЕТОД РАСЧЕТА ТЕОРЕТИЧЕСКОГО НАПОРА ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦОВ И РЕШЕТОК ПРОФИЛЕЙ С УЧЕТОМ РЕЖИМА И НАПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКА

Анализируются закономерности протекания характеристик решеток профилей, предлагается метод их экстраполяции и построения поля этих характеристик, включая обратные течения (возникающие периодически во время помпажа). На поле показано протекание линий номинальных (по Хауэллу) режимов и линий максимального поворота потока. Выявлена зона, где полученная П. К. Казанджаном регрессионная зависимость (для углов входа и выхода из решетки с учетом ее геометрии) имеют минимальную погрешность (по первообразной и первой производной) в сравнении с результатами продувок. Выделены особые режимы и точки на характеристиках решеток профилей. Получены универсальные зависимости для расчета параметров в этих точках в зависимости от геометрии лопаточных венцов. *Лопаточная машина, решетка профилей, кинематические, термодинамические, геометрические параметры, характеристика, регрессионная зависимость*

При проектировании лопаточных машин (ЛМ) все шире используют методы 3D CAD/ САЕ-моделирования. Однако на ранних этапах проектирования, при подборе геометрии лопаточных венцов, решении оптимизационных задач, а также при доводке и диагностике состояния ЛМ продолжают использоваться и такие программные комплексы, как Concept NREC, AxStrim, а также системы имитационного моделирования (СИМ) на основе разработанной в НИЛ САПР-Д УГАТУ технологии САМСТО (СИМ Компрессор, Турбина, Stupeny, Venez). В таких системах используются эмпирические зависимости для расчета углов отставания при истечении потока из каждого лопаточного венца (ЛВ), расчета потерь и т.д. Поэтому актуально уточнение этих зависимостей, анализ возможности их экстраполяция для расширения области адекватности моделирования.

В свое время Н. Е. Жуковский предложил выделять в ЛМ между соседними поверхностями «слои переменной толщины» (СПТ) и описывать течение в них, полагая, что эти слои слабо влияют друг на друга. На этой основе в лопаточном венце (ЛМ) выделяют так называемые элементарные решетки (ЭР), в ступени – элементарные ступени (ЭС), можно также выделить элементарный каскад ЛМ. Соответственно, для анализа распределения параметров по высоте проточной части (ПЧ) рассматривается так называемый полный ЛВ, полная ступень, полный каскад ЛМ. При выделении СПТ важно уметь подбирать картину поверхностей тока (которая зависит от режима), для этого существуют упрощенные методы, которые авторы усовершенствовали в СИМ Venec с использованием условий радиального равновесия газа в осевых зазорах ЛМ. В таких программных комплексах используются обобщенные данные продувок плоских решеток, позволяющие получить приемлемую точность в основном при определении параметров в области минимальных потерь. Геометрические параметры ЛВ, осевые и радиальные зазоры, форма ПЧ существенно зависит от геометрии ЭР, ЭС и расчета параметров на входе и выходе из них. На рис.1 представлена ЭР профилей рабочего колеса (РК) компрессора, выделенная вдоль одной из поверхностей тока. В общем случае в РК вдоль такой поверхности тока радиус и окружная скорость растут (имеет место «диагональность»). Кроме того, вдоль поверхности тока имеет место «просадка» осевой скорости (чаще всего в компрессоре она уменьшается). Анализ эмпирических зависимостей, предложенных Хауэллом и Ольштейном показал, что в целом ряде случаев они не согласуются с экспериментами и с теоретическими представлениями о том, как должны протекать характеристики ЭР, ступеней и каскадов. Потому предложено уточнить эти зависимости и модели. На основе анализа гипотезы, сделанной Л. Е. Ольштейном при разработке упрощенного метода получения характеристик осевых ступеней компрессора, авторами предложена гипотеза о линейной зависимости коэффициента теоретического напора ЭР H_т от коэффициента скорости $\overline{c_a}$ при малых скоростях натекания λ₁₁. Такую линию предложено использовать как базовую (она индивидуальна для каждой ЭР). Кроме того, авторами предложены вид соответствующих поправок, учитывающих эффекты «диагональности» (изменения диметра вдоль

Контактная информация: 8-903-311-81-02

СПС) и «просадки» осевой скорости (ее изменения вдоль СПС). Это поправки при расчете зависимости коэффициента теоретического напора элементарной решетки от коэффициента расхода по отношению к величине, определенной по базовой линии. При этом предлагается на первом этапе определить коэффициент теоретического напора «плоской» решетки профилей – без «диагональности» и «просадки» осевой скорости, а уже потом учесть поправки в виде предложенных коэффициентов и слагаемых.

Как известно, при осевом натекании («без закрутки») $\overline{c_a} = tg\beta_1$ (где β_1 – кинематический угол набегания), а при закрутке на входе с углом α_1 $\overline{c_a} = 1 / (ctg\beta_1 + ctg\alpha_1)$. Поэтому для ЭР (без учета закрутки на входе) предложена зависимость $\overline{H_T} = \overline{H_{Ty}} (1 - \frac{tg\beta_1}{tg\beta_x})$ с учетом закрутки

 $H_T = H_{Ty} [1 - (ctg\beta_x + ctg\alpha_1) / (ctg\beta_1 + ctg\alpha_1)]$ и в общем случае $H_T = H_{Ty} (1 - c_{a1} / c_x)$, где β_x – угол натекания, при котором в ЭР поворот потока $\Delta\beta$ и теоретический напор НТ равны нулю. Т.е. c_x – абсцисса в точке пересечения базовой линии с осью абсцисс. В случае осевого натекания это tg β_x . H_{Ty} – коэффициент теоретического напора в точке пересечения базовой линии с осью ординат. В случае продувки плоской решетки предполагается, что $c_m = c_a$ и $c_r \approx 0$. При прохождении рабочего тела через элементарную решетку поток разгоняется и меняет свое направление в соответствии с изгибами профиля. Проходя через элементарную «плоскую» решетку профилей (с постоянной высотой ПЧ), при статических лабораторных условиях поток ускоряется за счет потерь, что не соответствует протеканию потока через реальное РК компрессора. Поэтому при проведении экспериментов приходится анализировать только изменение траектории потока, а не его скоростных параметров. Тем не менее, это позволяет выявить зависимость \overline{H}_{Ty} и tg β_x от геометрии ЭР и использовать ее для получения характеристик ЭР, а затем и ЛВ, ступеней и каскадов в широком диапазоне.

Геометрию плоской компрессорной решетки принято характеризовать параметрами: угол изгиба средней линии профиля є, угол установки профиля в решетке γ , густота решетки *b/t*, относительное расстояние максимальной вогнутости средней линии от носка профиля $\overline{x_r}$, максимальная относительная толщина профиля $\overline{c_m}$, относительное расположение максимальной толщины профиля $\overline{x_{m}}$, координаты базового неизогнутого профиля, вид кривой, которой очерчивается средняя линия профиля. При протекании рабочего тела через ЭР в РК компрессора (а также в НА) поток изменяет свое направление и тормозится. Изменяя угол входа потока в решетку, можно получить характеристику решетки в координатах $\beta_2 = f(\beta_1)$ или $\Delta \beta = f(\beta_1)$. Последний вариант чаще используется на практике в координатах $\Delta\beta = f(i)$, где *i* – угол атаки, но это затрудняет экстраполяцию и сопоставление с идеальным



Рис. 1. Лопаточный венец с выделенным «слоем переменной толщины» (вдоль поверхностей тока), геометрические и кинематические параметры выделенной элементарной решетки профилей

протеканием характеристики (без отставания на выходе). Авторами предложено результаты продувок плоской решетки профилей представить в координатах $\beta_2 = f(\beta_1)$. При этом для малых скоростей натекания ($\lambda_{w1} < 0,4$) выделяется базовая линия. Семейство таких линий для разных ЭР показано на рис. 2. Все линии начинаются в точке (0; 0°) и заканчиваются в точке (180;180°). Можно выделить 2 участка: β_1 меняется от 0 до 90° (компрессорный режим) и от 90 до 180° (турбинный режим). При изменении геометрии ЭР базовая линия смещается относительно точки, с координатами (90, 90°) вверх или вниз.

Для профилей с нулевой толщиной $\overline{c_m} = 0$, если взаимно поменять значения «лопаточных» углов входа β_{1n} и выхода β_{2n} , то базовая линия переворачивается вокруг точки (90, 90°), поэтому в семействе можно выделить пары симметричных базовых линий для ЭР, у которых угол β_{1n} одной равен углу β_{2n} другой и наоборот, угол β_{2n} одной равен углу β_{1n} другой. На этом поле хорошо видны углы поворота, атаки и отставания, вышеописанные точки максимального поворота «m» и «0» – номинального (по Хауэллу) режимов. Нанесены линии режимов «m» и номинальных режимов «0». Пара этих линий для компрессорных ЭР и режимов идет из точки с координатами (0; 0°), а для турбинных ЭР и режимов из точки (180; 180°). Эти линии попарно симметричны относительно этих точек.

Очевидно, что в точке «*m*» базовая линия параллельна линии «*x*», расположенной под углом 45° и соединяющей точки (0; 0°), (90, 90°) и (180;180°). В точке «*x*» пересечения базовых линий с этой линий «*x*» каждая ЭР имеет нулевой теоретический напор и нулевой поворот потока. Точку, имеющую координату β₁= 90°, обозначим буквой *N*. Она характеризует угол выхода потока



Рис. 2. Продувочные кривые в координатах $\beta_2 = f(\beta_1)$

β_{2N} при фронтальном натекании на ЭР. В этих координатах для каждой ЭР полезно нанести горизонталь $\beta_{2\pi}$ и вертикаль $\beta_{1\pi}$. Пересечение с ними характеризует нулевое отставание б и нулевой угол атаки і соответственно. В этом семействе базовых линий можно выделить линии для типично компрессорных ЭР (РК, НА и ВНА) и для турбинных ЭР (РК и СА), для компрессорных и турбинных режимов работы этих ЭР. В этих же координатах можно показать базовые линии для обратного течения в ЭР. Такие режимы возникают в компрессорных ЭР при помпаже. Для профилей с нулевой толщиной $\overline{c_m} = 0$ такие линии нетрудно построить, используя имеющиеся линии из верхнего квадранта. Горизонталь $\beta_{2\pi}$ из верхнего квадранта становится вертикалью β_{1π} в нижнем квадранте и наоборот. Иными словами, в нижнем квадранте $\beta_{1\pi}$ численно равно $\beta_{2\pi}$ из верхнего квадранта, и наоборот, в нижнем квадранте $\beta_{_{2\pi}}\,$ численно равно $\beta_{_{1\pi}}\,$ из верхнего квадранта.

Это позволяет понять, как переворачивается соответствующая базовая линия при изменении направления движения потока в ЭР из прямого на обратное. Линия, ордината которой соответствует «лопаточному» углу на выходе из решетки β_{2n} с осью абсцисс, имеет пересечение с продувочной кривой, но в координатах $\beta_2 = f(\beta_1)$ эту точку сложно выделить. Поэтому предпочтительнее использовать координаты $\Delta\beta = f(\beta_1)$.

В этой системе координат можно также нанести точки «x» и «N», а также нанести точку «2л», соответствующую лопаточному углу на выходе (без отставания). Также на продувочной кривой в этих координатах легче выделить максимальную точку «m» на продувочной кривой.

Идеальная линия (с нулевым отставанием) располагается под углом 45° и проходит через точку ($\beta_{2\pi}$; 0°) на оси ординат и точку (0°; $\beta_{2\pi}$) на оси абсцисс. Точки $(m, 0, x, 2\pi, N)$ в зоне компрессорных режимов $\beta_{1\pi}$ = от 0 до 90°, на каждой базовой линии имеют соответственные точки (m', o', x', 2л', N') для турбинных режимов в зоне $\beta_{1\pi}$ = от 90 до 180°. Такие точки находятся на линиях максимальных режимов «m» и номинальных режимов «0». Эти же точки выделяются на участках, соответствующих режимам обратного течения. Выделенные на графиках точки отмечаются и при представлении базовых линий и в координатах $H_T = f(\overline{c_a}), \lambda_{\mu}$). Важно знать их положение на продувочных кривых ЭР и на характеристике ступени. Использование такой кривой упрощает процесс профилирования. На продувочной кривой в таком виде нетрудно найти максимум «*m*», а также номинальный (по Хауэллу) режим «0».

Типичные результаты продувки плоской компрессорной решетки – зависимости угла поворота потока $\Delta\beta$ и коэффициента потерь $\xi = \frac{\Delta P'}{1/2\varrho w_1^2}$ от угла атаки – $i = \beta_1 - \beta_{1\pi}$ представлены на рис. 4.



Рис. 3. Базовая продувочная кривая в координатах $\Delta\beta = f(\beta_1)$



Рис. 4. Результаты продувок типовой компрессорной решетки



Рис. 5. Результаты продувок (базовая линия) в обезразмеренных координатах

Известна попытка [1], когда Л. Е. Ольштейном и В. Г. Процеровым представить унифицированную базовую линию по результатам продувок в обезразмеренных координатах. На продувочной кривой была выделена точка, соответствующая номинальному (по Хауэллу) режиму, т.е. таком режиму, где поворот потока составляет 80% от максимального: $\Delta\beta_0 = 0.8\Delta\beta_m$. Полученная зависимость показана на рис. 5. Анализ, проведенный авторами, показал, что данная обезразмеренная кривая не согласуется со многими экспериментальными данными. Кроме того, ее сложно применить для определения параметров проектируемой решетки компрессора.

Известны работы, где с использованием ТПЭ (теории планирования эксперимента), обобщения продувочных кривых сделана попытка получить зависимости кинематических углов друг от друга и от геометрии решеток в виде регрессионных зависимостей (аппроксимаций). Например, это полиномиальная зависимость, полученная П. К. Казанджаном [2]. Эта зависимость β_2 от β_1 и от геометрии решетки получена путем обработки большого массива экспериментальных данных. Используя результаты продувок решеток профилей, П. К. Казанджан получил зависимость угла потока на выходе из решетки от угла потока на входе в решетку и от геометрических параметров решетки. Данные, которые использовал Казанджан, были получены Эмери и Хериком при продувке решеток компрессоров в аэродинамической трубе [2] NASA.

Пользуясь методом регрессивного анализа, Казанджан получил полином, который на малых скоростях потока удовлетворял экспериментальным данным.

$$\beta_{2} = -0,13769 + 0,15864 \cdot \frac{b}{t} - 0,07855 \cdot \varepsilon + + 0,31027 \cdot \beta_{2\pi} + 0,8209 \cdot \beta_{1} - - 0,09686 \cdot \frac{b}{t} \cdot \varepsilon + 0,366 \cdot \frac{b}{t} \cdot \beta_{2\pi} - - 0,28441 \cdot \frac{b}{t} \cdot \beta_{1} + 1,07938 \cdot \varepsilon \times \times \beta_{2\pi} - 1,06439 \cdot \varepsilon \cdot \beta_{1} + 1,63048 \times \times \beta_{2\pi} \cdot \beta_{1} - 0,10785 \cdot \frac{b^{2}}{t} - - 0,47774 \cdot \varepsilon^{2} - 0,65798 \cdot \beta_{2\pi}^{2} - - 1,11121 \cdot \beta_{1}^{2}.$$

Коэффициенты в зависимости были получены для углов, заданных в радианах. Как указано в [2], эта зависимость имеет удовлетворительную точность: коэффициент множественной корреляции – R (R = 0.996), относительная погрешность составляет не более 4 %.

Авторами с использованием обнаруженных экспериментальных данных и теоретического представления характеристик решеток проведен собственный анализ применимости этой зависимости. Проведено сравнение регрессионной формулы Казанджана с результатами продувок из [3] для конкретных решеток (рис.6).



Рис. 6. Сопоставление результатов продувки решетки (с параметрами b/t = 1; $\beta 2 \Pi = 46$; $\varepsilon = 15^{\circ}$ при малых скоростях натекания M = 0,4); с характеристикой, построенной по регрессионной зависимости Казанджана и с идеальной линией

Как видно из рис. 6, данная регрессионная зависимость существенно отклоняется от теоретического представления - она не проходит через начало координат и неправильно ведет себя в зоне отрицательных $\Delta\beta$.

(при отсутствии отставания потока)

Также при сравнении кривой, полученной по регрессионной (аппроксимационной) зависимости, и базовой кривой, полученной экспериментально, видно, что по значению первообразной и первой производной наиболее адекватна эта зависимость в точке «f» на участке между точкой номинального режима «0» и точкой «х» (где $\Delta \beta = 0$).

В первом приближении (по аналогии с соотношением Хауэлла) можно считать, что в точке «f» $\Delta\beta_f = K\Delta\beta_m$, где $\Delta\beta_m$ и $\Delta\beta_f$ вычислены по регрессионной зависимости Казанджана. Для упомянутой решетки величину К можно оценить как К = 0,328. Для удобства последующих расчетов представим формулу П. К. Казанджана в общем виде $\beta_2 = A \beta_1^2 + B \beta_1 + C$.

Для упомянутой выше решетки из регресси-

онной зависимости Казанджана получаем:

 $-0.47774 \cdot \varepsilon^2 - 0.07855 \cdot \varepsilon - 0.13769.$ Тогда из регрессионной формулы имеем

$$\left|\frac{d\Delta\beta}{d\beta_1}\right|_m = \left|\frac{d(\beta_2 - \beta_1)}{d\beta_1}\right|_m = 2A\beta_{1m} + B = 0$$
OTCIONA

этсюда

$$\beta_{1m} = -\frac{1}{2} \frac{(B-1)}{A};$$

$$\beta_{2m} = A\beta_{1m}^{2} + B\beta_{1m} + C = \frac{1}{4} \frac{(-B^{2} + 1 + 4CA)}{A};$$

$$\Delta\beta_{m} = \beta_{2m} - \beta_{1m} = \frac{1}{4} \frac{(-B^{2} - 1 + 4CA + 2B)}{A};$$

$$\beta_{1f} = -\frac{1}{2} \frac{B + 1 - \sqrt{(K-1)(-B^{2} - 1 - 4CA + 2B)}}{A};$$

$$\beta_{2f} = A\beta_{1f}^{2} + B\beta_{1f} + C;$$

$$\left| \frac{d\beta_{2}}{d\beta_{1}} \right| = 2A\beta_{1f} + B.$$

Чтобы построить новую базовую продувочную кривую по результатам анализа, необходимо воспользоваться предложенной авторами формулой для нахождения теоретического напора:

 $d\beta_1$

$$\overline{H}_{T} = 1 - \frac{\mathrm{tg}\beta_{1}}{\mathrm{tg}\beta_{2}} = \overline{H}_{Ty} \left(1 - \frac{\mathrm{tg}\beta_{1}}{\mathrm{tg}\beta_{x}}\right);$$

$$\Delta \beta_f = K \Delta \beta_m$$
.

Решая это равенство, можно вывести формулу для построения новой продувочной кривой:

$$\beta_2 = arctg\left(\frac{1}{\left(\frac{1-\overline{H}_{Ty}}{\mathsf{tg}\beta_1}\right) + \left(\frac{\overline{H}_{Ty}}{\mathsf{tg}\beta_x}\right)}\right)$$

где авторами выведено

$$\overline{H}_{Ty} = 1 - (\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2})^2 (\frac{d\beta_2}{d\beta_1})$$

Подставляя в расчетные формулы значения параметров точке «f», можно получить новую базовую продувочную кривую. Ее вид представлен на рис. 7 в сопоставлении с экспериментальной продувочной кривой и линией, построенной по регрессионной зависимости П. К. Казанджана. Дополнительно показана точка «*m*» и линия номинальных режимов, построенная по упрощенной формуле Хауэлла (при этом авторами показано, каким образом последняя также может быть уточнена).



Рис. 7. Построение базовой продувочной кривой в координатах β₂ = f(β₁) по предложенному авторами методу (сравнение с экспериментом, идеальным протеканием – без отставания и с регрессионной зависимостью Казанджана)



Рис. 8. Построение базовой продувочной кривой в координатах $\Delta\beta = f(\beta_1)$ по предложенному авторами методу (сравнение с экспериментом, идеальным протеканием – без отставания и с регрессионной зависимостью П. К. Казанджана)

При сравнении продувочных кривых по теоретическому напору (рис. 8) в координатах

 $H_{T} = f(c_{a}), \lambda_{u}$ предложенная авторами новая базовая продувочная кривая имеет неплохую сходимость с параметрами эксперимента и соответствует теоретическим представлениям (Л. Е. Ольштейна) о протекании зависимости $H_{T} = f(\overline{c_{a}}), \lambda_{u}$.



Рис. 9. Сравнение базовых линий $H_T = f(\overline{c_a}, \lambda_u)$ для решетки: полученной экспериментально, предложенной авторами и построенной по регрессионной зависимости Казанджана

Как показала проверка, построенная характеристика имеет в широком диапазоне относительно малую погрешность в сравнении с данными эксперимента (не более 3%). Предложенный метод позволяет получить новые аналитические (регрессионные) зависимости для вычисления параметров базовой линии H_{Ty} и tg β_x в зависимости от геометрии решеток. Эту работу авторы ведут с использованием имеющегося массива экспериментальных данных.

выводы

Предложенный способ позволяет получать базовую зависимость коэффициента теоретического напора от коэффициента расхода для различных компрессорных и турбинных решеток профилей при их работе на различных режимах, включая обратное течение (при помпаже). Поправки на «диагональность» и «просадку» осевой скорости позволяют получить семейство таких линий. Предложенный авторами способ получения поверхностей тока вдоль ПЧ позволяет еще более уточнить метод и проинтегрировать результат по высоте ПЧ и вдоль ПЧ ЛМ.

Предложен метод учета закрутки на входе в каждый лопаточный венец. Вместе с методом

расчета потерь в лопаточных венцах и в зазорах (такая работа авторами продолжается), это позволит получать характеристики лопаточных венцов, ступеней и каскадов ЛМ (компрессоров и турбин) в широком диапазоне, использовать их при проектировании, доводке и диагностике состояния лопаточных машин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Холщевников К. В.** Теория и расчет авиационных лопаточных машин: учеб. для авиац. вузов и фак-ов. М.: Машиностроение, 1970. 610 с.

2. Ольштейн Л. Е., Процеров В. Г. Метод расчета осевого компрессора по данным продувок плоских решеток» // Труды ЦИАМ № 150. М: Издательство «Бюро Новой Техники", 1948. 64 с

3. Бунимович А. И., Орлова Г. С. Сборник аэродинамических характеристик плоских компрессорных решеток. Выпуск 1. М: ЦИАМ 1955. 70 с.

4. Бунимович А. И., Святогоров А. А. Исследование влияния геометрической формы исходного профиля на аэродинамические характеристики плоской компрессорной решетки МАП / Труды ЦИАМ № 231. М., 1952. 5. Казанчан П. П., Караваев Б. В., Серков В. И., Шишкин В. Н. Обобщение результатов продувок плоских компрессорных решеток методом регрессионного анализа / Труды ЦИАМ. М., 1975. 64 с.

ОБ АВТОРАХ

Кривошеев Игорь Александрович, проф. каф. АД. Дипл. инженер-механик (УГАТУ, 1976), д-р техн. наук по тепловым двигателям ЛА (2000). Иссл. в обл. информационных технологий в двигателестроении.

Рожков Кирилл Евгеньевич, аспирант той же каф. Дипл. инженер-механик (УГАТУ, 2009). Иссл. в обл. моделирования рабочих процессов и анализа характеристик ЛМ.

Симонов Николай Борисович, бакалавр техники и технологии (УГАТУ, 2012), магистрант того же факультета. Иссл. в обл. моделирования рабочих процессов и анализа характеристик ЛМ.

Рахманкулов Данил Яхъяевич, бакалавр техники и технологии (УГАТУ, 2012), магистрант того же факультета. Иссл. в обл. моделирования рабочих процессов и анализа характеристик ЛМ.