

УДК 621.396

## АЛГОРИТМ ВТОРИЧНОГО УПЛОТНЕНИЯ УЗКОПОЛОСНЫХ РАДИОСИГНАЛОВ ЧАСТОТНЫМ МЕТОДОМ

Д. С. Костюк<sup>1</sup>, И. В. Кузнецов<sup>2</sup>, Э. Р. Галеева<sup>3</sup>

<sup>1</sup>deniska29031@rambler.ru, <sup>2</sup>tk@ugatu.ac.ru, <sup>3</sup>elvira\_galeeva@mail.ru

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

*Поступила в редакцию 22.12.2012*

**Аннотация.** Рассмотрена задача вторичного уплотнения телекоммуникационных каналов с учетом модуляционных преобразований. На основе частотного метода разработан алгоритм синтеза характеристик вторичного канала, позволяющий увеличить скорость передачи данных в заданной полосе частот основного канала. Приведен пример реализации алгоритма вторичного уплотнения.

**Ключевые слова:** вторичный канал; фильтр выделения; СПМ; узкополосный сигнал; вторичное уплотнение.

Основные тенденции развития современных систем радиосвязи связаны с повышением их пропускной способности. Повышение пропускной способности достигается ортогональной редукцией пространства первичных (абонентских) сообщений в более широкую область переносчиков сигналов, что в итоге приводит к необходимости расширения полосы частот радиоканалов. Однако и в этом случае пропускная способность абонентских каналов остается намного выше производительности источников сообщений, что тоже не очень эффективно. Альтернативным способом повышения пропускной способности систем радиосвязи является вторичное уплотнение каналов, предполагающее объединение (агрегирование) неортогональных «в общем случае» в гильбертовом пространстве сигналов путем согласованного совмещения (инкапсуляции) их спектрально-временных характеристик [1, 2].

В работе [2] разработан метод вторичного уплотнения узкополосных радиосигналов на основе решения модифицированной задачи Винера–Хопфа. Однако в процессе синтеза спектральных характеристик уплотняемых сигналов возникают вычислительные сложности, связанные с получением частных решений для конкретных технических приложений.

В работе предлагается эвристический алгоритм вторичного уплотнения узкополосных радиосигналов частотным методом.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 представлена модель вторичного уплотнения телекоммуникационных сигналов в радиосистемах [2].

На вход модулятора (с несущей частотой  $\omega_n = \text{const}$ ) подается стационарный случайный центрированный узкополосный сигнал  $x(t)$  основного канала. Сигнал  $x(t)$  описывается с помощью известной функции спектральной плотности мощности (СПМ)  $\Phi_{xx}(j\omega)$ . При этом верхняя частота сигнала основного канала  $\omega_B \ll \omega_n$ . В соответствии с теоремой Винера–Хинчина для систем с неограниченной памятью [3], СПМ сигнала основного канала может быть представлена в виде:

$$\Phi_{xx}(j\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{S_x(j\omega) S_x(-j\omega)}{T} \right\},$$

где  $S_x(j\omega)$  – изображение по Фурье (частотная характеристика) первичного (немодулированного) сигнала  $x(t)$ ;  $T$  – время наблюдения за процессом.

На выходе модулятора осуществляется смешение (инкапсуляция) модулированного сигнала  $x_m(t)$  и сигнала вторичного канала  $y(t)$ .

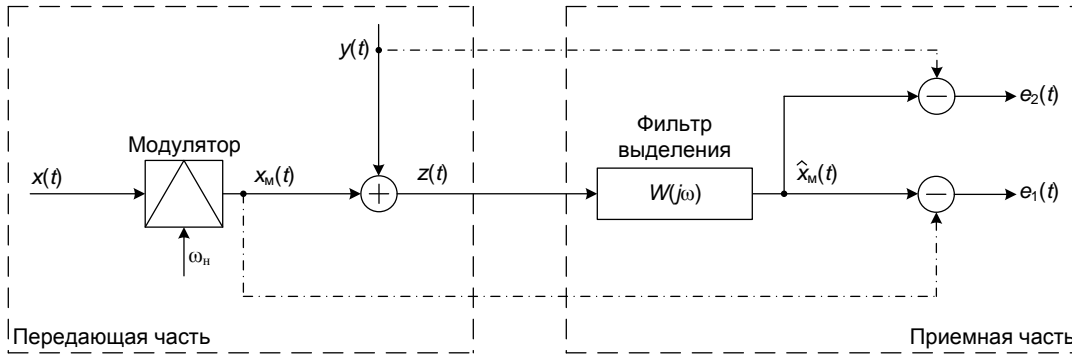


Рис. 1. Модель вторичного уплотнения телекоммуникационных сигналов

Групповой сигнал

$$z(t) = x_m(t) + y(t) \quad (1)$$

подается в канал связи. В приемной части при помощи передаточной функции фильтра выделения  $W(j\omega)$  осуществляется выделение сигналов основного и вторичного каналов и сигнал основного канала подается на уже существующую схему декодирования.

Так как вторичный сигнал  $y(t)$  выступает по отношению к  $x_m(t)$  в качестве помехи, то задача формирования вторичного канала связи состоит в определении желаемой характеристики СПМ  $\Phi_{YY}(j\omega)$  сигнала  $y(t)$ , при которой обеспечивалось бы его ограниченное воздействие на основной. С математической точки зрения необходимо обеспечить выполнение функционального равенства вида:

$$J_1 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{E_1(j\omega) \cdot E_1(-j\omega)}{T} \right\} dj\omega = c^2, \quad (2)$$

где  $J_1$  – дисперсия разностного сигнала на выходе первого виртуального элемента сравнения (рис. 1);  $c^2$  – известная величина, имеющая размерность единиц мощности, определяющая степень скрытости вторичного сигнала.

С другой стороны,  $x_m(t)$  также искажает сигнал вторичного канала связи  $y(t)$ . Для того чтобы обеспечить уверенное выделение сигнала вторичного канала связи, из суммы  $z(t)$  на приемной стороне необходимо обеспечить минимум функционала вида:

$$J_2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{E_2(j\omega) \cdot E_2(-j\omega)}{T} \right\} dj\omega \rightarrow \min, \quad (3)$$

где  $J_2$  – дисперсия разностного сигнала на выходе второго виртуального элемента сравнения (рис. 1).

Синтез вторичного радиоканала связи (рис. 1) сводится к поиску функции СПМ сигнала вторичного канала и передаточной функции

фильтра выделения с учетом известной функции СПМ сигнала основного канала и ограничений (2) и (3).

В работе [2] показано, что задачу синтеза спектральных характеристик узкополосных модулированных сигналов (при индексе модуляции  $M \rightarrow 0$ ) можно свести к линейной задаче. Решение находится относительно низкочастотных эквивалентов моделей СПМ (оггибающих) сигналов основного канала, при этом общее решение, полученное авторами, имеет вид

$$\Phi_Y^+(j\omega^*) = \frac{-1}{\left[ (1+\alpha)W(j\omega^*)W(-j\omega^*) - \alpha(W(-j\omega^*) + W(j\omega^*) - 1) \right]^+} \times \left[ \Phi_{MX}^+(j\omega^*) \left( (\alpha+1)W(j\omega^*)W(-j\omega^*) - \alpha W(j\omega^*) - W(-j\omega^*) \right) \right] \times \frac{1}{\left[ (1+\alpha)W(j\omega^*)W(-j\omega^*) - \alpha(W(-j\omega^*) + W(j\omega^*) - 1) \right]^+}, \quad (4)$$

$$W(j\omega^*) = \frac{1}{\left[ (1+\alpha) \left( \Phi_{MX}(j\omega^*) + \Phi_{MX}^-(j\omega^*)\Phi_Y^+(j\omega^*) + \Phi_{MX}^+(j\omega^*)\Phi_Y^-(j\omega^*) + \Phi_{YY}(j\omega^*) \right) \right]^+} \times \left[ \left( \Phi_{MX}(j\omega^*) + \Phi_{MX}^-(j\omega^*)\Phi_Y^-(j\omega^*) + \alpha \left( \Phi_{MX}^-(j\omega^*)\Phi_Y^+(j\omega^*) + \Phi_{YY}(j\omega^*) \right) \right) \right] \times \frac{1}{\left[ (1+\alpha) \left( \Phi_{MX}(j\omega^*) + \Phi_{MX}^-(j\omega^*)\Phi_Y^+(j\omega^*) + \Phi_{MX}^+(j\omega^*)\Phi_Y^-(j\omega^*) + \Phi_{YY}(j\omega^*) \right) \right]^+}, \quad (5)$$

где  $j\omega^* = \begin{cases} j\omega - j\omega_n, \\ -j\omega - j\omega_n; \end{cases}$

$\Phi_Y^+(j\omega^*)$  – фактор СПМ вторичного сигнала;

$W(j\omega^*)$  – передаточная функция фильтра выделения (рис. 1).

Для вычисления СПМ (на положительных частотах) необходимо воспользоваться соотношением [3]:

$$\Phi_{YY}(j\omega^*) = \Phi_Y^+(j\omega^*)\Phi_Y^-(-j\omega^*),$$

где  $\Phi_Y^-(-j\omega^*)$  комплексное сопряжение  $\Phi_Y^+(j\omega^*)$ .

Найденная функция  $\Phi_Y^+(j\omega^*)$  сигнала вторичного канала и передаточная функция фильт-

ра выделения  $W(j\omega^*)$  зависят от множителя Лагранжа  $\alpha$ , который можно определить в результате подстановки выражений (4) и (5) в выражение (2) и решения полученного равенства.

Как видно из выражений (4) и (5), для определения параметров системы вторичного уплотнения необходимо применение операций факторизации и сепарации, что вносит дополнительную вычислительную сложность, затруднительно на практике и не позволяет реализовать вторичное уплотнение сигналов в реальном масштабе времени. Особенно это актуально в случае, когда исходные данные представляются в виде нормированных характеристик либо получены в процессе текущего измерения на ограниченном интервале времени  $T$ .

Таким образом, требуется разработать алгоритм определения параметров системы вторичного уплотнения  $(\Phi_Y^+(j\omega), W(j\omega))$ , позволяющий преодолеть вышеуказанные затруднения.

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Решение задачи удобно производить на основе частотного метода. Первичный сигнал  $x(t)$  можно представить в виде суммы ортогональных элементарных узкополосных сигналов

$$x(t) = \sum_i x_i(t), \quad (6)$$

где спектральная характеристика  $\Phi_{iXX}(j\omega_i)$  каждого  $i$ -го узкополосного сигнала описывается в виде

$$\Phi_{iXX}(j\omega_i) = \begin{cases} k_i^2, & \omega \in [\omega_H - \varepsilon/2, \omega_H + \varepsilon/2], \\ 0, & \omega \notin [\omega_H - \varepsilon/2, \omega_H + \varepsilon/2], \end{cases} \quad (7)$$

где  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Например, если в качестве элементарного сигнала  $x_i(t)$  для разложения сигнала  $x(t)$  использовать гармоническое представление вида  $x_i(t) = b_i \cos(\omega_i t)$ , то  $\Phi_{iXX}(j\omega_i)$  сигнала  $x_i(t)$  будет определяться выражением

$$\Phi_{iXX}(j\omega_i) = \frac{b_i^2 T}{4}, \quad (8)$$

где  $b_i$  – амплитуда гармонической составляющей на частоте  $\omega_i$ ;  $T$  – время наблюдения за процессом.

При этом соответствующий фактор СПМ основного сигнала будет определяться как

$$\Phi_{iX}^+(j\omega_i) = \Phi_{iX}^-(j\omega_i) = k_i = \frac{b_i \sqrt{T}}{2}. \quad (9)$$

Дальнейший синтез искомым характеристик  $(\Phi_Y^+(j\omega), W(j\omega))$  вторичного канала будем проводить относительно представления (6)–(9), полагая, что каждый элементарный сигнал  $x_i$  является квазибелым шумом с бесконечно узкой шириной спектра вблизи  $\omega_i$ .

Уместность такого решения доказывается тем фактом, что в случае действия на вход системы квазибелого шума с СПМ, равной  $k_i^2$ , существует аналитическое решение системы уравнений (4) – (5). Задаваясь в каждой точке  $\omega = \omega_i$  огибающей полосового фильтра в виде фильтра низких частот

$$W(j\omega_i) = \frac{1}{a + j\omega_i} \quad (10)$$

( $a$  является неизвестным параметром), аналитическое решение уравнений (4)–(5) имеет вид

$$\Phi_{iY}^+(j\omega_i) = \frac{-\frac{k_i}{\alpha}(\alpha - 2\alpha a + 1)}{\left(a + \sqrt{\frac{\alpha(a-1)^2 + 1}{\alpha}}\right) \left(\sqrt{\frac{\alpha(a-1)^2 + 1}{\alpha}} + j\omega_i\right)}. \quad (11)$$

$$W(j\omega_i) = \frac{\frac{k^2}{\alpha + 1} \cdot \frac{R^2 - \frac{2kRI}{\sqrt{\alpha}}}{I + \sqrt{I^2 - \frac{2RI}{k\sqrt{\alpha}} + \frac{R^2}{k^2\alpha}}}}{\sqrt{I^2 - \frac{2RI}{k\sqrt{\alpha}} + \frac{R^2}{k^2\alpha}} + j\omega_i}, \quad (12)$$

$$\text{где } R = \frac{\frac{k_i}{\sqrt{\alpha}}(\alpha - 2\alpha a + 1)}{a + \sqrt{\frac{\alpha(a-1)^2 + 1}{\alpha}}}; \quad I = \sqrt{\frac{\alpha(a-1)^2 + 1}{\alpha}}.$$

Дальнейшее решение задачи сводится к определению величины параметра  $a$ , то есть к задаче параметрического типа. Заметим, что полученное выражение для  $W(j\omega_i)$  должно удовлетворять исходным условиям (8) и (10), для выполнения которых необходимо выполнение формальных условий:

$$\begin{aligned} \sqrt{I^2 - \frac{2RI}{k\sqrt{\alpha}} + \frac{R^2}{k^2\alpha}} &= a; \\ \frac{k^2}{\alpha + 1} \cdot \frac{R^2 - \frac{2kRI}{\sqrt{\alpha}}}{I + \sqrt{I^2 - \frac{2RI}{k\sqrt{\alpha}} + \frac{R^2}{k^2\alpha}}} &= 1. \end{aligned} \quad (13)$$

Рассмотрев первое из выражений, заключаем, что оно является верным равенством при  $a \geq 0$ :  $\sqrt{a^2} = a$ .

Таким образом, для нахождения искомого параметра  $a$  необходимо решить второе уравнение системы (13) с учетом выполнения условия  $a \geq 0$ .

В процессе работы аналитическое решение второго уравнения в общем виде относительно переменной  $a$  найдено не было, в связи с чем для его решения и соответствующего находже-

ния искомого параметра  $a$  использовались численные методы решения уравнений.

Далее, перебирая значения  $\omega_i$ , строится амплитудно-фазовая характеристика огибающей фильтра выделения  $W(j\omega_i)$  и желаемая спектральная характеристика вторичного сигнала, а также определяется величина множителя Лагранжа. Алгоритм синтеза характеристик вторичного канала приведен на рис. 2.

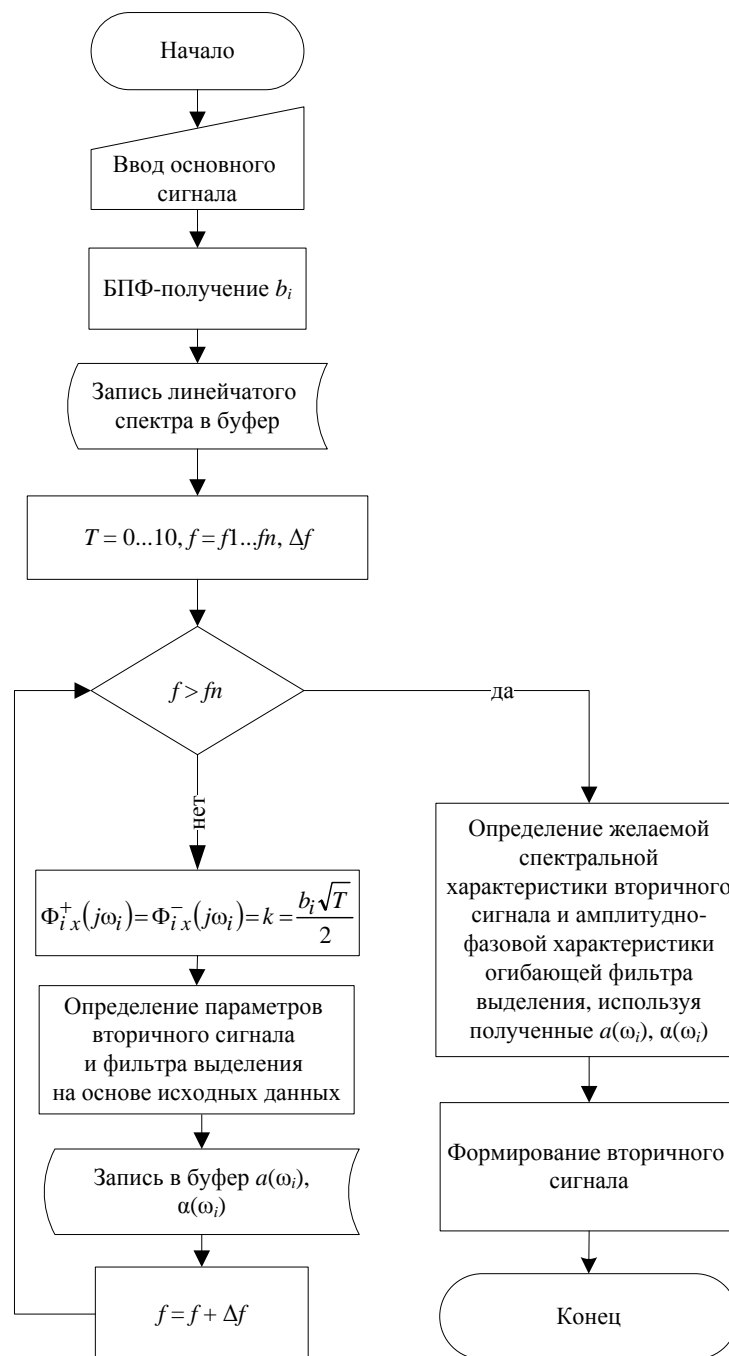


Рис. 2. Алгоритм синтеза параметров вторичного канала

На алгоритме, приведенном на рис. 2, не отражен процесс модуляционного преобразования. Модуляционное преобразование осуществляется последовательным переносом каждой узкополосной компоненты желаемой характеристики СПМ вторичного сигнала на частоту модуляционного сигнала. Так как индекс модуляции стремится к 0, то в процессе модуляции будет получено две боковые полосы (верхняя и нижняя).

### ПРИМЕР

С целью определения применимости разработанного алгоритма рассмотрим пример вторичного уплотнения речевого сигнала для АМ-радиоканала, нормированная спектральная характеристика которого показана на рис. 3. Будем считать, что частота модуляции  $\omega_n \gg 8$  кГц, поэтому СПМ на рис. 3 можно рассматривать в качестве характеристики огибающей модулированного сигнала.

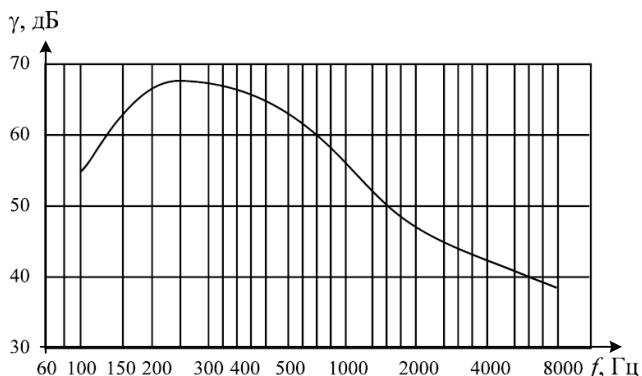


Рис. 3. Спектральная плотность мощности речевого сигнала

Согласно разработанному алгоритму разобьем спектр речевого сигнала на участки с бесконечно малой шириной спектра  $\Delta\omega$  ( $\Delta\omega \rightarrow 0$ ), которые представляют собой элементарные узкополосные сигналы, фактор СПМ которых в точке  $\omega_i$  будет определяться соотношением

$$\Phi_{iXX}(j\omega_i) = \Phi_{iX}^+(j\omega_i) \cdot \Phi_{iX}^-(j\omega_i) \Rightarrow \\ \Rightarrow k = \sqrt{\Phi_{iXX}(j\omega_i)}.$$

Далее для нахождения параметров вторичного сигнала и фильтра выделения необходимо обеспечить выполнение условий (13) для каждой пары значений  $k$  и  $\omega_i$ .

В результате численного решения выражений (13) при помощи математического пакета Matlab для каждой пары значений  $k$  и  $\omega_i$  были получены пара значений  $a$  и  $\alpha$ , из которых были определены параметры системы вторичного уплотнения. На основе полученных данных были построены СПМ вторичного сигнала и АФХ огибающей фильтра выделения, которые приведены на рис. 4.

Исходя из формы и расположения в частотной области СПМ вторичного сигнала на фоне основного, возникла необходимость в исследовании степени скрытности вторичного сигнала (определяется параметром  $c$  (2)) и его пропускной способности. В ходе исследования изменялось значение множителя Лагранжа ( $\alpha$ ) и решались уравнения (13). На основе полученных данных было построено несколько СПМ вторичного сигнала, которые приведены ниже.

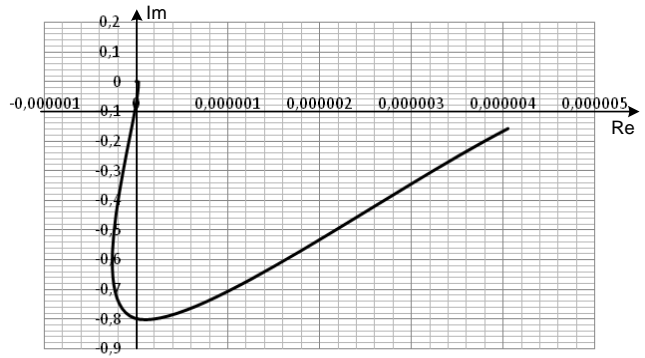
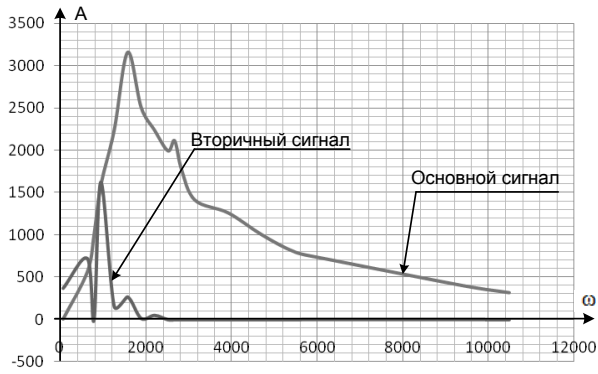
Наиболее значимыми являются случаи, когда множитель Лагранжа  $\alpha$  принимает значения 4,89 и 5,25. Первый случай характерен тем, что большая часть СПМ вторичного сигнала сосредоточена в области основного сигнала с малой энергетикой, что, во-первых, уменьшит искажающее влияние вторичного сигнала на основной, а во-вторых, позволит обеспечить более простой алгоритм выделения вторичного сигнала. Во втором случае форма СПМ вторичного сигнала повторяет форму основного, при котором достигается более высокая скорость передачи дополнительной информации.

Исходя из полученных результатов могут быть предложены следующие способы образования вторичного радиоканала:

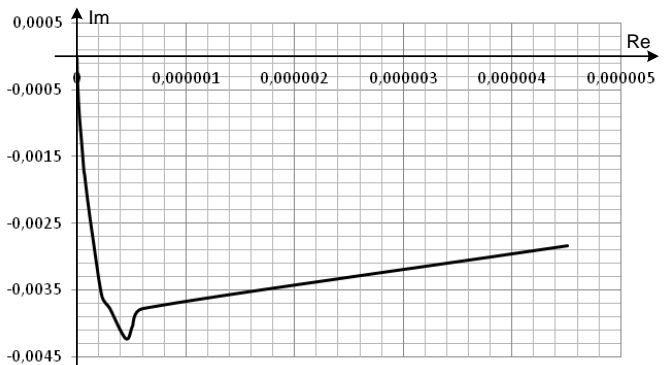
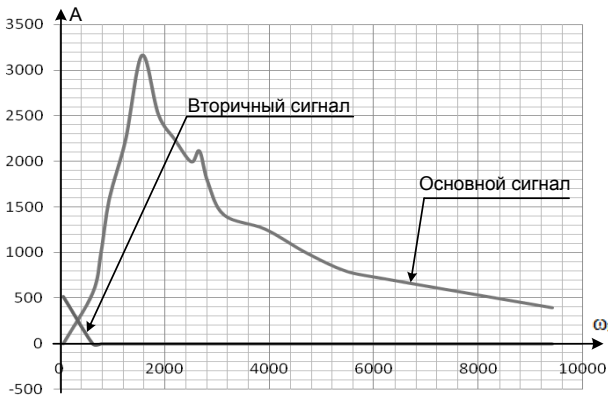
1. Модуляция вторичного сигнала может осуществляться на одной несущей частоте, но с целью дальнейшего разделения сигналов в приемнике они должны быть сдвинуты по фазе;

2. Модуляция вторичного сигнала может осуществляться на некоторой частоте  $\omega_n$ , сдвинутой относительно  $\omega_n$  основного канала, что также позволит увеличить отношение сигнал/шум в процессе приема вторичных сообщений.

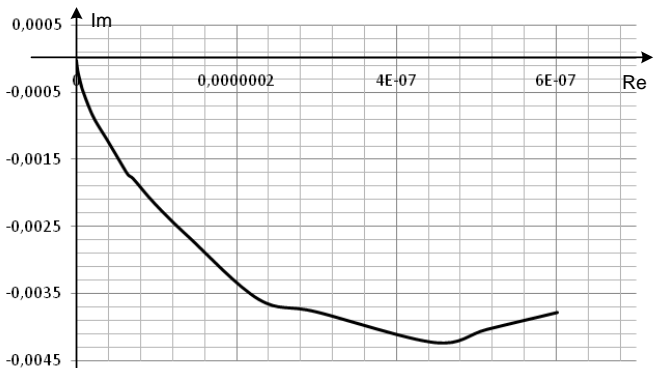
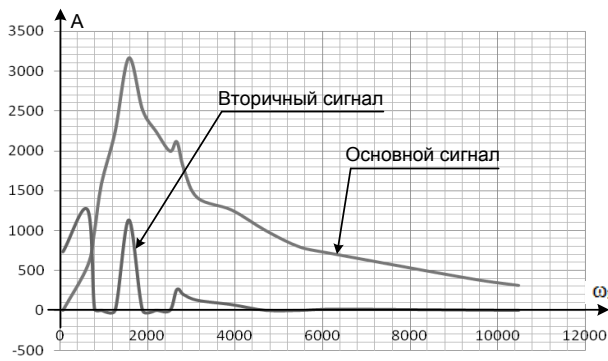
Таким образом, разработанный алгоритм вторичного уплотнения каналов позволяет повысить пропускную способность речевого канала на 2,5 кбит/с (на 30 %) без существенных искажений сигнала основного канала.



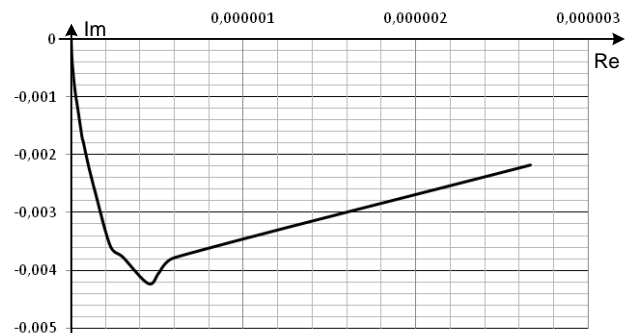
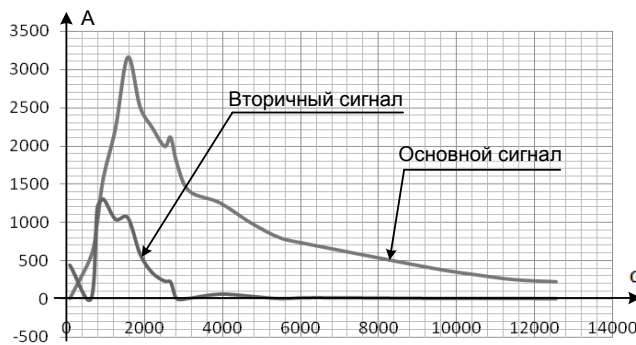
*a*



*б*



*в*



*г*

**Рис. 4.** СПМ основного и вторичного сигналов и АФХ огибающей фильтра выделения (*a*) при  $\alpha = 0,1$  (*б*),  $\alpha = 4,89$  (*в*),  $\alpha = 5,25$  (*г*)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Султанов А. Х., Кузнецов И. В., Блохин В. В. Сигнальные и структурные методы повышения информационной емкости телекоммуникационных систем. М.: Радио и связь, 2006. 310 с.
2. Костюк Д. С., Кузнецов И. В., Султанов А. Х. Вторичное уплотнение узкополосных сигналов в радиоканалах с неограниченной памятью // Инфокоммуникационные технологии. 2011. Т. 9, № 4. С. 37–43.
3. Цейтлин, Я. М. Проектирование оптимальных линейных систем. Л.: Машиностроение, 1973. 240 с.
4. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. М.: Наука-Физматлит, 1999. 315 с.
5. Свешников А. А. Прикладные методы случайных функций. М.: Наука, 1968. 464 с.
6. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
7. Зюко А. Г., Кловский Д. Д. Теория электрической связи: учебник для вузов. Радио и связь, 1998. 432 с.
8. Султанов А. Х., Тлявлилин А. З., Багманов В. Х., Любопытов В. С., Адиев Т. И. О дробно-интервальной предварительной коррекции цифрового сигнала в каналах связи // Вестник УГАТУ. 2013. Т. 17, № 2 (55). С. 3–13.

## ОБ АВТОРАХ

**Костюк Денис Сергеевич**, асп. каф. телекоммуникац. систем. Дипл. инж. по ср-м связи с подвижн. объектами (УГАТУ, 2010). Иссл. в обл. вторичн. использования радиоканалов.

**Кузнецов Игорь Васильевич**, проф. той же каф. Дипл. инж. электрон. техники (УГАТУ, 1987). Д-р техн. наук (УГАТУ, 2009). Иссл. в обл. автоматич. упр. и телеком. систем.

**Галеева Эльвира Ришатовна**, магистрант той же каф. Дипл. бакалавр техн. и технол. (УГАТУ, 2011).

## METADATA

**Title:** Secondary consolidation of narrow-band radio signals on the basis of the frequency method

**Authors:** D. S. Kostuk, I. V. Kuznetsov, and E. R. Galeeva

**Affiliation:** Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

**Email:** deniska29031@rambler.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 17, no. 5 (58), pp. 118-124, 2013. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** The problem of secondary consolidation telecommunication channels with the modulation changes. On the of the frequency of the method of synthesis of the characteristics of the algorithm of the secondary channel that can increase the data transfer rate in a given bandwidth of the main channel. An example implementation of the algorithm of the secondary consolidation.

**Key words:** Secondary channel; filter selection; SPM; narrow-band signal; a secondary consolidation.

**References (English translation/transliteration):**

1. A. H. Sultanov, I. V. Kuznetsov, and V. V. Blohin, *Signaling and structural methods to improve the information capacity of telecommunication systems*, (in Russian). Moscow: Radio I Svyaz, 2006.
2. D. S. Kostuk, I. V. Kuznetsov, and A. H. Sultanov, "Secondary consolidation of narrow-band radio signals on the basis of the frequency method with unlimited memory," (in Russian), *Infokommunikatsionnye tekhnologii* (Information communication technologies), vol. 9, no. 4, pp. 37-43, 2011.
3. Y. M. Zeitlin, *Design of Optimal Linear Systems*, (in Russian). Leningrad: Mashinostroenie, 1973.
4. A. G. Sveshnikov and A. N. Tikhonov, *Theory of Functions of Complex Variable*, (in Russian). Moscow: Nauka-Fizmatlit, 1999.
5. A. A. Sveshnikov, *Applied Methods of Random Functions*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1968.
6. V. I. Tikhonov. *Statistical Radio Engineering*, (in Russian). Moscow: Radio I svyaz, 1982.
7. A. G. Zyuko and D. D. Klovsky, *Theory of telecommunications*, (in Russian). Moscow: Radio I svyaz, 1998.
8. A. H. Sultanov, A. Z. Tlyavlin, V. H. Bagmanov, V. S. Lyubopytov, and T. I. Adiev, "About fractional interval precorrection digital communication channels," (in Russian), *Vestnik UGATU*, vol. 17, no. 2 (55), pp. 3-13, 2013.

**About authors:**

**KOSTYUK, Denis Sergeyevich**, Postgrad. (PhD) student, Dept. of Telecommunication Systems. (UGATU, 2010).

**KUZNETSOV, Igor Vasilevich**, Prof., Dept. of Telecommunication Systems. Dr. of Tech. Sci. (UGATU, 2009).

**GALEEVA, Elvira Rishatovna**, Student, Dept. of Telecommunication Systems. (UGATU, 2013).