

УДК 621.372

ПРОХОЖДЕНИЕ СИГНАЛА ПО СУЩЕСТВЕННО НЕОДНОРОДНОЙ МНОГОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

А. З. Тлявлин¹, В. Х. Ясовеев², Р. Ф. Зайнуллин³, Т. И. Адиев⁴

¹azt@ugatu.su, ²yasov@mail.ru; ³zainullinrf@mail.ru; ⁴adievti@yandex.ru;

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Аннотация. В статье предложено решение системы уравнений для существенно неоднородной многопроводной линии, используемой в качестве передающей среды. Электромагнитные процессы исследованы с помощью теории цепей с распределенными параметрами с применением обобщенной системы телеграфных уравнений. Описано решение, позволяющее находить изображение Лапласа функций, согласно которым изменяются напряжение и ток в исследуемой линии.

Ключевые слова: кабельная линия; телеграфные уравнения; теория длинных линий; неоднородности в кабеле.

ВВЕДЕНИЕ

В телекоммуникациях пока не существует такой среды передачи, при применении которой не возникало бы помех, искажений, потери сигнала. Большинство технологий перешли от аналоговых к цифровым сигналам. И очень часто возникает необходимость в передаче цифрового сигнала по неоднородной кабельной линии, которая раньше эксплуатировалась с применением одного типа связи, а сейчас к ней предъявлены уже новые требования, на появление которых данная линия не рассчитывалась.

В качестве примера можно привести технологии DSL и PLC – цифровые семейства технологий, позволяющие значительно повысить пропускную способность абонентской линии телефонной сети общего пользования для случая DSL и использования в качестве тракта линии электропитания для PLC сетей. В обоих случаях от провайдера сети до потребителя информация всегда идет по существенно неоднородной линии, состоящей из различных участков кабеля. В случае применения телефонных кабелей это может быть сначала участок от АТС до распределительного шкафа, дальше от шкафа до кабельного ящика, от ящика до абонента. И на каждом из участков применяется различный кабель, разного сечения, различного состояния износа.

Связь по линиям электропередач (ЛЭП) обладает рядом особенностей, отличающих ее от других видов связи. В первую очередь это специфические условия распространения сигналов по многопроводным неоднородным линиям

больших габаритов, большие уровни энергетических помех, вызванных наличием высокого напряжения промышленной частоты, необходимость в специальных устройствах для присоединения ВЧ и PLC аппаратуры к проводам электропередачи.

Таким образом, участки телефонной линии или линии электропитания, используемые как среда передачи информации, можно рассматривать как явно неоднородную линию. А все упомянутые условия, вызывающие ухудшение качества сигнала, уменьшение регенерационного участка показывают необходимость исследования данной области телекоммуникаций.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Наиболее общий подход при математическом описании и анализе электромагнитных процессов в кабельных сетях основан на решении уравнений Максвелла. Однако такой подход оказывается сложным даже для самых простейших случаев. Поэтому обычно прибегают к определенным приближениям, в результате которых электромагнитные процессы можно исследовать с помощью теории цепей с распределенными параметрами с применением обобщенной системы телеграфных уравнений или обобщенной системы уравнений длинной электрической линии [1–3].

Решение системы телеграфных уравнений с одной неоднородностью было получено в [4]. Будем рассматривать многопроводную линию длиной l , состоящую из n цепей и содержащую неоднородности, носящие как сосредоточенный, так и распределенный характер (рис. 1).

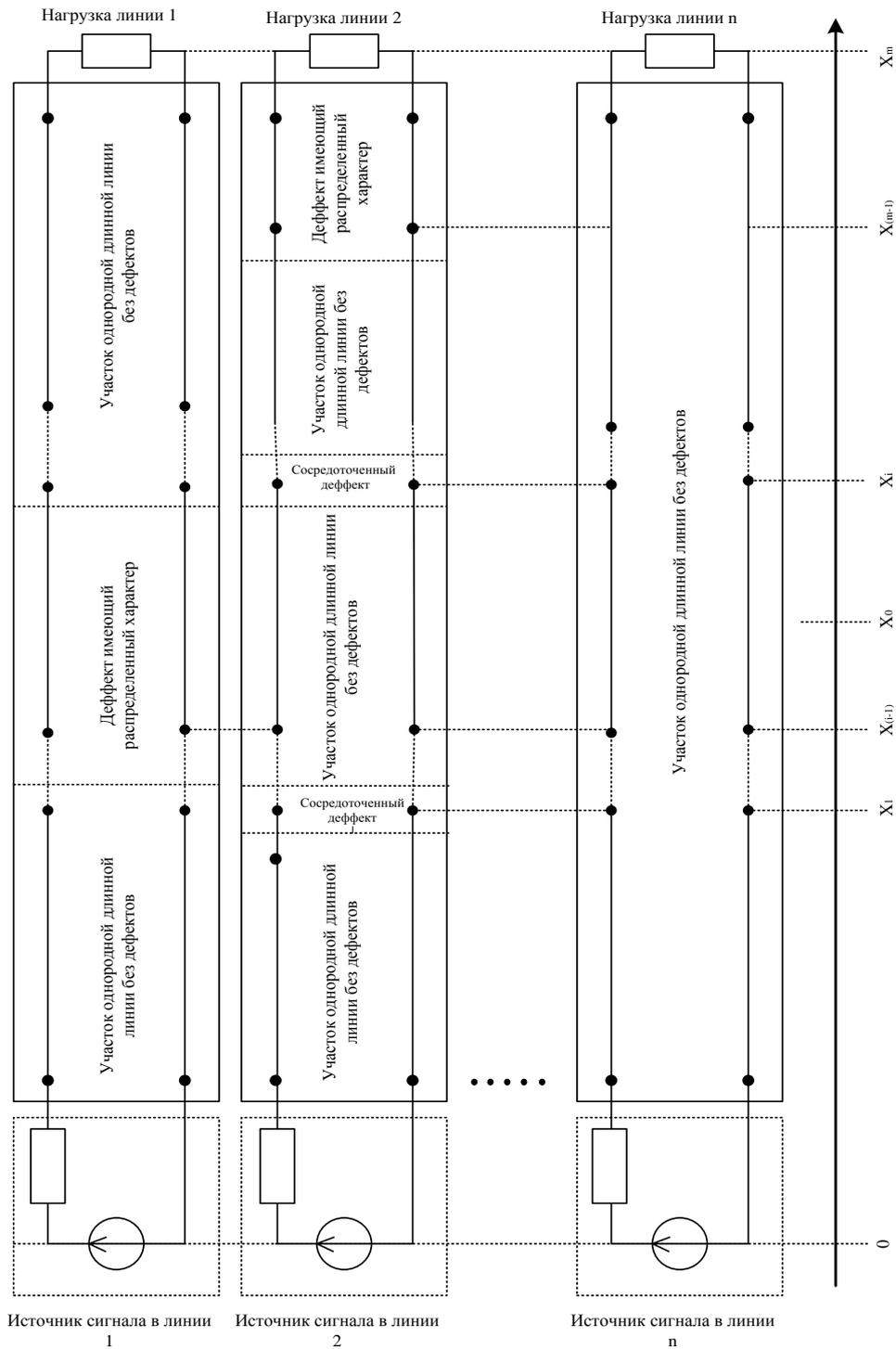


Рис. 1. Существенно неоднородная многопроводная линия

Двигаясь от точки $x = 0$ к точке $x = l$, подвергнем исследуемую линию преобразованию, руководствуясь следующими правилами:

1. В случае если в точке $x = x_k$ i -й цепи содержится дефект, имеющий сосредоточенный характер, то в точку $x = x_k$ i -й цепи помещается четырехполюсник с A -параметрами

$$\mathbf{A}^{(i,k)} = \begin{vmatrix} A_{1,1}^{(i,k)} & A_{1,2}^{(i,k)} \\ A_{2,1}^{(i,k)} & A_{2,2}^{(i,k)} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

описывающими данный дефект. Здесь i – номер цепи ($1 \leq i \leq n$), k – порядковый номер четырехполюсника, считая от начала линии. В остальные цепи $r \neq i$ помещаются четырехполюсники с A -параметрами

$$\mathbf{A}^{(r,k)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

2. В случае если точка $x = x_r$ i -й цепи является началом участка линии с дефектом распределенного характера, то в точку $x = x_r$ всех цепей линии помещаются четырехполюсники с A -параметрами, определяемыми выражением (2).

3. В случае если точка $x = x_v$ i -й цепи является концом участка линии с дефектом распределенного характера, то в точку $x = x_v$ всех цепей линии помещаются четырехполюсники с A -параметрами, определяемыми выражением (2). В случае если некоторая точка содержит дефект сосредоточенного характера в одной из цепей и одновременно является началом либо концом дефекта распределенного характера в той же либо другой цепи, то для этой точки выполняется правило 1. Нетрудно показать, что данное преобразование не изменяет свойств линии.

В результате линия будет содержать $n(m-1)$ четырехполюсников в точках x_1, x_2, \dots, x_{m-1} (по n четырехполюсников в каждой точке) и nm участков, описываемых либо первичными параметрами цепей, на которых они расположены, в случае если участки не содержат дефектов с распределенными параметрами, либо, в противном случае, первичными параметрами, описывающими дефекты с распределенными параметрами.

Для удобства примем $x_m = l$.

Указанная линия описывается следующей системой уравнений

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \mathbf{u}^{(k)}(x,t)}{\partial x} &= \mathbf{L}^{(k)} \frac{\partial \mathbf{i}^{(k)}(x,t)}{\partial t} + \\ &+ \mathbf{R}^{(k)} \mathbf{i}^{(k)}(x,t) - \boldsymbol{\xi}^{(k)}(x,t), \\ -\frac{\partial \mathbf{i}^{(k)}(x,t)}{\partial x} &= \mathbf{C}^{(k)} \frac{\partial \mathbf{u}^{(k)}(x,t)}{\partial t} + \\ &+ \mathbf{G}^{(k)} \mathbf{u}^{(k)}(x,t) - \boldsymbol{\zeta}^{(k)}(x,t), \end{aligned} \quad (3)$$

где x – линейная координата, отсчитываемая от начала линии, t – время, k – номер участка, $1 \leq k \leq m$,

$$\mathbf{u}^{(k)}(x,t) = \begin{vmatrix} u_1^{(k)}(x,t) \\ \vdots \\ u_n^{(k)}(x,t) \end{vmatrix}, u_i^{(k)}(x,t)$$

– напряжение в i -й цепи на k -м участке,

$$\mathbf{i}^{(k)}(x,t) = \begin{vmatrix} i_1^{(k)}(x,t) \\ \vdots \\ i_n^{(k)}(x,t) \end{vmatrix}, i_i^{(k)}(x,t)$$

– ток в i -й цепи на k -м участке,

$$\boldsymbol{\xi}^{(k)}(x,t) = \begin{vmatrix} \xi_1^{(k)}(x,t) \\ \vdots \\ \xi_n^{(k)}(x,t) \end{vmatrix}, \boldsymbol{\zeta}^{(k)}(x,t) = \begin{vmatrix} \zeta_1^{(k)}(x,t) \\ \vdots \\ \zeta_n^{(k)}(x,t) \end{vmatrix},$$

$\xi_i^{(k)}(x,t), \zeta_i^{(k)}(x,t)$ – распределенные источники напряжения и тока (помехи) в i -й цепи на k -м участке,

$$\mathbf{R}^{(k)} = \|\mathbf{R}^{(1,k)} \dots \mathbf{R}^{(n,k)}\|, \mathbf{G}^{(i,k)} = \|\mathbf{G}^{(1,k)} \dots \mathbf{G}^{(n,k)}\|,$$

$$\mathbf{L}^{(k)} = \|\mathbf{L}^{(1,k)} \dots \mathbf{L}^{(n,k)}\|, \mathbf{C}^{(i,k)} = \|\mathbf{C}^{(1,k)} \dots \mathbf{C}^{(n,k)}\|,$$

$$\mathbf{R}^{(i,k)} = \begin{vmatrix} R_{1,1}^{(i,k)} & \dots & R_{1,n}^{(i,k)} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{n,1}^{(i,k)} & \dots & R_{n,n}^{(i,k)} \end{vmatrix}, \mathbf{G}^{(i,k)} = \begin{vmatrix} G_{1,1}^{(i,k)} & -G_{1,2}^{(i,k)} & \dots & -G_{1,n}^{(i,k)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -G_{n,1}^{(i,k)} & -G_{n,2}^{(i,k)} & \dots & G_{n,n}^{(i,k)} \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{L}^{(i,k)} = \begin{vmatrix} L_{1,1}^{(i,k)} & \dots & L_{1,n}^{(i,k)} \\ \vdots & & \vdots \\ L_{n,1}^{(i,k)} & \dots & L_{n,n}^{(i,k)} \end{vmatrix}, \mathbf{C}^{(i,k)} = \begin{vmatrix} C_{1,1}^{(i,k)} & -C_{1,2}^{(i,k)} & \dots & -C_{1,n}^{(i,k)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -C_{n,1}^{(i,k)} & -C_{n,2}^{(i,k)} & \dots & C_{n,n}^{(i,k)} \end{vmatrix},$$

$R_{q,j}^{(i,k)}, G_{q,j}^{(i,k)}, L_{q,j}^{(i,k)}, C_{q,j}^{(i,k)}$ – погонные сопротивление, проводимость, индуктивность, емкость.

Пусть в момент времени $t = 0$ напряжение и ток в линии были распределены согласно следующим выражениям:

$$\mathbf{u}^{(k)}(x, 0) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1^{(k)}(x) \\ \vdots \\ \varepsilon_n^{(k)}(x) \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{i}^{(k)}(x, 0) = \begin{Bmatrix} v_1^{(k)}(x) \\ \vdots \\ v_n^{(k)}(x) \end{Bmatrix},$$

где k – номер участка, $1 \leq k \leq m$.

Произведем преобразование Лапласа системы (3) по переменной t , получим

$$-\frac{d}{dx} \mathbf{U}^{(k)}(x, s) = s\mathbf{L}^{(k)} \mathbf{I}^{(k)}(x, t) + \mathbf{R}^{(k)} \mathbf{I}^{(k)}(x, t) - \mathbf{E}^{(k)}(x, t) - \mathbf{L}^{(k)} \mathbf{i}^{(k)}(x, 0), \quad (5)$$

$$-\frac{d}{dx} \mathbf{I}^{(k)}(x, t) = s\mathbf{C}^{(k)} \mathbf{U}^{(k)}(x, t) + \mathbf{G}^{(k)} \mathbf{U}^{(k)}(x, t) - \mathbf{J}^{(k)}(x, t) - \mathbf{C}^{(k)} \mathbf{u}^{(k)}(x, 0),$$

где

$$\mathbf{U}^{(k)}(x, s) = \begin{Bmatrix} U_1^{(k)}(x, s) \\ \vdots \\ U_n^{(k)}(x, s) \end{Bmatrix},$$

$$U_i^{(k)}(x, s) = \mathbf{L} [u_i^{(k)}(x, t), t, s],$$

$$\mathbf{I}^{(k)}(x, s) = \begin{Bmatrix} I_1^{(k)}(x, s) \\ \vdots \\ I_n^{(k)}(x, s) \end{Bmatrix},$$

$$I_i^{(k)}(x, s) = \mathbf{L} [I_i^{(k)}(x, t), t, s],$$

$$\mathbf{E}^{(k)}(x, s) = \begin{Bmatrix} E_1^{(k)}(x, s) \\ \vdots \\ E_n^{(k)}(x, s) \end{Bmatrix},$$

$$E_i^{(k)}(x, s) = \mathbf{L} [\xi_i^{(k)}(x, t), t, s],$$

$$\mathbf{J}^{(k)}(x, s) = \begin{Bmatrix} J_1^{(k)}(x, s) \\ \vdots \\ J_n^{(k)}(x, s) \end{Bmatrix},$$

$$J_i^{(k)}(x, s) = \mathbf{L} [\zeta_i^{(k)}(x, t), t, s].$$

Здесь и далее

$$\mathbf{L} [f(\tau), \tau, s] = \int_0^{+\infty} f(\tau) \exp[-s\tau] d\tau.$$

Введем обозначения

$$\mathbf{Z}^{(k)}(s) = s\mathbf{L}^{(k)} + \mathbf{R}^{(k)}, \quad (6)$$

$$\mathbf{Y}^{(k)}(s) = s\mathbf{C}^{(k)} + \mathbf{G}^{(k)}.$$

Перепишем (5) с учетом (6)

$$\frac{d}{dx} \mathbf{U}^{(k)}(x, s) + \mathbf{Z}^{(k)}(s) \mathbf{I}^{(k)}(x, t) = \mathbf{E}^{(k)}(x, t) + \mathbf{L}^{(k)} \mathbf{i}^{(k)}(x, 0), \quad (7)$$

$$\frac{d}{dx} \mathbf{I}^{(k)}(x, t) + \mathbf{Y}^{(k)}(s) \mathbf{U}^{(k)}(x, t) = \mathbf{J}^{(k)}(x, t) + \mathbf{C}^{(k)} \mathbf{u}^{(k)}(x, 0).$$

Для единственности решения задачи зададим граничные условия. Пусть каждая из n цепей в точке x_m нагружена на сопротивления $Z_{Hi}(s)$, тогда

$$\mathbf{U}^{(m)}(x, s) = \mathbf{Z}_H(s) \mathbf{I}^{(m)}(x, s), \quad (8)$$

где

$$\mathbf{Z}_H(s) = \begin{Bmatrix} Z_{H1}(s) \\ \vdots \\ Z_{Hn}(s) \end{Bmatrix}.$$

Пусть также в точке x_0 линии задан закон изменения формы напряжения для каждой из цепи в следующем виде

$$\mathbf{u}^{(p)}(x_0, t) = \mathbf{g}(t), \quad (9)$$

где

$$p: x_{p-1} \leq x_0 \leq x_p,$$

$$\mathbf{g}(t) = \begin{Bmatrix} g_1(t) \\ \vdots \\ g_n(t) \end{Bmatrix}.$$

Преобразуем (9) по Лапласу, получим

$$\mathbf{U}^{(p)}(x_0, s) = \mathbf{G}(s), \quad (10)$$

где

$$\mathbf{G}(s) = \begin{Bmatrix} G_1(s) \\ \vdots \\ G_n(s) \end{Bmatrix}.$$

Продифференцируем первое уравнение системы (7) по x и умножим на $\frac{1}{\mathbf{Z}^{(k)}(s)}$, получим

$$\frac{d}{dx} \mathbf{I}^{(k)}(x, t) = -\frac{1}{\mathbf{Z}^{(k)}(s)} \frac{d^2}{dx^2} \mathbf{U}^{(k)}(x, s) + \frac{1}{\mathbf{Z}^{(k)}(s)} \frac{d}{dx} [\mathbf{E}^{(k)}(x, t) + \mathbf{L}^{(k)} \mathbf{i}^{(k)}(x, 0)]. \quad (11)$$

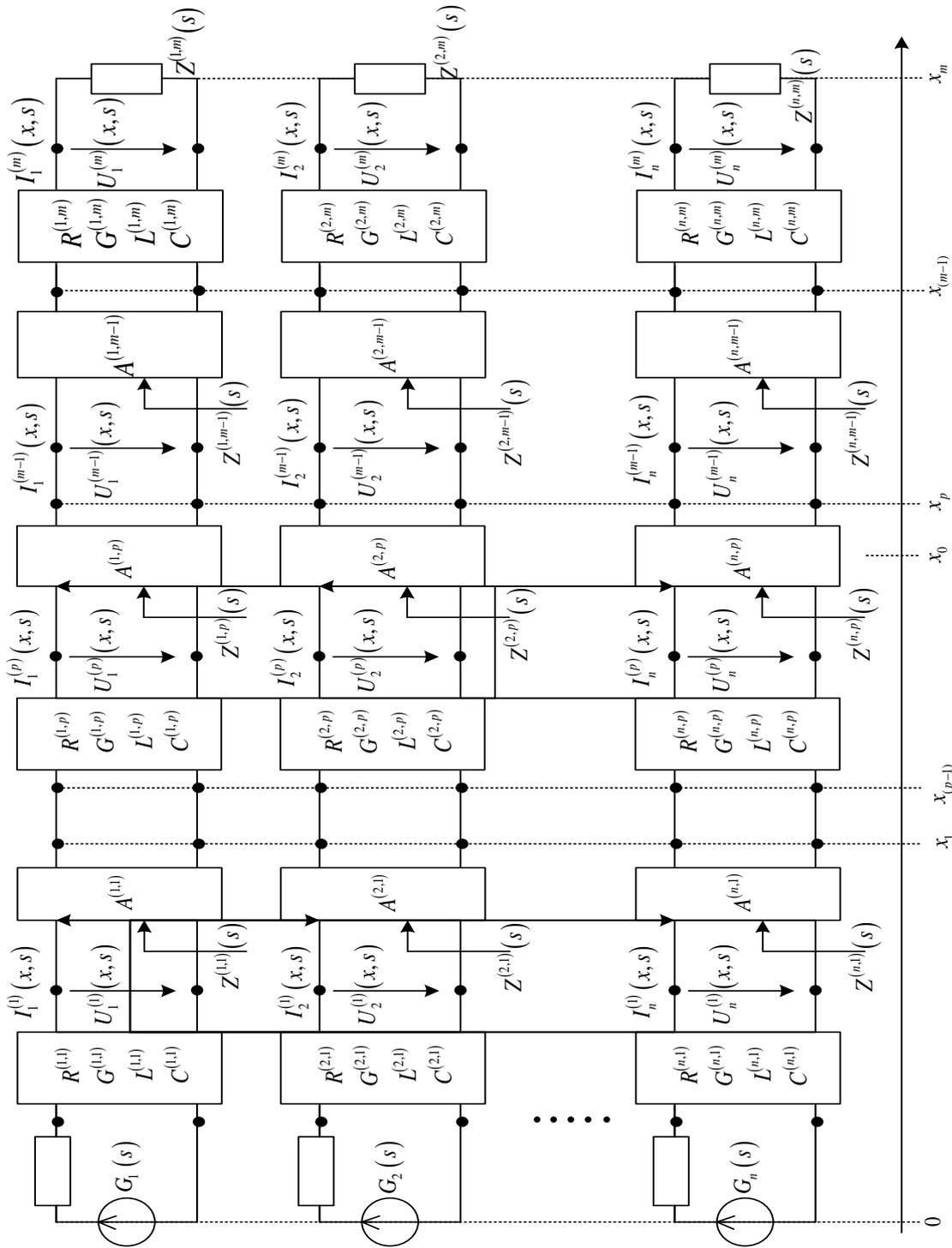


Рис. 2. Эквивалентная многоканальная неоднородная линия с A- параметрами

Подставим (11) во второе уравнение системы (7), умножим на $-\mathbf{Z}^{(k)}(s)$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \mathbf{U}^{(k)}(x, s) - \mathbf{Z}^{(k)}(s) \mathbf{Y}^{(k)}(s) \mathbf{U}^{(k)}(x, t) = \\ = \frac{d}{dx} [\mathbf{E}^{(k)}(x, t) + \mathbf{L}^{(k)} \mathbf{i}^{(k)}(x, 0)] - \\ - \mathbf{Z}^{(k)}(s) \mathbf{J}^{(k)}(x, t) - \mathbf{Z}^{(k)}(s) \mathbf{C}^{(k)} \mathbf{u}^{(k)}(x, 0). \end{aligned} \quad (12)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega}^{(k)}(x, s) = \\ = \frac{d}{dx} [\mathbf{E}^{(k)}(x, t) + \mathbf{L}^{(k)} \mathbf{i}^{(k)}(x, 0)] - \\ - \mathbf{Z}^{(k)}(s) \mathbf{J}^{(k)}(x, t) - \mathbf{Z}^{(k)}(s) \mathbf{C}^{(k)} \mathbf{u}^{(k)}(x, 0). \end{aligned} \quad (13)$$

$$[\mathbf{\Gamma}^{(k)}(s)]^2 = \mathbf{Z}^{(k)}(s) \mathbf{Y}^{(k)}(s), \quad (14)$$

либо в скалярной форме:

$$\begin{aligned} \Omega_i^{(k)}(x, s) = \\ = \frac{d}{dx} \left[E_i^{(k)}(x, t) + \sum_{j=1}^n L_{i,j}^{(k)} i_j^{(k)}(x, 0) \right] - \\ - \sum_{j=1}^n Z_{i,j}^{(k)}(s) J_j^{(k)}(x, t) - \\ - \sum_{j=1}^n Z_{i,j}^{(k)}(s) C_{j,i}^{(k)} u_j^{(k)}(x, 0), \end{aligned} \quad (15)$$

$$[\Gamma_{i,j}^{(k)}(s)]^2 = \sum_{p=1}^n Z_{i,p}^{(k)}(s) Y_{p,j}^{(k)}(s). \quad (16)$$

Пеепишем (12) с учетом (13), (14)

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \mathbf{U}^{(k)}(x, s) - \\ - [\mathbf{\Gamma}^{(k)}(s)]^2 \mathbf{U}^{(k)}(x, t) = \mathbf{\Omega}^{(k)}(x, s). \end{aligned} \quad (17)$$

Запишем (17) в скалярной форме

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} U_i^{(k)}(x, s) - \\ - \sum_{j=1}^n [\Gamma_{i,j}^{(k)}(s)]^2 U_j^{(k)}(x, s) = \Omega_i^{(k)}(x, s), \end{aligned} \quad (18)$$

$i = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, m.$

Условие (10) также запишем в скалярной форме

$$U_i^{(p)}(x_0, s) = G_i(s), \quad (19)$$

Решим задачу (18), (19) для $k = p$.

Вначале будем считать, что

$$\Gamma_{i,j}^{(k)}(s) = \begin{cases} \Gamma_{i,i}^{(k)}(s), & \text{при } i = j, \\ 0, & \text{при } i \neq j, \end{cases} \quad (20)$$

т. е. напряжение и ток в рассматриваемой цепи не оказывают влияния на остальные цепи. Тогда из (18) получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} U_i^{(p)}(x, s) - [\Gamma_{i,i}^{(p)}(s)]^2 U_i^{(p)}(x, s) = \\ = \Omega_i^{(p)}(x, s). \end{aligned} \quad (21)$$

Выразим граничные условия для уравнения (21). Первое граничное условие определено в (19). Второе определим, зная параметры линии, дефектов и нагрузку на конце. Будем обозначать $Z^{(i,j)}(s)$ входные сопротивления четырехполюсников расположенных на координате x_j i -й цепи. Далее определим $Z^{(i,j)}(s)$.

Для удобства примем

$$Z^{(i,m)}(s) = Z_{Hi}(s). \quad (22)$$

Каждый четырехполюсник в линии нагружен на участок длинной линии с четырехполюсником на конце, который в свою очередь также может быть нагружен на участок длинной линии и т. д. (рис. 2). Известно, что сопротивление четырехполюсника можно выразить через его A -параметры:

$$Z^{(i,j)}(s) = \frac{A_{1,1}^{(i,j)} Z^{(i,j)''}(s) + A_{1,2}^{(i,j)}}{A_{2,1}^{(i,j)} Z^{(i,j)''}(s) + A_{2,2}^{(i,j)}}. \quad (23)$$

Сопротивление участка длинной линии равно

$$\begin{aligned} Z^{(i,j)'}(s) = Z_{i,i}^{B(j)}(s) \times \\ \times \frac{Z^{(i,j)''}(s) + Z_{i,i}^{B(j)}(s) \operatorname{th} \Gamma_{i,i}^{(j)}(x_j - x_{j-1})}{Z_{i,i}^{B(j)}(s) + Z^{(i,j)''}(s) \operatorname{th} \Gamma_{i,i}^{(j)}(x_j - x_{j-1})}, \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь $Z^{(i,j)''}(s)$ – сопротивление системы, на которую нагружены четырехполюсник либо длинная линия, а $Z_{i,i}^{B(j)}(s)$ определяется из следующего выражения

$$Z_{i,i}^{B(j)}(s) = \sqrt{\frac{Z_{i,i}^{(j)}(s)}{Y_{i,i}^{(j)}(s)}}. \quad (25)$$

Далее

$$Z^{(i,m-1)}(s) = \frac{A_{1,1}^{(i,m-1)} Z^{(i,m-1)''}(s) + A_{1,2}^{(i,m-1)}}{A_{2,1}^{(i,m-1)} Z^{(i,m-1)''}(s) + A_{2,2}^{(i,m-1)}}, \quad (26)$$

$$Z^{(i,m-1)''}(s) = Z_{i,i}^{B(m)}(s) \times \frac{Z^{(i,m)}(s) + Z_{i,i}^{B(m)}(s) \operatorname{th} \Gamma_{i,i}^{(m)}(x_m - x_{m-1})}{Z_{i,i}^{B(m)}(s) + Z^{(i,m)}(s) \operatorname{th} \Gamma_{i,i}^{(m)}(x_m - x_{m-1})}. \quad (27)$$

Аналогично

$$Z^{(i,j-1)}(s) = \frac{A_{1,1}^{(i,j-1)} Z^{(i,j-1)''}(s) + A_{1,2}^{(i,j-1)}}{A_{2,1}^{(i,j-1)} Z^{(i,j-1)''}(s) + A_{2,2}^{(i,j-1)}}, \quad (28)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = m, m-1, \dots, 2.$$

$$Z^{(i,j-1)''}(s) = Z_{i,i}^{B(j)}(s) \times \frac{Z^{(i,j)}(s) + Z_{i,i}^{B(j)}(s) \operatorname{th} \Gamma_{i,i}^j(x_j - x_{j-1})}{Z_{i,i}^{B(j)}(s) + Z^{(i,j)}(s) \operatorname{th} \Gamma_{i,i}^j(x_j - x_{j-1})}. \quad (29)$$

Таким образом, второе граничное условие для уравнения (21) можно выразить следующим образом

$$U_i^{r(p)}(x_p, s) = Z^{(i,p)}(s) I_i^{r(p)}(x_p, s). \quad (30)$$

Решение задачи (21), (19), (30) будем искать в следующем виде

$$U_i^{r(p)}(x, s) = A_1^{(i,p)}(x) \exp[\Gamma_{i,i}^{(p)}(s)x] + A_2^{(i,p)} \exp[-\Gamma_{i,i}^{(p)}(s)x]. \quad (31)$$

Для нахождения $A_1^{(i,p)}(x)$ и $A_2^{(i,p)}(x)$ воспользуемся методом Лагранжа по аналогии с [4]. Следовательно, решение задачи (21), (19), (30) в операторной форме будет выглядеть следующим образом:

$$U_i^{r(p)}(x, s) = [U_i^{r(p)}(x_0, s) - \Psi_i^{(p)}(x_0, s)] \times \cosh[\Gamma_{i,i}^{(p)}(s)(x - x_0)] - Z_{i,i}^{B(p)}(s) [I_i^{r(p)}(x_0, s) + \Phi_{i,i}^{(p)}(x_0, s)] \times \sinh[\Gamma_{i,i}^{(p)}(s)(x - x_0)] + \Psi_i^{(p)}(x, s), \quad (32)$$

$$I_i^{r(p)}(x, s) = -\frac{U_i^{r(p)}(x_0, s) - \Psi_i^{(p)}(x_0, s)}{Z_{i,i}^{B(p)}(s)} \times \sinh[\Gamma_{i,i}^{(p)}(s)(x - x_0)] + [I_i^{r(p)}(x_0, s) + \Phi_{i,i}^{(p)}(x_0, s)] \times \cosh[\Gamma_{i,i}^{(p)}(s)(x - x_0)] + \Phi_{i,i}^{(p)}(x, s). \quad (33)$$

Аналогично предыдущему определяются $U_i^{r(p+1)}(x, s)$, $U_i^{r(p-1)}(x, s)$, $I_i^{r(p-1)}(x, s)$, $I_i^{r(p+1)}(x, s)$.

Таким образом, были определены напряжения и ток в цепях линии при условии отсутствия взаимного влияния цепей друг на друга. Далее, зная $U_i^r(x, s)$, $I_i^r(x, s)$, с учетом взаимного влияния цепей в линии уточним значения $U_i(x, s)$, $I_i(x, s)$ следующим образом:

$$\frac{d^2}{dx^2} U_i^{n(p)}(x, s) - [\Gamma_{i,i}^{(p)}(s)]^2 U_i^{n(p)}(x, s) = \Omega_i^{(p)}(x, s) - \sum_{k=1, k \neq i}^n U_k^{r(p)}(x, s) \sum_{j=1}^n Z_{i,j}^{(p)}(s) Y_{j,k}^{(p)}(s), \quad (34)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Граничные условия для уравнения (34) определены в (19), (30). Решение данной задачи полностью аналогично предыдущей и определяется как в [4].

Задача (34), (19), (30) уточняет значение напряжения и тока в линии с учетом взаимного влияния цепей в линии. Причем после нахождения $U_i^{n(p)}(x, s)$, $I_i^{n(p)}(x, s)$ можно аналогичным образом найти $U_i^{m(p)}(x, s)$, $I_i^{m(p)}(x, s)$. Многократное повторение данной операции сильнее приближает к истинным значениям $U_i(x, s)$, $I_i(x, s)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанное выше решение позволяет находить изображение Лапласа функций, согласно которым изменяются напряжение и ток в исследуемой линии. Полученные результаты позволяют определить параметры сигнала – напряжения и токи в существенно неоднородной многопроводной линии в любом сечении.

Однако в реальной жизни интерес в основном представляют оригиналы указанных функций. Ввиду достаточной сложности найденных изображений выразить их оригинал через элементарные функции не представляется возможным. В связи с этим авторами ведется дальнейшая работа для нахождения значения оригинала функции по заданному изображению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Демирчан К. С., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л.** Теоретические основы электротехники: в 3 т.: учебн. для вузов. СПб.: Питер, 2003. 576 с.
2. **Андреев В. А.** Теория многопроводных линий связи. М.: ИРИАС, 2006. 162 с.
3. **Бутковский А. Г.** Структурная теория распределенных систем. М.: Наука, 1977. 320 с.
4. **Тлявлин А. З., Гильманов Э. А., Зайнуллин Р. Ф.** Математическая модель обобщенной кабельной линии при импульсном входном воздействии // Вестник УГАТУ. 2009. Т. 13. С. 200–205.

ОБ АВТОРАХ

Тлявлин Анвар Зуфарович, нач. уч. управления. Дипл. инж.-электромех. (УАИ, 1976). Канд. техн. наук. по элем. и устр. выч. техники и систем управления (УАИ, 1982). Иссл. в обл. преобр. и распр. электромагн. энергии.

Ясовеев Васих Хаматович, декан фак. авиац. приборостроения. Дипл. инж.-электромех. (УАИ, 1975). Д-р техн. наук (УГАТУ, 2002). Иссл. в обл. датч. и преобр. информации.

Зайнуллин Руслан Флюрович, асп. Дипл. инж. по многокан. телеком. системам (УГАТУ, 2007).

Адиев Тимур Ильдарович, асп. Дипл. инж. по многокан. телеком. системам (УГАТУ, 2010).

METADATA

Title: Signal flow at a substantially non-uniform multi-conductor line

Authors: A. Z. Tlyavlin, V. H. Yasoveev, R. F. Zainullin, T. I. Adiev.

Affiliation: Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

Email: adievti@yandex.ru.

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 17, no. 4 (57), pp. 135-142, 2013. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: This article provides a solution to the system of equations for the significantly heterogeneous multi-wire line used as a transmission medium. Electromagnetic processes studied by the theory of circuits with distributed parameters using the generalized system of telegraph equations. The solution described how find Laplace transform functions, which vary according to the voltage and current in the test line.

Key words: Cable line; telegraph equation; theory of long lines; heterogeneity in the cable.

References (English Transliteration):

1. K. S. Demirchan, N. V. Korovkin, and V. L. Chechurin, *Theory of Electrical Engineering*, (in Russian). St. Petersburg: Piter, 2003.
2. V. A. Andreev, *The Theory of Multi-Wire Lines*, (in Russian). Moscow: IRIAS, 2006.
3. A. G. Butkovskiy, *Structural Theory of Distributed Systems*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1977.
4. A. Z. Tlyavlin, E. A. Gilmanov, and R. F. Zainullin, "Mathematical model of the generalized cable line at pulse input action," (in Russian), *Vestnik UGATU*, vol. 13, no. 1 (34), pp. 200-205, 2009.

About authors:

Tlyavlin, Anvar Zufarovich, head of the School of management. Dipl. Eng. (UAI, 1976), Cand. (PhD) Tech. Sci. (USATU, 1982).

Yasoveev, Vasih Khamatovich, Dean of the Faculty of Aviation Instrumentation. Dipl. Eng. (AIM, 1975). Dr. Tech. Sci. (USATU, 2002).

Zainullin, Ruslan Flurovich, , Postgrad. (PhD) Student, Telecommunication Syst. Dept., Dipl. Eng. (USATU, 2007).

Adiev, Timur Ildarovich, Postgrad. (PhD) Student, Telecommunication Systems Dept, Dipl. Eng. (USATU, 2010).