УДК 621.317

Анализ показателей надежности локальных компьютерных сетей

А.И. Каяшев[1], П.А. Рахман[2], М.И. Шарипов[3]

[2]pavelar@yandex.ru

Филиал ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» (УГНТУ) в г. Стерлитамаке

Поступила в редакцию 25.04.2013

Аннотация. Рассматриваются типовые топологии современных локальных компьютерных сетей предприятий малого и среднего масштаба, а также модели надежности восстанавливаемых систем с выводом упрощенных формул для расчета комплексных показателей надежности рассматриваемых топологий сетей. Приведены примеры расчета надежности локальных компьютерных сетей.

Ключевые слова: локальные компьютерные сети; коэффициент готовности.

ВВЕДЕНИЕ

В последние три десятилетия наблюдается бурное развитие информационных технологий и их внедрение в самые различные сферы деятельности человека. Сети передачи данных стали неотъемлемой частью жизни людей, без которой практически немыслим информационный обмен. В такой ситуации анализ технических характеристик существующих сетей передачи данных и проектирование новых сетей с учетом заданных характеристик остается одной из наиболее актуальных задач в области информационных технологий.

Помимо таких технических характеристик сетей, как: производительность, латентность, масштабируемость, степень прозрачности для конечных пользователей, крайне важными характеристиками являются комплексные показатели надежности: коэффициент готовности и среднее время недоступности в год. От показателей надежности напрямую зависит доступность информационных сервисов для пользователей. Кроме того, от надежности сети косвенно также зависят производительность и латентность сети, поскольку возникновение сбоев и отказов в сети ведет к необходимости повторной передачи блоков данных, а это в итоге ведет к увеличению задержек при передаче и уменьшению объемов передаваемых данных в единицу времени. Наконец, от надежности сети также косвенно зависит безопасность функционирования систем управления какими-либо объектами, в которых несвоевременная реакция (из-за отказов и сбоев в сети передачи данных) системы управления на какие-либо критические изменения в объекте управления могут привести к серьезным последствиям. В такой ситуации анализ показателей надежности сетей передачи данных является особенно актуальной проблемой.

В рамках данной статьи рассмотрено применение теоретической модели надежности восстанавливаемых систем [1, 2, 3], состоящих из одной или нескольких групп однородных объектов, на нескольких типовых топологиях локальных сетей с целью анализа их коэффициента готовности. В основе модели лежит математический аппарат теории вероятностей [4]. Для упрощения конечных формул расчета коэффициента готовности введено допущение о полной независимости объектов как внутри групп, так и между группами, как по отказам, так и по восстановлениям. По тем же соображениям при анализе не учитывается возможность отказов самих каналов связи в сетях передачи данных.

В статье рассматриваются модели надежности восстанавливаемых систем с расчетными формулами для вероятностей всех состояний систем, а также несколько простейших видов топологий современных локальных сетей [5, 6] с достаточно распространенными на практике топологическими допущениями, существенно упрощающими итоговые формулы расчета коэффициента готовности этих сетей.

1. МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Марковская модель восстанавливаемого объекта

Пусть имеется восстанавливаемый объект с заданными интенсивностями отказов λ и восстановления μ. Тогда марковская модель надежности объекта (рис. 1):

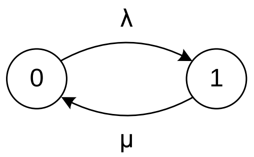

Рис. 1. Марковская модель восстанавливаемого объекта

Математическая модель (система уравнений Колмогорова–Чепмена):

$$\begin{cases} P_0(0)=1; \quad P_1(0)=0; \\ P_0(t)+P_1(t)=1; \\ \dfrac{dP_0(t)}{dt}=-\lambda P_0(t)+\mu P_1(t); \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt}=\lambda P_0(t)-\mu P_1(t); \end{cases}$$
$$\rho=\lambda/\mu; \quad \alpha=\lambda+\mu.$$

Решение система уравнений Колмогорова–Чепмена:

$$\begin{cases} P_0(t)=\dfrac{1}{1+\rho}\left(1+\rho\cdot e^{-\alpha t}\right); \\ P_1(t)=\dfrac{\rho}{1+\rho}\left(1-e^{-\alpha t}\right); \end{cases}$$
$$\rho=\lambda/\mu; \quad \alpha=\lambda+\mu.$$

Марковская модель пары независимых восстанавливаемых объектов

Пусть имеется пара восстанавливаемых объектов с одинаковыми интенсивностями отказов λ и восстановления μ. Оба объекта могут независимо отказывать и независимо восстанавливаться без каких-либо ограничений. Тогда имеем марковскую модель надежности (рис. 2).

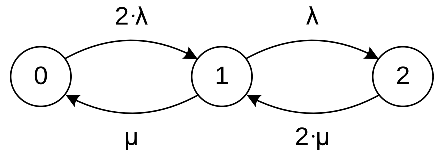

Рис. 2. Марковская модель пары независимых восстанавливаемых объектов

Математическая модель (система уравнений Колмогорова–Чепмена):

$$\begin{cases} P_0(0)=1; \quad P_1(0)=0; \quad P_2(0)=0; \\ P_0(t)+P_1(t)+P_2(t)=1; \\ \dfrac{dP_0(t)}{dt}=-2\lambda P_0(t)+\mu P_1(t); \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt}=2\lambda P_0(t)-(\lambda+\mu)P_1(t)+2\mu P_2(t); \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt}=\lambda P_1(t)-2\mu P_2(t); \end{cases}$$
$$\rho=\lambda/\mu; \quad \alpha=\lambda+\mu.$$

Решение система уравнений Колмогорова–Чепмена:

$$\begin{cases} P_0(t)=\dfrac{1}{(1+\rho)^2}\left(1+\rho\cdot e^{-\alpha t}\right)^2; \\ P_1(t)=\dfrac{2\rho}{(1+\rho)^2}\left(1-e^{-\alpha t}\right)\cdot\left(1+\rho\cdot e^{-\alpha t}\right); \\ P_2(t)=\dfrac{\rho^2}{(1+\rho)^2}\left(1-e^{-\alpha t}\right)^2; \end{cases}$$
$$\rho=\lambda/\mu; \quad \alpha=\lambda+\mu.$$

Марковская модель группы независимых восстанавливаемых объектов

Пусть имеется n восстанавливаемых объектов с одинаковыми интенсивностями отказов λ и восстановления μ. Объекты могут независимо отказывать и независимо восстанавливаться без каких-либо ограничений. Тогда получаем марковскую модель надежности (рис. 3).

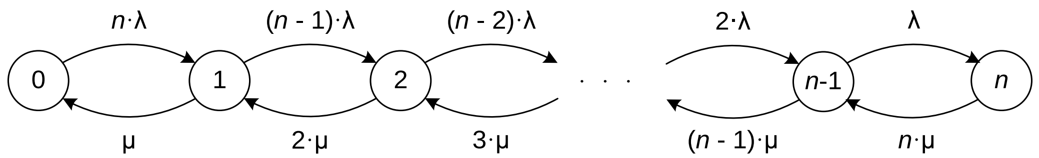

Рис. 3. Марковская модель группы независимых восстанавливаемых объектов

Математическая модель (система уравнений Колмогорова–Чепмена):

$$\begin{cases} P_0(0)=1; \quad P_1(0)=0; \quad \ldots \quad P_n(0)=0; \\ \sum_{i=0}^{n} P_i(t)=1; \\ \dfrac{dP_0(t)}{dt}=-n\lambda P_0(t)+\mu P_1(t); \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt}=n\lambda P_0(t)-(\mu+ \\ +(n-1)\lambda)P_1(t)+2\mu P_2(t); \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt}=(n-1)\lambda P_1(t)-(2\mu+ \\ +(n-2)\lambda)P_2(t)+3\mu P_3(t); \\ \vdots \\ \dfrac{dP_{n-1}(t)}{dt}=2\lambda P_{n-2}(t)-((n-1)\mu+ \\ +\lambda)P_{n-1}(t)+n\mu P_n(t); \\ \dfrac{dP_n(t)}{dt}=\lambda P_{n-1}(t)-n\mu P_n(t). \end{cases}$$

Общее решение (формула 1) системы дифференциальных уравнений в аналитическом виде (выведено путем индуктивных обобщений) выглядит следующим образом:

$$P_i(t)=\frac{C_n^i\,\rho^i\left(1-e^{-\alpha t}\right)^i\left(1+\rho e^{-\alpha t}\right)^{n-i}}{\left(1+\rho\right)^n}; \quad i=0\ldots n; \quad \rho=\lambda/\mu; \quad \alpha=\lambda+\mu. \tag{1}$$

При $t\to\infty$ марковский процесс становится установившимся, и вероятности уже не меняются с течением времени (формула 2):

$$\lim_{t\to\infty} P_i(t)=C_n^i\,\frac{\rho^i}{\left(1+\rho\right)^n}; \quad i=0\ldots n; \quad \rho=\lambda/\mu. \tag{2}$$

Марковская модель множества групп независимых восстанавливаемых объектов

Пусть имеется m независимых групп восстанавливаемых объектов с заданными количествами объектов в группах: $n_1,\ldots,n_m$. Объекты внутри группы $l=1\ldots m$ имеют одинаковые интенсивности отказов λ_l и одинаковые интенсивности восстановления μ_l. Объекты могут независимо отказывать и независимо восстанавливаться без каких-либо ограничений. Тогда марковская модель надежности (рис. 4):

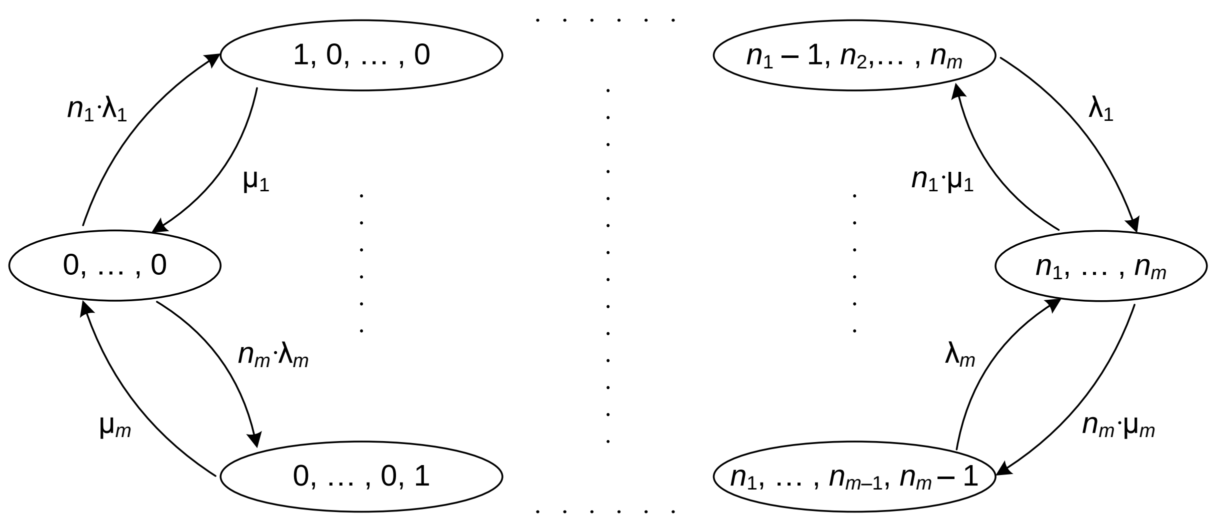

Рис. 4. Марковская модель множества групп независимых восстанавливаемых объектов

Общее решение (формула 3) модели (системы дифференциальных уравнений) в аналитическом виде получается путем прямого произведения соответствующих вероятностей внутри отдельных групп (поскольку группы независимы с точки зрения модели надежности):

$$P_{j_1,\ldots,j_m}(t) = \prod_{l=1}^{m} \left(\frac{C_{n_l}^{j_l} \rho_l^{j_l}}{(1+\rho_l)^{n_l}} \left(1 - e^{-\alpha_l t}\right)^{j_l} \times \left(1 + \rho_l e^{-\alpha_l t}\right)^{n_l - j_l} \right);$$
$$j_l = 0\ldots n_l; \quad l = 1\ldots m; \tag{3}$$
$$\rho_l = \lambda_l / \mu_l; \quad \alpha_l = \lambda_l + \mu_l;$$
$$P_{0,\ldots,0}(0) = 1; \quad \sum_{j_1=0}^{n_1} \sum_{j_2=0}^{n_2} \ldots \sum_{j_m=0}^{n_m} P_{j_1,\ldots,j_m}(t) = 1.$$

При $t \to \infty$ марковский процесс становится установившимся, и вероятности уже не меняются с течением времени:

$$\lim_{t \to \infty} \left(P_{j_1,\ldots,j_m}(t)\right) = \prod_{l=1}^{m} \left(C_{n_l}^{j_l} \frac{\rho_l^{j_l}}{(1+\rho_l)^{n_l}} \right);$$
$$j_l = 0\ldots n_l; \quad l = 1\ldots m; \tag{4}$$
$$\rho_l = \lambda_l / \mu_l.$$

2. АНАЛИЗ КОМПЛЕКСНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЛОКАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Двухуровневые локальные сети с выделенным ядром

• Сеть содержит $r \geq 1$ коммутаторов ядра (Core) и $k \geq 1$ коммутаторов доступа (Access).

• Серверы локальной сети и Интернет доступны через каждый коммутатор ядра.

• Коммутаторы ядра связаны между собой каждый с каждым. Коммутаторы доступа между собой не связаны, но они связаны с каждым коммутатором ядра.

• Отказ любого коммутатора доступа, также как и нарушение связи любого коммутатора доступа с серверами или сетью Интернет, считается отказом всей сети целом.

• Коммутаторы ядра имеют интенсивность отказов λ_C и интенсивность восстановления μ_C, коммутаторы доступа имеют интенсивность отказов λ_A и интенсивность восстановления μ_A.

В двухуровневой сети (примеры на рис. 5) можно выделить две независимые группы объектов – группа коммутаторов ядра и группа коммутаторов доступа.

Что касается группы коммутаторов ядра, то поскольку каждый из них связан с каждым из коммутаторов доступа и каждый связан с серверами и Интернет, то сеть считается работоспособной при первом условии, что хотя бы один коммутатор в группе коммутаторов ядра работоспособен. Вероятность этого равна сумме вероятностей от нулевого состояния до предпоследнего состояния в марковской модели надежности группы из r объектов:

$$P_{core}(t) = \sum_{i=0}^{r-1} P_i(t) = 1 - P_r(t) =$$
$$= 1 - \frac{\rho_C{}^r}{(1+\rho_C)^r} \left(1 - e^{-\alpha_C t}\right)^r;$$
$$\rho_C = \lambda_C / \mu_C; \quad \alpha_C = \lambda_C + \mu_C.$$

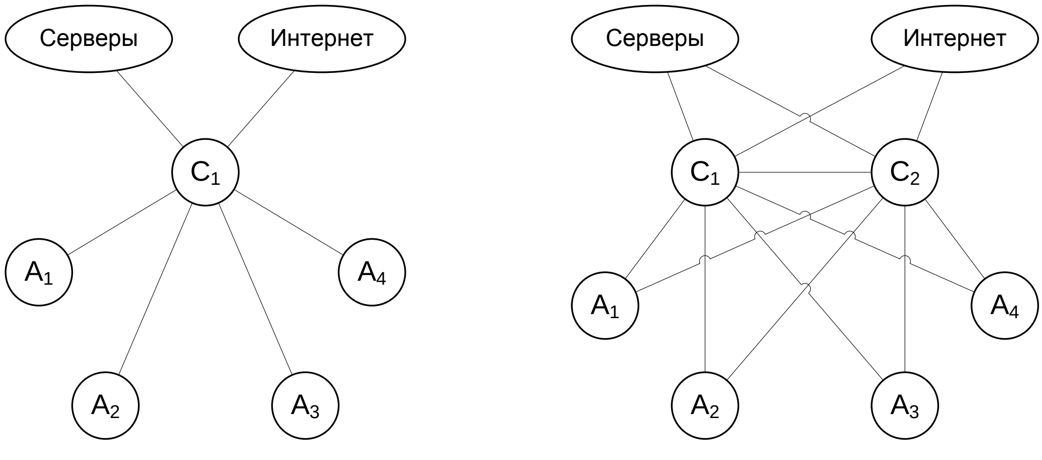

Рис. 5. Двухуровневая локальная сеть с одним (слева) и с двумя (справа) коммутаторами ядра и с 4 коммутаторами уровня доступа

Поскольку отказ любого коммутатора доступа считается отказом всей сети в целом, то очевидно, сеть считается работоспособной при втором условии, что все k коммутаторов в группе коммутаторов доступа работоспособны. Вероятность этого равна вероятности нулевого состояния в марковской модели надежности группы из k объектов:

$$P_{access}(t) = P_0(t) = \frac{1}{(1+\rho_A)^k}\left(1+\rho_A e^{-\alpha_A t}\right)^k;$$
$$\rho_A = \lambda_A/\mu_A; \quad \alpha_A = \lambda_A + \mu_A.$$

Объединим оба условия работоспособности сети, перемножив их вероятности, и получим окончательную формулу для вероятности работоспособности двухуровневой сети в целом:

$$P_{net}(t) = \left(1-\left(\frac{\rho_C}{1+\rho_C}\left(1-e^{-\alpha_C t}\right)\right)^r\right)\times$$
$$\times\left(\frac{1+\rho_A e^{-\alpha_A t}}{1+\rho_A}\right)^k.$$

Тогда стационарный коэффициент готовности двухуровневой сети:

$$K_{net} = \lim_{t\to\infty} P_{net}(t) = \frac{(1+\rho_C)^r-(\rho_C)^r}{(1+\rho_C)^r(1+\rho_A)^k}. \quad (5)$$

Пример. Пусть имеется двухуровневая сеть из k = 6 коммутаторов доступа и r = 1 коммутатора ядра. С целью повышения отказоустойчивости сети был внедрен второй коммутатор ядра (r = 2). Интенсивность отказов коммутатора ядра $\lambda_C = 1/8760$ ч$^{-1}$ (в среднем коммутатор отказывает раз в год), а интенсивность восстановления $\mu_C = 1/24$ ч$^{-1}$ (в среднем восстановление коммутатора занимает одни сутки). Интенсивность отказов коммутатора доступа $\lambda_A = 1/8760$ ч$^{-1}$ (в среднем коммутатор отказывает раз в год), а интенсивность восстановления $\mu_A = 1$ ч$^{-1}$ (в среднем восстановление коммутатора занимает один час). Необходимо оценить коэффициент готовности сети до и после ее модернизации.

Решение. Имеем $\rho_C = \lambda_C/\mu_C = 1/365$ и $\rho_A = \lambda_A/\mu_A = 1/8760$. Тогда коэффициент готовности до модернизации сети (r = 1, k = 6)

$$K_{net} = \frac{(1+\rho_C)^1-(\rho_C)^1}{(1+\rho_C)^1(1+\rho_A)^6} =$$
$$= \frac{1}{(1+1/365)^1(1+1/8760)^6} \approx 0{,}996585$$

А после модернизации сети (r = 2, k = 6)

$$K_{net} = \frac{(1+\rho_C)^2-(\rho_C)^2}{(1+\rho_C)^2(1+\rho_A)^6} =$$
$$= \frac{1+2\rho_C}{(1+\rho_C)^2(1+\rho_A)^6} =$$
$$= \frac{1+2/365}{(1+1/365)^2(1+1/8760)^6} \approx 0{,}999308$$

На первый взгляд прирост коэффициента готовности сети незначителен, но если оценить среднее количество часов недоступности сети в год (8760 ч) по формуле $8760\cdot(1-K_{net})$, то до модернизации имеем около **30 ч** недоступности в год, а после – около **6 ч** в год.

Трехуровневые локальные сети с ядром и одной подгруппой распределения

• Сеть содержит $r \ge 1$ коммутаторов ядра (Core), $s \ge 1$ коммутаторов распределения (Distribution) и $k \ge 1$ коммутаторов уровня доступа (Access).

• Серверы локальной сети и сети Интернет доступны через каждый коммутатор ядра.

• Коммутаторы ядра и коммутаторы распределения связаны между собой каждый с каждым. Коммутаторы доступа между собой не связаны, но связаны с каждым коммутатором распределения.

• Отказ любого коммутатора доступа, также как и нарушение связи любого коммутатора доступа с серверами или сетью Интернет, считается отказом всей сети целом.

• Коммутаторы ядра имеют интенсивность отказов λ_C и интенсивность восстановления μ_C, коммутаторы распределения имеют интенсивность отказов λ_D и восстановления μ_D, коммутаторы доступа имеют интенсивность отказов λ_A и восстановления μ_A.

В трехуровневой сети (примеры на рис. 6) можно выделить три независимые с точки зрения модели надежности группы объектов – группа коммутаторов ядра, группа коммутаторов распределения и группа коммутаторов уровня доступа.

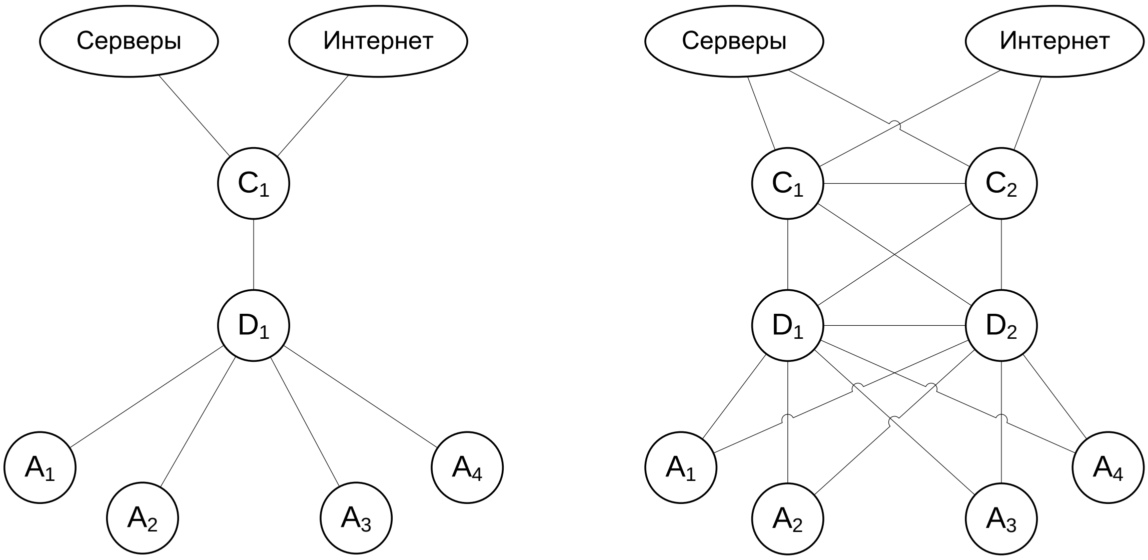

Рис. 6. Трехуровневая локальная сеть с одним (схема слева) и с двумя (схема справа) коммутаторами ядра и распределения, и с 4 коммутаторами уровня доступа

Что касается группы коммутаторов ядра, то поскольку каждый из них связан с каждым с коммутатором распределения и каждый связан с серверами и сетью Интернет, то сеть считается работоспособной при первом условии, что хотя бы один коммутатор в группе коммутаторов ядра работоспособен. Вероятность этого равна сумме вероятностей от нулевого состояния до предпоследнего состояния в марковской модели надежности группы из r объектов:

$$P_{core}(t) = \sum_{i=0}^{r-1} P_i(t) = 1 - P_r(t) =$$
$$= 1 - \frac{\rho_C{}^r}{(1+\rho_C)^r}\left(1 - e^{-\alpha_C t}\right)^r;$$
$$\rho_C = \lambda_C / \mu_C\ ; \quad \alpha_C = \lambda_C + \mu_C\ .$$

Что касается группы коммутаторов распределения, то поскольку каждый из них связан с каждым с коммутатором ядра и с каждым коммутатором уровня доступа, то сеть считается работоспособной при втором условии, что хотя бы один коммутатор в группе коммутаторов распределения работоспособен. Вероятность этого равна сумме вероятностей от нулевого состояния до предпоследнего состояния в марковской модели надежности группы из s объектов:

$$P_{distrib}(t) = \sum_{i=0}^{s-1} P_i(t) = 1 - P_s(t)$$
$$= 1 - \frac{\rho_D{}^s}{(1+\rho_D)^s}\left(1 - e^{-\alpha_D t}\right)^s;$$
$$\rho_D = \lambda_D / \mu_D\ ; \quad \alpha_D = \lambda_D + \mu_D\ .$$

Наконец, поскольку отказ любого коммутатора доступа считается отказом всей сети в целом, то очевидно, сеть считается работоспособной при третьем условии, что все k коммутаторов в группе коммутаторов доступа работоспособны. Вероятность этого равна вероятности нулевого состояния в марковской модели надежности группы из k объектов:

$$P_{access}(t) = P_0(t) = \frac{1}{(1+\rho_A)^k} \times$$
$$\times \left(1 + \rho_A e^{-\alpha_A t}\right)^k;$$
$$\rho_A = \lambda_A / \mu_A\ ; \quad \alpha_A = \lambda_A + \mu_A .$$

Объединим три условия работоспособности сети, перемножив их вероятности, и получим окончательную формулу для вероятности работоспособности двухуровневой сети в целом:

$$P_{net}(t)=\left(1-\left(\frac{\rho_C}{1+\rho_C}\left(1-e^{-\alpha_C t}\right)\right)^r\right)\times$$
$$\times\left(1-\left(\frac{\rho_D}{1+\rho_D}\left(1-e^{-\alpha_D t}\right)\right)^s\right)\times\left(\frac{1+\rho_A e^{-\alpha_A t}}{1+\rho_A}\right)^k.$$

Тогда стационарный коэффициент готовности трехуровневой сети:

$$K_{net}=\lim_{t\to\infty}P_{net}(t)=$$
$$=\frac{\left((1+\rho_C)^r-(\rho_C)^r\right)\left((1+\rho_D)^s-(\rho_D)^s\right)}{(1+\rho_C)^r(1+\rho_D)^s(1+\rho_A)^k}. \quad (6)$$

Пример. Пусть имеется двухуровневая сеть из k = 6 коммутаторов доступа, s = 1 коммутатора распределения и r = 1 коммутатора ядра. С целью повышения отказоустойчивости сети был внедрен второй коммутатор ядра (r = 2) и второй коммутатор распределения (s = 2). Интенсивность отказов коммутатора ядра $\lambda_C=1/8760$ ч$^{-1}$, а интенсивность восстановления $\mu_C=1/24$ ч$^{-1}$. Интенсивность отказов коммутатора распределения $\lambda_D=1/8760$ч$^{-1}$, а интенсивность восстановления $\mu_D=1/6$ ч$^{-1}$. Интенсивность отказов коммутатора доступа $\lambda_A=1/8760$ ч$^{-1}$, а интенсивность восстановления $\mu_A=1$ ч$^{-1}$.

Оценить коэффициент готовности сети до и после ее модернизации.

Решение. Имеем $\rho_C=\lambda_C/\mu_C=1/365$, $\rho_D=\lambda_D/\mu_D=1/1460, \rho_A=\lambda_A/\mu_A=1/8760.$

Тогда коэффициент готовности до модернизации сети (r = 1, s = 1, k = 6) составит:

$$K_{net}=\frac{1}{(1+\rho_C)^1(1+\rho_D)^1(1+\rho_A)^6}=$$
$$=\frac{1}{(1+1/365)^1(1+1/1460)^1(1+1/8760)^6}$$
$$\approx 0{,}995903.$$

А после модернизации сети (r = 2, s = 2, k = 6) коэффициент готовности составит

$$K_{net}=\frac{(1+2\rho_C)(1+2\rho_D)}{(1+\rho_C)^2(1+\rho_D)^2(1+\rho_A)^6}=$$
$$=\frac{(1+2/365)(1+2/1460)}{(1+1/365)^2(1+1/1460)^2(1+1/8760)^6}$$
$$\approx 0{,}999307.$$

На первый взгляд прирост коэффициента готовности сети незначителен, но если оценить среднее количество часов недоступности сети в год (8760 ч) по формуле $8760\cdot(1-K_{net})$, то до модернизации имеем около **36 ч** недоступности в год, а после – около **6 ч** в год.

Трехуровневые локальные сети с ядром и множеством подгрупп распределения

• Сеть содержит $r\geq 1$ коммутаторов ядра (Core), и $m\geq 1$ подгрупп по $s_l\geq 1$ коммутаторов распределения (Distribution) и по $k_l\geq 1$ коммутаторов доступа (Access) в каждой.

• Серверы локальной сети и Интернет доступны через каждый коммутатор ядра. Коммутаторы ядра (Core) связаны между собой каждый с каждым.

• Коммутаторы распределения (Distribution) разбиты по подгруппам и внутри подгруппы связаны между собой каждый с каждым, а между подгруппами связей нет. Во всех подгруппах каждый коммутатор распределения связан с каждым коммутатором ядра.

• Коммутаторы доступа (Access) между собой не связаны, но распределены по подгруппам и связаны с каждым коммутатором распределения соответствующей подгруппы.

• Отказ любого коммутатора доступа, также как и нарушение связи любого коммутатора доступа с серверами или Интернет, считается отказом всей сети целом.

• Коммутаторы ядра имеют интенсивность отказов λ_C и интенсивность восстановления μ_C, коммутаторы распределения имеют интенсивность отказов λ_D и восстановления μ_D, коммутаторы доступа имеют интенсивность отказов λ_A и восстановления μ_A.

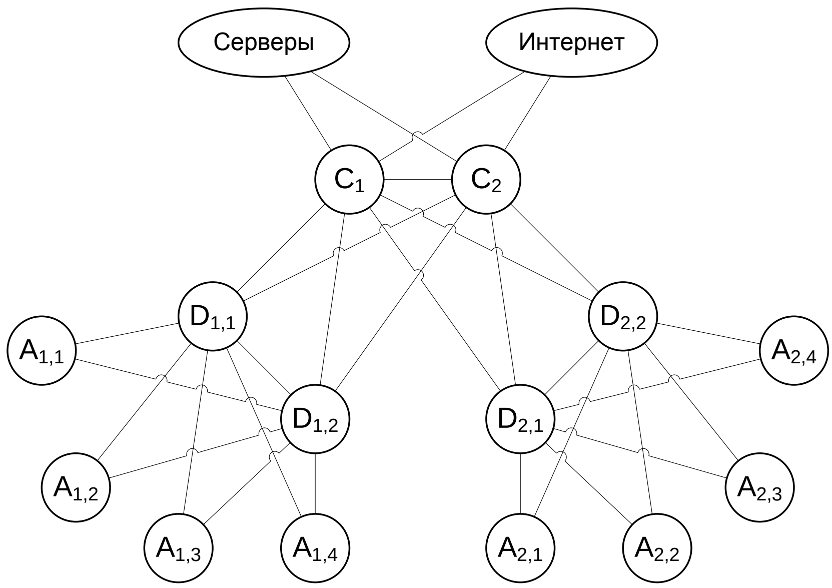

Рис. 7. Трехуровневая локальная сеть с двумя коммутаторами ядра, с двумя подгруппами распределения, по два коммутатора распределения и 4 коммутатора уровня доступа в каждой подгруппе

В трехуровневой сети (пример на рис. 7) можно выделить три независимые с точки зрения модели надежности группы объектов – группа коммутаторов ядра, группа коммутаторов распределения, содержащая m подгрупп коммутаторов распределения и группа коммутаторов уровня доступа, содержащая m подгрупп коммутаторов доступа. Кроме того, подгруппы между собой также независимы с точки зрения модели надежности.

Что касается группы коммутаторов ядра, то поскольку каждый из них связан с каждым с коммутатором распределения каждой из подгрупп, а также связан с серверами и сетью Интернет, то сеть считается работоспособной при первом условии, что хотя бы один коммутатор в группе коммутаторов ядра работоспособен. Вероятность этого равна сумме вероятностей от нулевого состояния до предпоследнего состояния в марковской модели надежности группы из r объектов:

$$P_{core}(t) = \sum_{i=0}^{r-1} P_i(t) = 1 - P_r(t) = \\ = 1 - \frac{\rho_C{}^r}{(1+\rho_C)^r}\left(1 - e^{-\alpha_C t}\right)^r ; \\ \rho_C = \lambda_C / \mu_C ; \quad \alpha_C = \lambda_C + \mu_C .$$

Что касается группы коммутаторов распределения, то поскольку в каждой подгруппе каждый коммутатор распределения с каждым с коммутатором ядра и с каждым коммутатором уровня доступа соответствующей подгруппы, то сеть считается работоспособной при втором условии, что хотя бы один коммутатор в каждой подгруппе коммутаторов распределения работоспособен. Вероятность этого равна произведению по всем подгруппам $l = 1 \ldots m$ вероятностей того, что в подгруппе хотя бы один коммутатор распределения работоспособен, каждая из которых, в свою очередь, равна сумме вероятностей от нулевого состояния до предпоследнего состояния в марковской модели надежности подгруппы из s_l объектов:

$$P_{distrib}(t) = \prod_{l=1}^{m}\left(\sum_{i=0}^{s_l - 1} P_i(t)\right) = \prod_{l=1}^{m}\left(1 - P_{s_l}(t)\right) = \\ = \prod_{l=1}^{m}\left(1 - \frac{\rho_D{}^{s_l}}{(1+\rho_D)^{s_l}}\left(1 - e^{-\alpha_D t}\right)^{s_l}\right); \\ \rho_D = \lambda_D / \mu_D ; \quad \alpha_D = \lambda_D + \mu_D .$$

Наконец, поскольку отказ любого коммутатора доступа считается отказом всей сети в целом, то очевидно, сеть считается работоспособной при третьем условии, что все коммутаторы во всех подгруппах коммутаторов доступа работоспособны. Вероятность этого равна произведению по всем подгруппам $l = 1 \ldots m$ вероятностей 0-го состояния в марковской модели надежности подгруппы из k_l объектов:

$$P_{access}(t)=\prod_{l=1}^{m}\left(P_0\ (t)\right)=$$

$$=\prod_{l=1}^{m}\left(\frac{1}{\left(1+\rho_A\right)^{k_l}}\left(1+\rho_A\cdot e^{-\alpha_A t}\right)^{k_l}\right);$$

$$\rho_A=\lambda_A/\mu_A;\quad \alpha_A=\lambda_A+\mu_A.$$

Объединим три условия работоспособности сети, перемножив их вероятности, и получим окончательную формулу для вероятности работоспособности двухуровневой сети в целом:

$$P_{net}(t)=\left(1-\left(\frac{\rho_C}{1+\rho_C}\left(1-e^{-\alpha_C t}\right)\right)^r\right)\times$$

$$\times\prod_{l=1}^{m}\left(\begin{array}{l}\left(1-\left(\frac{\rho_D}{1+\rho_D}\left(1-e^{-\alpha_D t}\right)\right)^{s_l}\right)\times\\ \times\left(\frac{1+\rho_A e^{-\alpha_A t}}{1+\rho_A}\right)^{k_l}\end{array}\right).$$

Тогда, стационарный коэффициент готовности трехуровневой сети:

$$K_{net}=\lim_{t\to\infty}P_{net}(t)=\frac{\left(\left(1+\rho_C\right)^r-\left(\rho_C\right)^r\right)}{\left(1+\rho_C\right)^r}\times$$
$$\times\prod_{l=1}^{m}\left(\frac{\left(\left(1+\rho_D\right)^{s_l}-\left(\rho_D\right)^{s_l}\right)}{\left(1+\rho_D\right)^{s_l}\left(1+\rho_A\right)^{k_l}}\right). \qquad (7)$$

Пример. Пусть имеется трехуровневая сеть с одним коммутатором ядра (r = 1), с тремя подгруппами (m = 3) распределения по 1 коммутатору распределения (s_1 = 1, s_2 = 1, s_3 = 1), и по 2 коммутатора доступа (k_1 = 2, k_2 = 2, k_3 = 2) в каждой подгруппе.

С целью повышения отказоустойчивости сети были внедрены второй коммутатор ядра (r = 2) и второй коммутатор распределения в каждую из подгрупп (s_1 = 2, s_2 = 2, s_3 = 2). Интенсивность отказов коммутатора ядра $\lambda_C=1/8760$ ч$^{-1}$, а интенсивность восстановления $\mu_C=1/24$ ч$^{-1}$. Интенсивность отказов коммутатора распределения $\lambda_D=1/8760$ ч$^{-1}$, а интенсивность восстановления $\mu_D=1/6$ ч$^{-1}$. Интенсивность отказов коммутатора доступа $\lambda_A=1/8760$ ч$^{-1}$, а интенсивность восстановления $\mu_A=1$ ч$^{-1}$. Необходимо оценить коэффициент готовности сети до и после ее модернизации.

Решение. Имеем $\rho_C=\lambda_C/\mu_C=1/365$, $\rho_D=\lambda_D/\mu_D=1/1460$, $\rho_A=\lambda_A/\mu_A=1/8760$.

Коэффициент готовности до модернизации (r = 1, m = 3, $s_1 = s_2 = s_3$ = 1, $k_1 = k_2 = k_3$ = 2)

$$K_{net}=\frac{1}{(1+\rho_C)^1}\left(\frac{1}{(1+\rho_D)^1(1+\rho_A)^2}\right)^3=$$
$$=\frac{1}{(1+1/365)^1(1+1/1460)^3(1+1/8760)^6}$$
$$\approx 0{,}99454.$$

Коэффициент готовности после модернизации (r = 2, m = 3, $s_1 = s_2 = s_3$ = 2, $k_1 = k_2 = k_3$ = 2)

$$K_{net}=\frac{1+2\rho_C}{(1+\rho_C)^2}\left(\frac{1+2\rho_D}{(1+\rho_D)^2(1+\rho_A)^2}\right)^3=$$
$$=\frac{(1+2/365)^1(1+2/1460)^3}{(1+1/365)^2(1+1/1460)^6(1+1/8760)^6}$$
$$\approx 0{,}999306.$$

На первый взгляд прирост коэффициента готовности сети незначителен, но если оценить среднее количество часов недоступности сети в год (8760 ч) по формуле $8760\cdot(1-K_{net})$, то до модернизации имеем около **48 ч** недоступности в год, а после – около **6 ч** в год.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в рамках данной статьи была рассмотрена модель надежности восстанавливаемых систем, состоящих из множества независимых объектов, и ее применение для анализа комплексных показателей надежности современных локальных сетей с несколькими типовыми топологиями. Также были приведены формулы и примеры расчета коэффициента готовности сетей и среднего времени недоступности в год.

Полученные теоретические результаты использовались в многолетней практике эксплуатации, развития и проектирования сетей среднего масштаба НИУ МЭИ (ТУ), Балаковской АЭС, ОАО «Красный Пролетарий» и ряда других предприятий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Черкесов Г. Н.** Надежность аппаратно-программных комплексов. СПб.: Питер, 2005.

2. **Половко А. М., Гуров С. В.** Основы теории надежности. 2-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2006.

3. **Гвоздев В. Е., Танзалы Г. И., Хасанов А. Ю., Абдрафиков М. А.** Анализ надежности технических систем на основе математико-статистического моделирования // Вестник УГАТУ. 2011, Т. 15, № 2 (42), С. 22–28.

4. **Гнеденко Б. В.** Курс теории вероятностей. М.: Едиториал УРСС, 2005.

5. **Олифер В. Г.**, **Олифер Н. А.** Компьютерные сети. 4-е изд. СПб.: Питер, 2010.

6. **Teare D., Paquet C.** Campus Network Design Fundamentals. Cisco Press, 2005.

ОБ АВТОРАХ

КАЯШЕВ Александр Игнатьевич, проф., зав. каф. автоматизир. технол. и информ. систем. Д-р техн. наук (МГТУ «Станкин», 1996).

РАХМАН Павел Азизурович, доц. той же каф. М-р техн. и технол. по информатике и выч. технике (МЭИ, 2000). Канд. техн. наук по телеком. системам и комп. сетям (МЭИ, 2005).

ШАРИПОВ Марсель Ильгизович, доц. той же каф. Канд. техн. наук (УГНТУ, 2010).

METADATA

Title: Reliability analysis of local area networks.

Authors: A. I. Kayashev[1], P. A. Rahman[2], M. I. Sharipov[3].

Affiliation: Sterlitamak branch of Ufa State Petroleum Technological University, Russia.

E-mail: [2] pavelar@yandex.ru

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 17, no. 5 (58), pp. 140-149, 2013. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: Local area networks with typical hierarchical topologies for medium and large-scale enterprises and reliability models of repairable systems are discussed. Simplified formulas for network availability assessment and calculation examples are also provided.

Key words: Local area networks; availability factor.

References (English transliteration):

1. G. N. Cherkesov, *Reliability of Hardware and Software Systems*, (in Russian). Saint-Petersburg: Piter, 2005.
2. A. M. Polovko and S. V. Gurov, *Basis of Reliability Theory*, (in Russian). Saint-Petersburg: BHV-Petersburg, 2006.
3. V. E. Gvozdev, G. I. Tanazly, A. Yu. Khasanov, M. A. Abdrafikov, “Reliability analysis of technical systems on the basis of mathematical-statistical modelling,” (in Russian), *Vestnik UGATU* (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 15, no. 2 (42), pp. 22–28, 2011.
4. B. V. Gnedenko, *Course of Probability Theory*, (in Russian). Moscow: Editorial URSS, 2005.
5. V. G. Olifer and N. A. Olifer, *Computer Networks*, (in Russian). Saint-Petersburg: Piter, 2010.
6. Diane Teare and Catherine Paquet, *Campus Network Design Fundamentals*, Cisco Press, 2005.

About authors:

KAYASHEV, Alexander Ignatievich, Head of Automated Technological and Informational Systems Department, Sterlitamak branch of Ufa State Petroleum Technological University. Dr. of Tech. Sci. (Moscow State University of Technology «Stankin», 1996).

RAHMAN, Pavel Azizurovich, Associate professor (docent) of Automated Technological and Informational Systems Department, Sterlitamak branch of Ufa State Petroleum Technological University. M.Sc. in Computer Science (Moscow Power Engineering Institute, 2000), Ph.D. in Technical Sciences (Moscow Power Engineering Institute, 2005).

SHARIPOV, Marsel Ilgizovich, Associate professor (docent) of Automated Technological and Informational Systems Department, Sterlitamak branch of Ufa State Petroleum Technological University. Ph. D. in Technical Sciences (Ufa State Petroleum Technological University, 2010).