

УДК 621.9.06:531.3

## МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТОЧНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ НА БАЗЕ МНОГООПЕРАЦИОННОГО СТАНКА

А. Г. Кольцов

kolzov75@mail.ru,

ФГБОУ ВПО «Омский государственный технический университет» (ОмГТУ)

Поступила в редакцию 11.03.2013

**Аннотация.** Рассматриваются вопросы построения точности обработки на многооперационном станке с учетом геометрических, кинематических и динамических факторов. В основу математической модели положен метод координатных систем с деформирующимися связями; составлен граф связей систем координат, в котором вершинами графа являются системы координат, построенные на основных и вспомогательных поверхностях узлов станка, ребрами – матрицы перехода от одной системы координат к другой. В развитие этих идей составлена и исследована схема колебаний шпиндельной головки. С помощью математических моделей возможно решение оптимизационных задач повышения точности обработки.

**Ключевые слова:** точность обработки; декомпозиция станка; метод координатных систем; деформирующиеся связи.

Современное производство предъявляет все более жесткие требования к точности изготовления деталей. В связи с этим точностным характеристикам оборудования уделяется особое внимание, т.к. точность изготовления деталей в большей степени зависит от точности станка. В связи с этим необходима оценка точности оборудования при изготовлении высокоточных деталей.

Для этого можно пойти двумя путями: во первых, это диагностика технического состояния металлорежущего оборудования [3], [5], куда входит и оценка геометрической точности, во вторых – прогнозирование точности обработки с помощью математических моделей с использованием экспериментальных данных, полученных при исследовании станка [4]. Первый путь достаточно затратный как по материальным, так и по временным ресурсам, т.к. современное диагностическое оборудование стоит несколько миллионов рублей и имеется далеко не на каждом предприятии.

Построение математической модели оценки точности станка основано на использовании элементов метода координатных систем [1] с учетом специфики решаемой задачи. В качестве объекта моделирования рассматривается станок MC12-250M1, предназначенный для выполне-

ния сверлильно-фрезерно-расточных операций для корпусных деталей повышенной точности.

Общий вид станка представлен на рис. 1, где обозначены: 1 – станина; 2 – шпиндельная головка; 3 – шпиндель; 4 – режущий инструмент; 5 – вертикальный суппорт; 6 – горизонтальный суппорт; 7 – поворотный стол; 8 – обрабатываемая деталь.

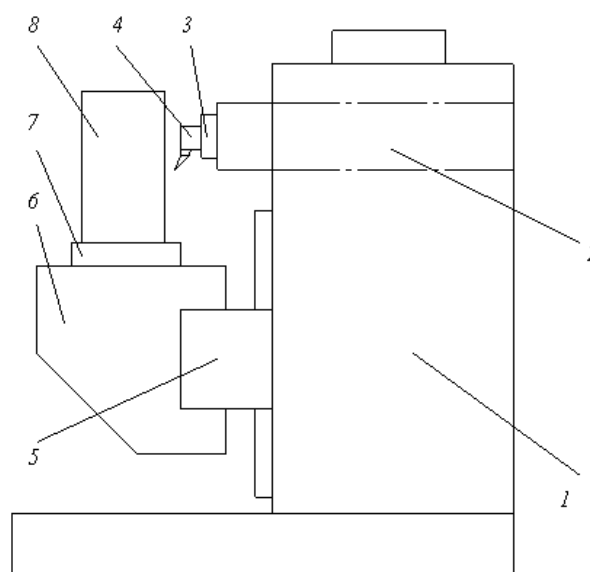


Рис. 1. Общий вид станка MC12-250M1

Применяемый метод основан на декомпозиции технологического оборудования на отдельные узлы, которые в дальнейшем будем называть блоками.

Декомпозиция рассматриваемого станка на блоки приведена на рис. 2–6. Для задания  $i$ -го блока в  $i$ -й системе координат в зависимости от количества налагаемых на него связей со стороны  $i$ -1-го блока определяется число и расположение на основных базах  $i$ -го блока опорных точек, реализующих эти связи. Поверхности, с помощью которых блок определяет свое положение в станке, общепринято называть основными базирующими, а поверхности, на которых устанавливаются другие блоки, вспомогательными базирующими поверхностями.

При построении размерной цепи обход осуществляется в направлении от основной поверхности  $i$ -го блока к вспомогательной или в обратном. Если каждый блок представить совокупностью поверхностей, определяющих его геометрический образ, то при расчете различных размерных цепей блок может быть задан парой поверхностей. Определяя всякую поверхность тремя узловыми точками, не лежащими на одной прямой и образующими плоский треугольник, в заданной вершине которого можно

построить единственную систему координат, представим станок в целом или его кинематическую цепь в виде совокупности взаимосвязанных координатных систем, заданных друг относительно друга (рис. 2–6).

Если при переходе от  $i$ -1-го к  $i$ -му блоку в направлении рассматриваемого отклонения число и расположение опорных точек не позволяют однозначно определить систему координат, необходимо вводить дополнительные точки, принадлежащие сопрягаемым поверхностям.

Для описания движения относительного положения блоков вводится некоторая глобальная система координат  $X_0Y_0Z_0$ , которая, как правило, связывается с неподвижным блоком типа станина станка, а система координат  $X_iY_iZ_i$  (где  $i$  – индекс блока или поверхности блока) связывается с рассматриваемым блоком. Положение  $i$ -й системы координат относительно системы  $i$ -1 определяется шестью параметрами: координатами  $b_x, b_y, b_z$ , определяющими положение начала  $O_i$  в системе координат  $X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$  и углами  $\alpha, \beta, \gamma$  последовательных поворотов осей координат сначала вокруг оси  $X_{i-1}$ , затем  $Y_{i-1}$  и  $Z_{i-1}$ .

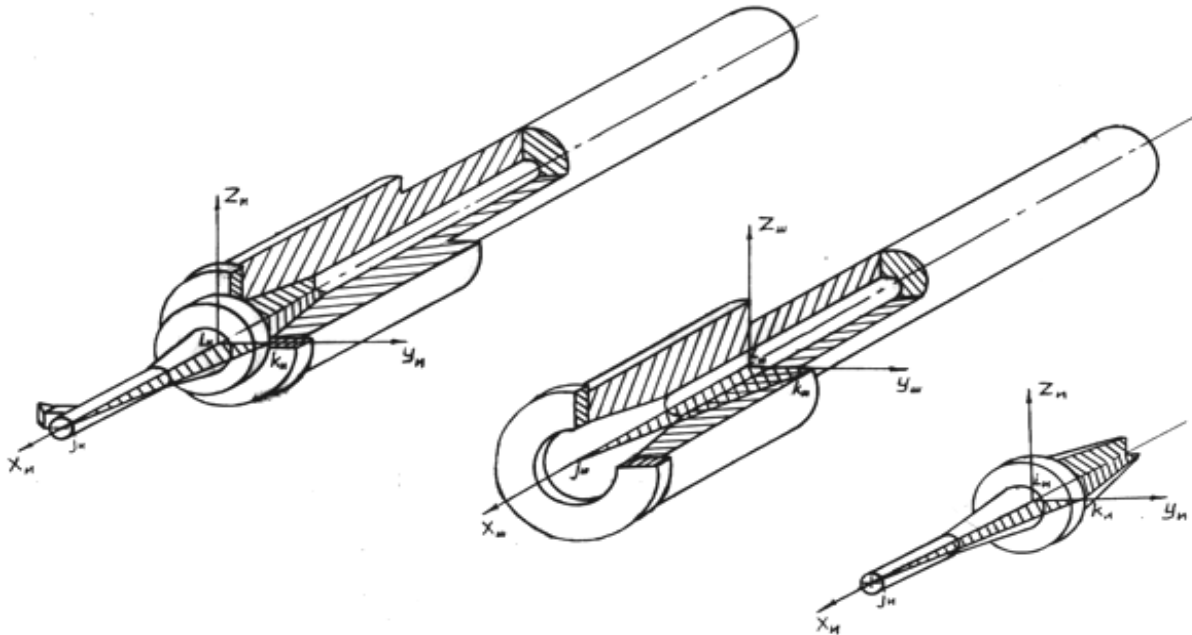


Рис. 2. Декомпозиция станка модели МС12-250М: шпиндель, режущий инструмент

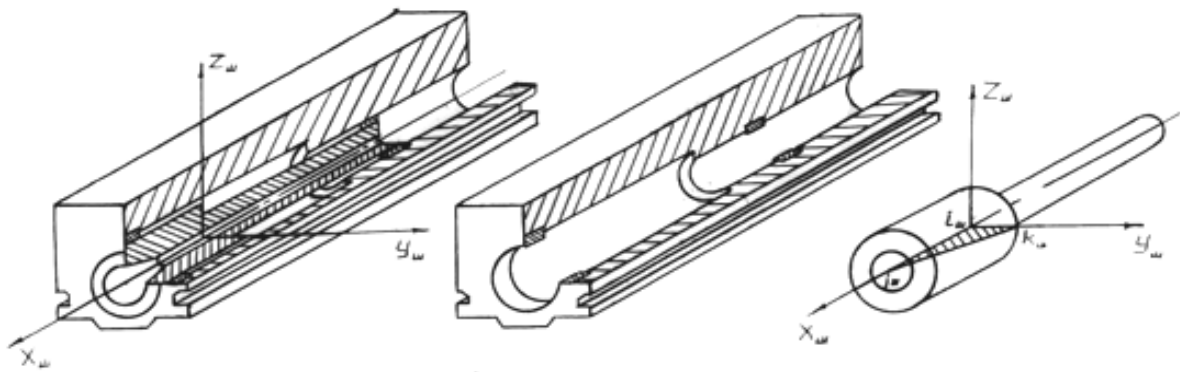


Рис. 3. Декомпозиция станка модели MC12-250M: шпиндельная головка, шпиндель

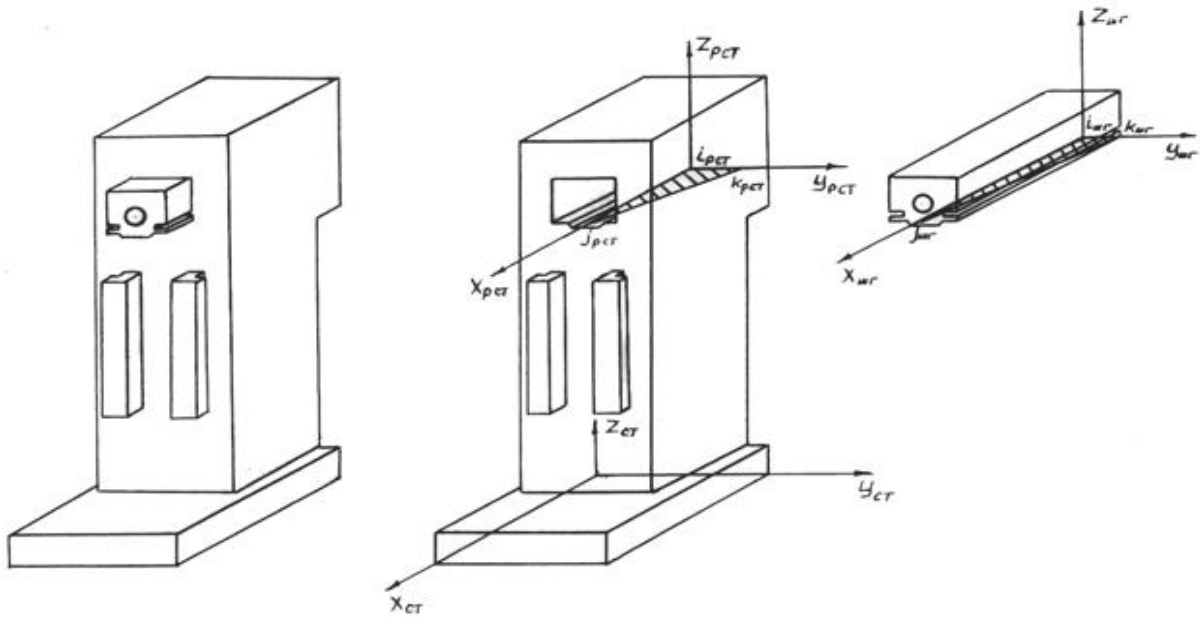


Рис. 4. Декомпозиция станка модели MC12-250M: шпиндельная головка, станина

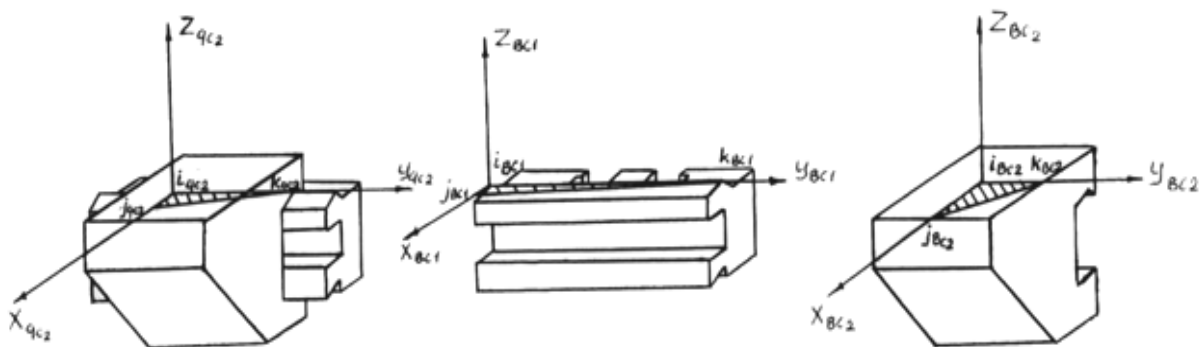


Рис. 5. Декомпозиция станка модели MC12-250M: вертикальный, продольный суппорт

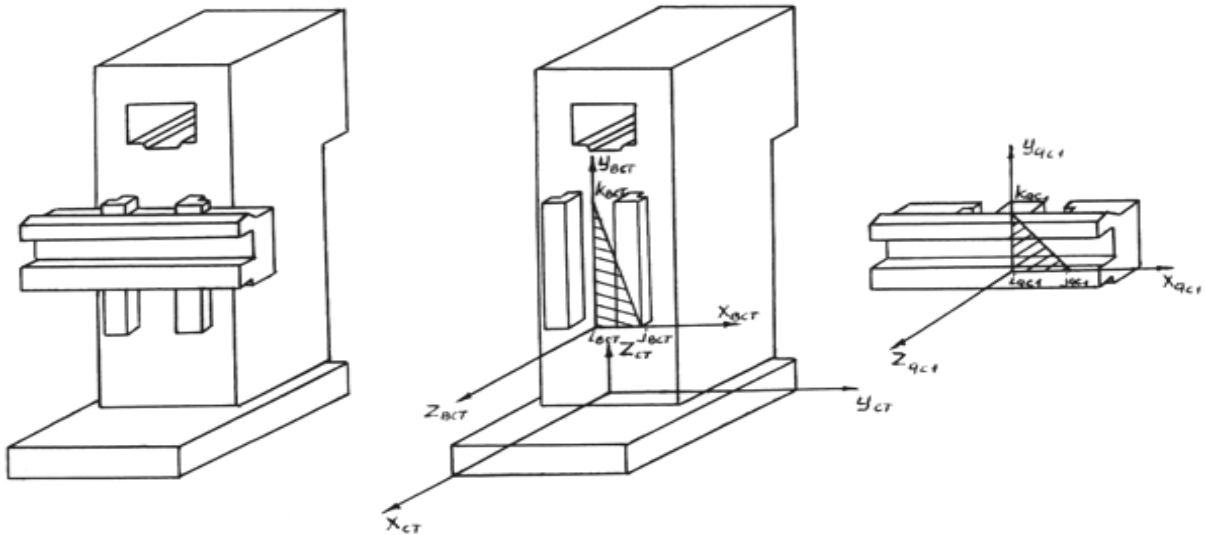


Рис. 6. Декомпозиция станка модели MC12-250M: станина, вертикальный суппорт

Тогда, например, положение некоторой точки  $A$   $i-1$ -го блока  $(X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1})$  в системе координат  $i$ -го блока  $X_i Y_i Z_i$  (рис. 7) найдется по формуле

$$\{r\}_i = \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{Bmatrix} = [M]_{i-1,i} \cdot \begin{Bmatrix} X_{i-1} \\ Y_{i-1} \\ Z_{i-1} \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\{r\}_i$  – радиус-вектор положения точки  $A$  в  $i$ -й системе координат.

Переход от одной системы координат к другой осуществляется при помощи матрицы преобразования  $[M]_{i-1,i}$  размерностью  $(4 \times 4)$ , которая в общем виде, например, при переходе от  $i-1$ -й системы координат  $X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$  к системе  $X_iY_iZ_i$  запишется:

$$[M]_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \cos(X_i X_{i-1}) & \cos(X_i Y_{i-1}) & \cos(X_i Z_{i-1}) & a_1 \\ \cos(Y_i X_{i-1}) & \cos(Y_i Y_{i-1}) & \cos(Y_i Z_{i-1}) & b_1 \\ \cos(Z_i X_{i-1}) & \cos(Z_i Y_{i-1}) & \cos(Z_i Z_{i-1}) & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\cos(X_i X_{i-1})$  и т. д. – косинусы углов поворота новых осей координат системы  $X_i Y_i Z_i$  с осями старой  $i-1$ -й системы координат  $X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$ ;  $a_1, b_1, c_1$  – проекции в новой системе  $X_i Y_i Z_i$  начала  $O_{i-1}$  старой системы координат  $X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$ .

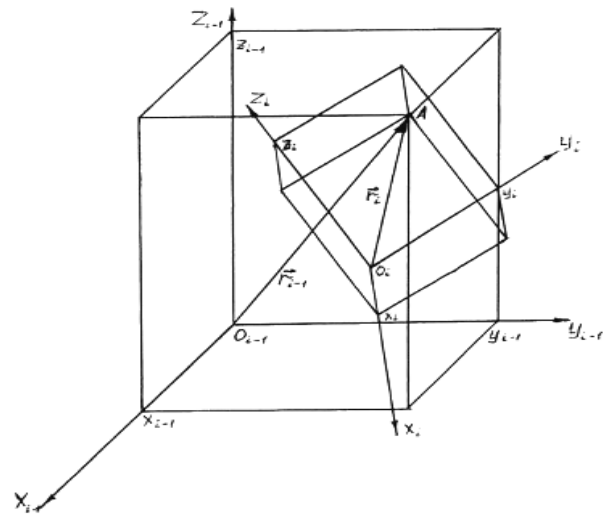


Рис. 7. Определение положения точки  $A$  в системе координат  $i-1$ -го блока

При малых смещениях системы координат  $X_iY_iZ_i$  относительно системы  $X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$  матрица  $[M]_{i-1,i}$  преобразования координат представляется в виде

$$[M]_{i-1,i} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta & \Delta x \\ -\gamma & 1 & \alpha & \Delta y \\ \beta & -\alpha & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  – малые угловые возмущения;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – смещения центра системы координат.

Матрица (3) является составной и может быть представлена в виде

$$[M]_{i-1,i} = \begin{bmatrix} [w]_{i-1,i} & [w]_{0i-1,i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $[w]_{i-1,i}$  – матрица поворотов системы координат;  $[w]_{0i-1}$  – вектор-столбец смещений системы координат.

Зависимость между проекциями одного и того же вектора  $\{m_i\}$  в различных системах координат записывается в виде:

$$\{m_i\} = [w]_{i-1,i} \{m_{i-1}\}. \quad (5)$$

Соотношение между матрицами  $[w]_{i-1,i}$  и  $[w]_{i,i-1}$  прямого и обратного преобразований проекций векторов записывается в виде:

$$[w]_{i-1,i} = [w]_{i,i-1}^T. \quad (6)$$

Тогда обратный переход от  $i$ -й к  $i-1$ -й системе координат осуществится по формуле

$$\{r\}_{i-1} = \begin{Bmatrix} X_{i-1} \\ Y_{i-1} \\ Z_{i-1} \\ 1 \end{Bmatrix} = [M]_{i-1,i} \cdot \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

где  $[M]_{i-1,i}$  – обратная матрица, определяемая в виде

$$[M]_{i-1,i} = \left[ \begin{array}{ccc|c} [W]_{i-1,i}^T & & & b_x \\ & & & b_y \\ & & & b_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]. \quad (8)$$

Так как при исследовании точности положение инструмента относительно обрабатываемой заготовки зависит от композиции других блоков станка и станочной оснастки, то возникает необходимость в многократном преобразовании координат через промежуточные координатные системы. Такое преобразование, осуществляемое с помощью матриц  $[M]$  четвертого порядка, производится по формуле

$$\{r\}_1 = \Pi [M]_{i-1,i} \cdot \{r\}_n, \quad (9)$$

где  $n$  – число систем координат от обрабатываемой поверхности (1-я система координат) до инструмента ( $n$ -я система координат), участвующих в расчете. Для формирования матриц преобразования необходимо определять косинусы углов поворота новых осей координат  $X_i Y_i Z_i$  со старыми  $X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$ .

Определение положения поверхности сводится к определению положения систем координат, построенных на треугольниках. Ось  $X_i$

направляется вдоль стороны  $i,j$  треугольника. Эта сторона определяется вектором  $V_{ij}$  с координатами в новой системе координат

$$V_{ij} = \begin{Bmatrix} X_j - X_i \\ Y_j - Y_i \\ Z_j - Z_i \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

Направляющие косинусы получаются делением компонент этого вектора на его длину, т.е. в виде компонент вектора единичной длины

$$V_{ij} = \begin{Bmatrix} \cos(X_i X_{i-1}) \\ \cos(X_i Y_{i-1}) \\ \cos(X_i Z_{i-1}) \end{Bmatrix} = \frac{l}{l_{ij}} \begin{Bmatrix} X_{ij} \\ Y_{ij} \\ Z_{ij} \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

где

$$l_{ij} = \sqrt{X_{ji}^2 + Y_{ji}^2 + Z_{ji}^2}. \quad (12)$$

Здесь для краткости положено  $x_{ji} = x_j - x_i$  и т. д.

Ось  $Z_i$  направляется перпендикулярно плоскости треугольника. Это направление в соответствии со свойствами векторного произведения можно определить как векторное произведение двух сторон треугольника

$$V_{xi} = V_{ij} \times V_{ik} = \begin{Bmatrix} y_{ij} z_{ki} - z_{ij} y_{ki} \\ z_{ji} x_{ki} - x_{ji} z_{ki} \\ x_{ji} y_{ki} - y_{ji} x_{ki} \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

т. е. нормальным к плоскости треугольника вектором, длина которого равна удвоенной площади треугольника.

Таким образом

$$l_{ki} = \sqrt{(y_{ji} z_{ki} - z_{ji} y_{ki})^2 + (z_{ji} x_{ki} - x_{ji} z_{ki})^2 + (x_{ji} y_{ki} - y_{ji} x_{ki})^2} = 2\Delta. \quad (14)$$

Направляющие косинусы оси  $Z_i$  получаются просто как направляющие косинусы вектора  $V_{zi}$ ; их можно представить в виде единичного вектора

$$v_{xi} = \begin{Bmatrix} \cos(Z_i X_{i-1}) \\ \cos(Z_i Y_{i-1}) \\ \cos(Z_i Z_{i-1}) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{Bmatrix} y_{ji} z_{ki} - z_{ji} y_{ki} \\ z_{ji} x_{ki} - x_{ji} z_{ki} \\ x_{ji} y_{ki} - y_{ji} x_{ki} \end{Bmatrix}. \quad (15)$$

Наконец, направляющие косинусы оси  $Y_i$  получаются как направляющие косинусы вектора, нормального одновременно к осям  $X_i$  и  $Z_i$ . Так как векторы единичной длины в каждом из этих направлений фактически определены соотношениями (14) и (15), имеем без деления на длину, которая в данном случае равна единице.

$$v_{ii} = \begin{Bmatrix} \cos(Y_i X_{i-1}) \\ \cos(Y_i Y_{i-1}) \\ \cos(Y_i Z_{i-1}) \end{Bmatrix} = v_{xi} \times v_{xi} = \begin{Bmatrix} \cos(Z_i Y_{i-1}) \cos(X_i Z_{i-1}) - \cos(Z_i Z_{i-1}) \cos(X_i Y_{i-1}) \\ \cos(Z_i Z_{i-1}) \cos(X_i X_{i-1}) - \cos(Z_i X_{i-1}) \cos(X_i Z_{i-1}) \\ \cos(Z_i X_{i-1}) \cos(X_i Y_{i-1}) - \cos(Z_i Y_{i-1}) \cos(X_i X_{i-1}) \end{Bmatrix}. \quad (16)$$

Таким образом, компоненты векторов единичной длины  $v_{xi}$ ,  $v_{yi}$ ,  $v_{zi}$  определяют направляющие косинусы матрицы преобразования координат при переходе от старой системы координат  $X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$  к новой  $X_i Y_i Z_i$ .

Проекция  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  начала  $O_{i-1}$  старой системы координат  $X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$  в новой системе  $X_i Y_i Z_i$ , выраженные в матрице (16) в виде вектор-столбца  $[w]_{O_{i-1}}$ , определяются по формуле

$$\begin{Bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{Bmatrix} = -[w]_{i-1,i} \cdot \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{Bmatrix}. \quad (17)$$

Применение рассмотренных формул для формирования матриц преобразования координат при прямом (от  $i-1$ -й к  $i$ -й) и обратном (от  $i$ -й к  $i-1$ -й системе) переходах осуществляется на основе соответствующего определения координат узлов треугольников  $i, j, k$ .

Следует отметить, что понятия «старая» и «новая», рассмотренные на примере перехода от  $i-1$ -й к  $i$ -й системе координат, условны и определяются не порядком расположения систем координат в рассчитываемой структуре, а следующим правилом: если в некоторой («старой») системе координат заданы координаты какой-либо точки и необходимо определить радиус-вектор этой точки в другой системе координат, заданной относительно первой, то вторая система координат будет считаться «новой», а переход – прямым. Если же наоборот, известны координаты точки в «новой», т. е. заданной относительно «старой», системе координат и необходимо определить эти координаты в «старой» системе, то такой переход определяется как обратный. Таким образом, при рассмотрении двух систем координат «новой» всегда будет считаться та система, которая задана относительно другой системы.

В результате такого представления размерных или кинематических связей узлов, входящих в структуру станка, появляется возможность путем многократного преобразования координатных систем определять положение произвольной точки  $A$   $i$ -й системы в заданной системе координат.

Это дает возможность (при замыкании размерной цепи) моделировать точность описываемого станка. При построении на базах элементов станка координатных систем возникает проблема определения положения опорных точек. Так, например, положение шпиндельной головки станка MC12-250M1 относительно основных баз станины определяется координатами опорных точек или точек контакта, которые в свою очередь зависят от характера рельефа сопрягаемых поверхностей. Рельеф поверхности имеет случайный, неповторимый характер, что делает практически невозможным однозначное определение координат опорных точек без проведения необходимых измерений.

С целью обойти эту трудность разработан подход, устраняющий неопределенность взаимного положения узлов технологической системы.

Положение прилегающей плоскости направляющих относительно основной установочной плоскости станины лимитируется допуском на отклонение от параллельности, в пределах которого прилегающая плоскость занимает произвольное положение.

На установочной базе станины строится система координат  $X_i Y_i Z_i$ . На ее вспомогательных базах (плоскости направляющих) на номинальном расстоянии  $H_i$  или  $H_i - T_{\delta}$  (в зависимости от схемы расположения допуска) от основной базы строится местная система координат  $X_{pi} Y_{pi} Z_{pi}$ , образующая нижнюю границу или основание поля допуска.

В системе  $X_{pi} Y_{pi} Z_{pi}$  строится поле допуска  $T_{\delta}$ , образующее параллелепипед размером  $l_{1i} \times l_{2i} \times T_{\delta}$ , где  $l_{1i}$ ,  $l_{2i}$  – геометрические параметры  $i$ -й детали.

Внутри поля допуска определяется плоскость  $s_i$ . Для этого в общем случае с помощью генератора случайных чисел необходимо последовательно генерировать положение точек по осям  $Z_{pi}$ .

В этом случае уравнение плоскости  $s_i$  в системе координат  $X_{pi} Y_{pi} Z_{pi}$  запишется

$$z_p = b_0 + b_1 x_{pi} + b_2 y_{pi}. \quad (18)$$

Коэффициенты  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  аппроксимирующей плоскости находятся из матричного соотношения с помощью метода наименьших квадратов.

$$\{b\} = ([C]^T [C])^{-1} [C]^T \{Z\}, \quad (19)$$

где

$$\{b\} = [b_0 \ b_1 \ b_2]^T, \quad (20)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \\ 1 & X_l & Y_l \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\{Z\} = [Z_i \ Z_j \ Z_k \ Z_l], \quad (22)$$

где  $X_i, Y_i, Z_i, X_j, Y_j, Z_j \dots$  и т. д. – координаты  $i, j, k, l$  узлов в системе  $X_{Pi} Y_{Pi} Z_{Pi}$ .

При детерминированном подходе, в частном случае принимается, что значения координат  $Z_{pi}, Z_{pj}, Z_{pk}, Z_{pl}$  точек  $i, j, k, l$  (рис. 6) соответствуют «наихудшему» положению вспомогательных баз относительно основных в направлении рассматриваемого отклонения.

Следующим шагом является построение на плоскости  $S_i$  системы координат  $X_{si} Y_{si} Z_{si}$ . Переход от системы  $X_i Y_i Z_i$  к системе  $X_{Pi} Y_{Pi} Z_{Pi}$  и от системы  $X_{Pi} Y_{Pi} Z_{Pi}$  к системе  $X_{si} Y_{si} Z_{si}$  осуществляется на основе правила преобразования координат, изложенного выше.

Помимо геометрических неточностей элементов технологического оборудования на величину погрешности обработки оказывают существенное влияние зазоры в сопряжениях подвижных узлов станка. Если рассматривать станок как совокупность построенных на его звеньях взаимодействующих между собой систем координат, то погрешность обработки можно представить как функцию микроперемещений данных систем. При этом для формирования матриц преобразования координат предлагается задаваться координатами опорных точек, рассматривая «наихудшее» положение подвижного узла относительно неподвижного (максимальный перекосяк) и наибольшее отклонение от требуемого углового положения вспомогательных баз детали или узла станка относительно основных баз.

Исходя из анализа факторов, оказывающих влияние на точность обработки, матрицу преобразования координат  $[M]_{i-1,i}$  при переходе от системы координат  $i-1$ -го блока к системе координат  $i$ -го блока удобно представить в виде произведения матриц, задающих геометрическое положение блоков станка при отсутствии перемещений, обусловленное компоновкой станка и точностью изготовления базовых поверхностей, и матриц, определяющих относительное перемещение блоков станка в процессе обработки.

Таким образом, матрица  $[M]_{i-1,i}$  будет определяться следующей формулой:

$$[M]_{i-1,i} = [M]_{O_{i-1,i}} \times [M]_{\Gamma_{i-1,i}} \times [M]_{\Phi_{i-1,i}} \times [M]_{\Delta_{i-1,i}} \quad (23)$$

где  $[M]_{O_{i-1,i}}$  – матрица перехода от системы координат, построенной на основных базах блока  $i-1$ , к системе координат, построенной в основании поля допуска на отклонение от параллельности (перпендикулярности) вспомогательных баз блока  $i-1$ . Данная матрица определяет взаимное положение основных и вспомогательных баз блока, обусловленное компоновкой станка, без учета погрешностей изготовления;

$[M]_{\Gamma_{i-1,i}}$  – матрица перехода от системы координат, построенной в основании поля допуска на отклонение от параллельности (перпендикулярности) вспомогательных баз блока  $i-1$ , к координатной системе, построенной на вспомогательных базах блока  $i-1$ . Данная матрица учитывает погрешность положения вспомогательных баз блока относительно его основных баз. На системах  $X_{O_i} Y_{O_i} Z_{O_i}$  строятся поля допусков  $T_{\delta_i}$ , образующие параллелепипеды размерами  $L_i \times H_i \times T_{\delta_i}$  где:  $L_i, H_i$  – геометрические параметры  $i$ -й детали. Следующим шагом является построение плоскостей  $S_i$  проходящих внутри полей допусков. Далее на плоскости  $S_i$  строятся системы координат  $X_{bi} Y_{bi} Z_{bi}$  (рис. 8, табл. 1);

$[M]_{\Phi_{i-1,i}}$  – матрица перехода от системы координат, построенной на вспомогательных базах блока  $i-1$ , к системе координат, построенной на основных базах блока  $i$ , без учета упругих деформаций в стыке между  $i-1$ -м и  $i$ -м блоком. Данная матрица задает движение формообразования  $i$ -го блока относительно  $i-1$ -го блока (рис. 9, табл. 2).

$[M]_{\Delta_{i-1,i}}$  – матрица перехода от системы координат, построенной на вспомогательных базах  $i-1$ -го блока, к системе координат, построенной на основных базах  $i$ -го блока, без учета движения формообразования. Данная матрица учитывает упругие перемещения в стыке между  $i-1$ -м и  $i$ -м блоками станка (рис. 10, табл. 3).

При рассмотрении динамических процессов для формирования матриц, задающих упругие перемещения в стыке, необходимо определить амплитуды колебаний опорных точек блоков станка. Наиболее удобны в данном случае системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Коэффициенты жесткости соединений определяются экспериментально.

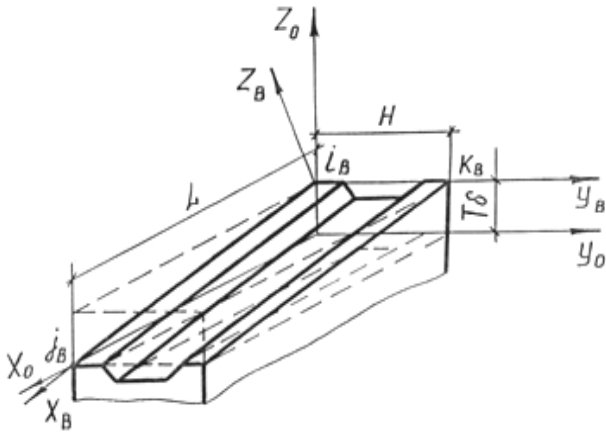


Рис. 8. Координаты точек для формирования матрицы [M] Γ<sub>i-1, i</sub>

Таблица 1

	$i_B$	$j_B$	$k_B$
$X_0$	0	L	0
$Y_0$	0	0	H
$Z_0$	$T_\delta$	0	$T_\delta$

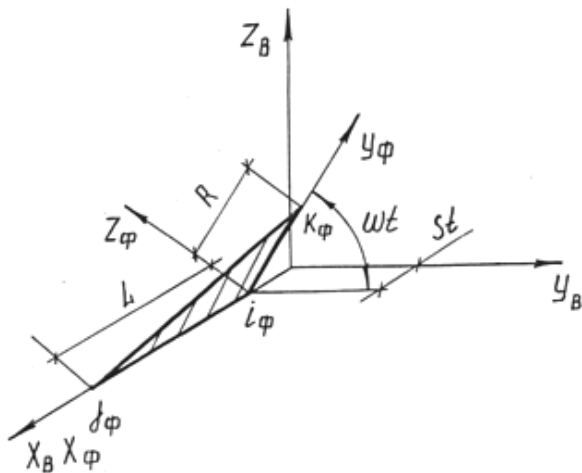


Рис. 9. Координаты точек для формирования матрицы [M] Φ<sub>i-1, i</sub>

Таблица 2

	$i_\Phi$	$j_\Phi$	$k_\Phi$
$X_B$	$St$	$L + St$	$St$
$Y_B$	0	0	$R \cos \omega t$
$Z_B$	0	0	$R \sin \omega t$

Исследуемыми характеристиками являлись упругие перемещения шпиндельной головки относительно станины станка при различных параметрах настройки. Для определения жесткости спроектировано специальное нагрузочное устройство.

Разработанное нагрузочное устройство позволяет производить нагружение узлов станка постоянной по величине силой, вектор которой имеет заданное вращение, соответствующее процессу растачивания. Величина нагружающей силы регулируется бесступенчато в широких пределах от 0 до 1,5 кН, путем изменения величины сжатия пружины. Нагружение может осуществляться при различных параметрах настройки станка: в различных участках рабочей зоны (изменение вылета шпиндельной головки и положения стола станка) и при различных частотах вращения шпинделя. Устройство может использоваться в условиях производства для оценки качества станков. Более подробное определение динамических характеристик рассмотрено в [2].

Таким образом, математическую модель обработки на станке можно записать в матричном виде:

$$\{\bar{r}\}_D = \prod_{i=1}^{i=n-1} \left( [M]_{O_{i-1,i}} \times [M]_{\Gamma_{i-1,i}} \times [M]_{\Phi_{i-1,i}} \times [M]_{D_{i-1,i}} \right) \times \{\bar{r}\}_H, \quad (24)$$

где:  $\{r\}_D$  – координаты вершины инструмента в системе координат детали;

$\{r\}_H$  – координаты вершины инструмента в системе координат инструмента;

$n$  – число систем координат, участвующих в расчете.

Из методики построения математической модели следует, что этот процесс отличается высокой трудоемкостью, а получаемые математические зависимости многочисленны и содержат большое число аргументов. Поэтому для решения практических задач применение математической модели, как правило, эффективно только при условии использования ЭВМ.

Предлагаемая математическая модель позволяет оценить влияние на точность обработки различных факторов, действующих на узлы станка в процессе эксплуатации. Задание координат опорных точек блоков станка для каждого момента времени (с необходимой дискретностью) позволяет получить координаты вершины инструмента в системе координат детали с учетом компоновки станка, точности изготовления его отдельных деталей и узлов, их износа, движений формообразования и деформаций в упругой системе станка. Зная координаты инструмента для каждого момента времени, можно определить траекторию его движения и оценить отклонения реальной обработанной поверхности от заданной.

Согласно декомпозиции рассматриваемого станка на блоки, принятой методике построения



на основных и вспомогательных поверхностях блоков соответствующих систем координат, учитывающих отклонения взаимного положения основных и вспомогательных поверхностей, а также исходя из поставленной задачи, составляется граф связей систем координат (рис. 11).

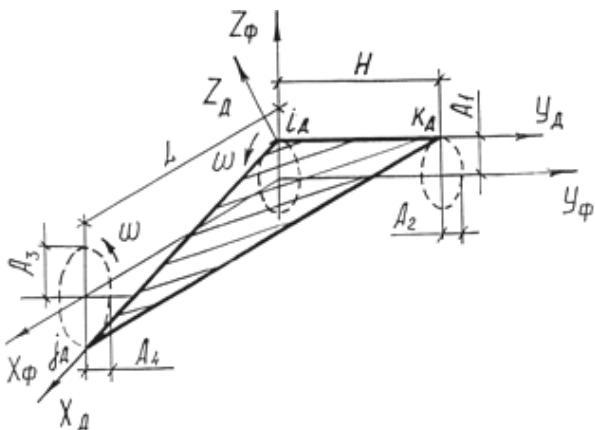


Рис. 10. Координаты точек для формирования матрицы [M] Ди-1, i

Таблица 3

	$i_D$	$j_D$	$k_D$
$X_Ф$	0	L	0
$Y_Ф$	$A_2 \cos \omega t$	$-A_4 \cos \omega t$	$H + A_2 \cos \omega t$
$Z_Ф$	$A_1 \sin \omega t$	$-A_3 \sin \omega t$	$A_1 \sin \omega t$

Вершинами графа являются системы координат, построенные на основных и вспомогательных поверхностях узлов станка, ребрами – матрицы перехода от одной системы координат к другой.

На графе приняты следующие обозначения:

$[M_{q_{bc2}, q_z}]^{np}$  – матрица перехода от вспомогательной системы координат горизонтального суппорта к системе координат, построенной на основной установочной базе заготовки;

$[M_{qc2, qbc2}]^{np}$  – матрица перехода от системы координат, построенной на основных базах горизонтального суппорта к системе, связанной с его вспомогательными базами;

$[M_{q_{bc1}, qc2}]^{np}$  – матрица перехода от вспомогательной системы координат вертикального суппорта к основной системе координат горизонтального суппорта;

$[M_{qc1, qbc1}]^{np}$  – матрица перехода от основной системы координат вертикального суппорта к вспомогательной системе координат вертикального суппорта;

$[M_{q_{вст}, qc1}]^{np}$  – матрица перехода от вспомогательной системы координат станины к основной системе координат вертикального суппорта;

$[M_{q_{ст}, q_{вст}}]^{np}$  – матрица перехода от основной системы координат станины к вспомогательной системе координат станины;

$[M_{qu, qu}]^{обп}$  – матрица перехода от основной системы координат инструмента к основной системе координат шпинделя;

$[M_{q_{уз}, qu}]^{обп}$  – матрица перехода от основной системы координат шпинделя к основной системе координат шпиндельной головки ;

$[M_{s_{ст}, q_{уз}}]^{обп}$  – матрица перехода от основной системы координат шпиндельной головки к системе, построенной на плоскости S станины;

$[M_{p_{ст}, s_{ст}}]^{обп}$  – матрица перехода от системы координат, построенной на плоскости S, к системе, построенной на плоскости p станины;

$[M_{q_{ст}, p_{ст}}]^{обп}$  – матрица перехода от системы p к системе координат, построенной на основной установочной базе станины;

$r_{Au}$  – радиус-вектор вершины расточного резца в системе координат инструмента;

$r_{Az}$  – радиус-вектор точки A в системе координат заготовки;

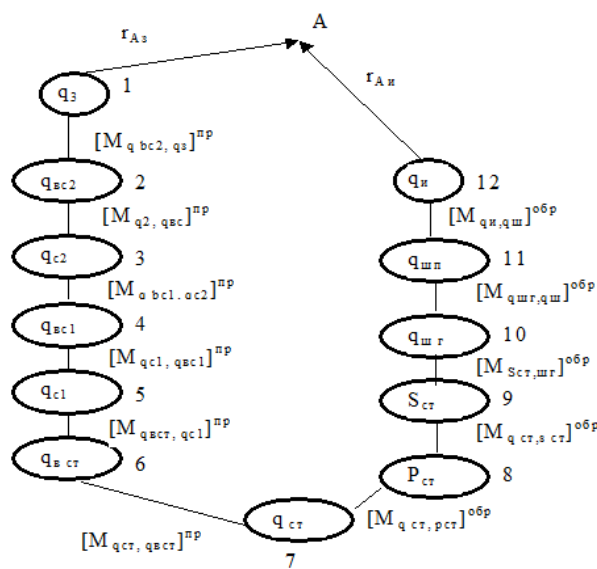


Рис. 11. Граф связей системы координат

Тогда координаты вершины расточного резца, заданные в системе координат инструмента, в системе координат заготовки найдутся по формуле

$$\{r\}_{Az} = \begin{Bmatrix} X_{Az} \\ Y_{Az} \\ Z_{Az} \\ 1 \end{Bmatrix} = [M]_{сум} \begin{Bmatrix} X_{Au} \\ Y_{Au} \\ Z_{Au} \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (20)$$

где  $[M]_{сум}$  – суммарная матрица преобразования координат размерностью 4×4 при переходе от системы координат инструмента к системе координат заготовки, определяемая как произве-

дение последовательных матриц преобразования координат

$$[M]_{\text{сумм}} = [M_{q \text{ в} c 2 \text{ q} 3}]^{\text{np}} [M_{q c 2 \text{ q} c 2}]^{\text{np}} [M_{q \text{ в} c 1 \text{ q} c 2}]^{\text{np}} [M_{q c 1 \text{ q} c 1}]^{\text{np}} [M_{q \text{ в} c m \text{ q} c 1}]^{\text{np}} [M_{q c m \text{ q} c m}]^{\text{np}} [M_{q c m \text{ p} c m}]^{\text{np}} [M_{p c m \text{ s} c m}]^{\text{обп}} [M_{s c m \text{ q} u 2}]^{\text{обп}} [M_{q u 2 \text{ q} u 1}]^{\text{обп}} [M_{q u 1 \text{ q} u}]^{\text{обп}}. \quad (21)$$

В качестве исходных данных для расчета необходимо составить таблицы координат опорных точек в соответствии с геометрией описываемых узлов станка, учитываемых зазоров и погрешностей изготовления деталей.

Предлагаемая модель оценки точности технологической системы позволяет получить фактические координаты вершины (или любой другой точки) инструмента в системе координат обрабатываемой заготовки. Отличие фактических координат некоторой точки обрабатываемой поверхности от ее теоретических координат и составляет погрешность обработки в этой точке. В приводимом примере для определения точности положения центра отверстия корпусной детали ограничимся рассмотрением одного сечения: восьми точек по длине окружности и одной точки на оси инструмента (рис. 12). При диаметре обрабатываемого отверстия 50 мм и вылете инструмента – 100 мм координаты указанных точек в системе координат инструмента будут следующими и представлены в табл. 4.

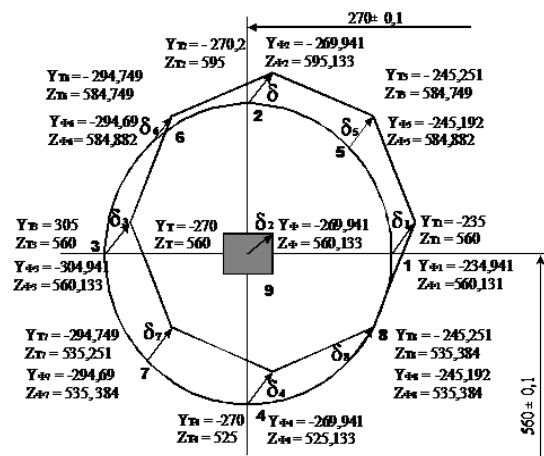


Рис. 12. Пример расчета погрешности обработки

Рассматривается операция чистового растачивания отверстия диаметром 50H7 мм. На данной операции необходимо обеспечить следующие размеры, определяющие точность положе-

ния оси отверстия: расстояние от установочной базы до оси –  $560 \pm 0,1$  мм, расстояние от направляющей базы корпусной детали до оси отверстия –  $270 \pm 0,1$  мм.

Требуется определить, возможно ли на данном станке обеспечить заданную точность положения оси отверстия корпусной детали, если зазор между направляющими станины станка и шпиндельной головкой равен: в вертикальной плоскости – 0,05 мм, в горизонтальной плоскости – 0,05 мм, допуск на отклонение от параллельности направляющих шпиндельной головки относительно основания станины равен 0,05 мм.

Результаты работы программы приведены на рис. 12, показано сечение обработанного отверстия, при этом окружность описывает заданное его положение, а ломаная линия – фактическое. Векторы отражают погрешности обработки в  $i$ -х точках. Точность положения центра отверстия регламентирована допусками согласно исходным данным и схематично показана в виде заштрихованного квадрата. Из рисунка видно, что фактическое положение центра отверстия выходит за пределы поля допуска, на основании чего можно сделать вывод о том, что на данной операции, с учетом рассматриваемых зазоров и геометрических неточностей обрабатываемого центра MC12-250M1, обеспечить заданную точность положения центра отверстия невозможно.

### ВЫВОДЫ

1. Используя данную методику построения математической модели можно построить модель оценки точности для любого типа металлообрабатывающего оборудования любой компоновки.
2. Изменяя параметры настройки станка при помощи математической модели, можно определить оптимальные настройки, при которых заданная точность обработки будет достижима.
3. Предлагаемая математическая модель позволяет оценить влияние на точность обработки различных факторов, действующих на узлы станка в процессе эксплуатации. В дальнейшем планируется ввод в математическую модель составляющей от температурных деформаций узлов станка.

Таблица 4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$X_{\text{Лн}}$	100	100	100	100	100	100	100	100	100
$Y_{\text{Лн}}$	35	0	-35	0	24,749	-24,749	-24,749	24,749	0
$Z_{\text{Лн}}$	0	35	0	-35	24,749	24,749	-24,749	-24,749	0

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Базров Б. М.** Технологические основы проектирования самоподнастраивающихся станков. М.: Машиностроение, 1978. 216 с.
2. **Гаврилов В. А., Кольцов А. Г.** Исследование точности обработки на многоцелевых станках: монография. Омск: ОмГТУ, 2003. 87 с. Деп. в ВИНТИ 09.09.2003, № 1657-V2003.
3. **Кольцов А. Г.** Диагностика технического состояния металлорежущего оборудования // Омский научный вестник. 2011. № 3(100). С. 79–83.
4. **Кольцов А. Г., Сухинин В. Б.** Способы и условия обеспечения точности технологического оборудования // СТН. 2011. № 10. С. 18–19.
5. **Кольцов А. Г., Торопов А. В., Петухов А. А.** Проверка пятикоординатного фрезерного обрабатывающего центра на точность // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16, № 4 (49). С. 137–142.

## ОБ АВТОРЕ

**КОЛЬЦОВ Александр Германович**, доц. каф. металлорежущих станков и инструментов. Дипл. инж. по металло-реж. станкам и инструментам (ОмГТУ, 1997). Канд. техн. наук по динамике и прочности (ОмГТУ, 2002). Иссл. в обл. динам. и точн. технол. оборудования.

## METADATA

**Title:** Method of constructing a mathematical model of precision manufacturing equipment based on multi-operational machine.

**Authors:** A. G. Koltsov

**Affiliation:** Omsk State Technical University (OmGTU), Russia.

**Email:** kolzov75@mail.ru.

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 17, no. 8 (61), pp. 97–107, 2013. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** The paper deals with the construction of precision machining for multi-operational machine with the geometric, kinematic and dynamic factors. The basis of the mathematical model on the method of coordinate systems is deformed bonds; drawn graph ties coordinate systems, which are the vertices of the coordinate system, built on the primary and secondary surfaces of the machine, the ribs - the matrix of transition from one system to another. In the development of these ideas is made and investigated scheme fluctuations headstock. With the help of mathematical models for solving optimization problems may increase accuracy.

**Key words:** precision machining; machine decomposition; the method of coordinate systems; deformable connection.

## References (English transliteration):

1. B. M. Bazrov, *Technological bases of designing adaptive machines*, (in Russian). Moscow: Mashinostroenie, 1978.
2. V. A. Gavrilov and A. G. Koltsov, *Investigation of precision machining for machining centers*, (in Russian). Omsk: Dep. in VINITI 09.09.2003, № 1657-V2003, 2003.
3. A. G. Koltsov, «Diagnostics of technical state of cutting equipment,» (in Russian), *Omskiy Nauchnyy Vestnik* (Omsk Scientific Bulletin), no. 3 (100), pp. 79-83, 2011.
4. A. G. Koltsov and V. B. Sukhinin, «The methods and conditions to ensure the accuracy of the process equipment,» (in Russian), *STIN*, no. 10, pp. 18-19, 2011.
5. A. G. Koltsov, A. V. Toropov, and A. A. Petukhov, «Verification of five-axis milling centers for precision,» (in Russian), *Vestnik UGATU* (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 16, no. 4 (49), pp. 137-142, 2012.

## About author:

**KOLTSOV, Alexander Germanovich**, Associate Professor, Dept. "Metal Machine and Tools." Dipl. Eng. for metal-cutting machine tools and instruments (OmGTU 1997). PhD. of the dynamics and strength (Omsk State Technical University, 2002). Researches of the dynamics and precision manufacturing equipment.