

УДК 678.7:519.677

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УНОСА МАССЫ С ПОВЕРХНОСТИ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

В. П. Павлов<sup>1</sup>, В. М. Кудоярова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>pavlov@gmail.com, <sup>2</sup>ya\_vilina@mail.ru

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 15.04.2013

**Аннотация.** Рассматривается унос массы с поверхности теплозащитных полимерных композиционных материалов при высоких температурах. Предложена математическая модель, описывающая кинетику изменения массы стеклопластика при переменных во времени высоких температурах на основе экспериментальных данных. Данная математическая модель необходима для учета влияния продуктов разложения стеклопластика на процессы теплообмена.

**Ключевые слова:** полимерные композиционные материалы; унос массы; математическая модель; высокотемпературный нагрев.

### ВВЕДЕНИЕ

Ряд стеклопластиков создает эффективную преграду для тепловых потоков [1, 2] и поэтому их широко применяют в качестве теплозащиты летательных аппаратов и их двигательных установок.

Объясняется это тем, что:

- стеклопластики обладают низкой теплопроводностью;
- в стеклопластиках при высоких температурах происходят физико-химические превращения с поглощением тепла;
- при термическом разложении стеклопластиков выделяются наружу продукты пиролиза, которые существенно влияют на гидродинамическое и тепловое взаимодействие обтекаемой поверхности с набегающим газовым потоком.

Для учета влияния продуктов разложения стеклопластика на процессы теплообмена необходимо экспериментальное изучение кинетики изменения массы стеклопластика при переменных во времени высоких температурах и построение математической модели, описывающей этот процесс.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Изучалось изменение массы стеклопластика КТ-11-К-Ф при линейных во времени  $t$  законах изменения температуры

$$T = T_o + bt \quad (1)$$

с начальной температурой  $T_o = 20^\circ\text{C}$  и трех скоростях нагрева  $b = 1; 3,3; 10$  град/с.

Экспериментальные исследования проводились на оборудовании, описанном в [3–5].

При испытаниях регистрировалась масса образца в виде функции от температуры  $G = G(T)$ . В качестве меры изменения массы рассматривалась относительная величина

$$m = (G_o - G)/G_o, \quad (2)$$

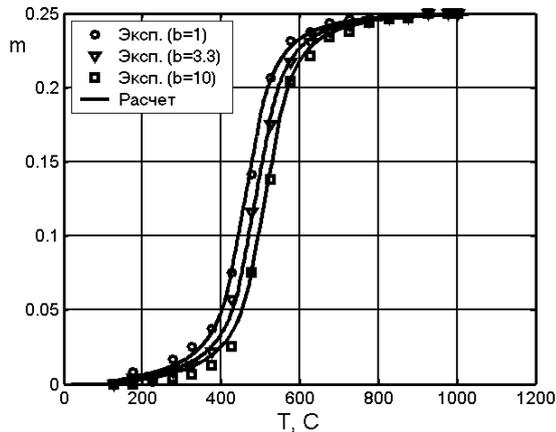
где  $G_o$  – масса образца перед началом испытания.

Температурные зависимости  $m(T)$  для трех законов нагрева представлены на рис. 1.

Видно (рис. 1), что с увеличением скорости нагрева кривые  $m(T)$  смещаются в сторону высоких температур.

Таким образом (рис. 1), можно утверждать, что для изучаемого стеклопластика изменение

массы существенно зависит от конкретного закона изменения температуры во времени  $T(t)$ .



**Рис. 1.** Потеря массы  $m$  от температуры  $T$  для линейных законов изменения температуры  $T = 20 + bt$  при  $b = 1, 3.3$  и  $10$  град/с (точки – эксперимент, сплошная линия – результаты расчета)

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОТЕРИ МАССЫ МАТЕРИАЛА ТЕПЛОВОЙ ЗАЩИТЫ ИЗ ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Рассмотрим случай произвольного закона изменения температуры

$$T = T(t). \quad (3)$$

Учтем, что потеря массы стеклопластика происходит только при температуре  $T$ , равной или превышающей температуру начала термодеструкции  $T_s$

$$T \geq T_s. \quad (4)$$

Математическую модель изменения массы при выполнении условия (4) примем в форме дифференциального уравнения следующего вида

$$\frac{dm}{dt} = a(T) f(m), \quad T \geq T_s, \quad (5)$$

где  $a(T)$  – некоторая функция от температуры,  $f(m)$  – функция от массы.

Преобразуем (5)

$$\left\{ \frac{dm}{f(m)} = a(T) dt, \quad T \geq T_s \right. \quad (6)$$

и определим определенные интегралы от левой

и правой частей равенства (6)

$$\int_0^m \frac{dm}{f(m)} = \int_{t_s}^t a(T) dt, \quad (7)$$

где  $t_s$  – момент времени, в который начинается процесс потери массы из-за достижения температуры начала термодеструкции  $T_s = T(t_s)$ ;  $t$  – текущий момент времени;  $m$  – потеря массы в текущий момент времени  $t$ .

Учитывая (7), введем обозначения

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{F}(m) &= \int_0^m \frac{1}{f(m)} dm, \\ \xi &= \int_{t_s}^t a[T(t)] dt, \end{aligned} \right. \quad (8)$$

где величина  $\xi$  названа приведенным временем.

С учетом обозначений (8) равенство (7) принимает вид

$$\tilde{F}(m) = \xi. \quad (9)$$

Из равенства (9) следует, что между приведенным временем  $\xi$  и величиной потери массы  $m$  существует однозначная связь, не зависящая от закона нагрева  $T(t)$ .

Решив (9) относительно  $m$ , получим

$$m = \tilde{F}^{-1}(m) = \chi(\xi). \quad (10)$$

Назовем  $\chi(\xi)$  обобщенной функцией потери массы.

Для определения параметров математической модели потери массы преобразуем уравнение (5)

$$\frac{dm}{dT} \frac{dT}{dt} = a(T) f(m) \quad (11)$$

и для закона нагрева (1) из (11) получим

$$\frac{1}{f(m)} dm = \frac{a(T)}{b} dT, \quad (12)$$

Опишем функцию  $a(T)$  выражением

$$a(T) = 10^{\psi(T-T_s)}, \quad (13)$$

где  $\psi$  – некоторый коэффициент;  $T_s$  – фиксированная температура приведения, равная температуре начала термодеструкции.

Для рассматриваемого стеклопластика процесс пиролиза начинается при температуре по-

рядка 400 К (рис. 1). Поэтому принимаем  $T_s = 400$  К.

Проинтегрировав (12) с учетом (13), получаем

$$F(m) = \frac{1}{b\psi} \frac{1}{\ln 10} \left( 10^{\psi(T-T_s)} - 1 \right) \quad (14)$$

при

$$F(m) = \int_{m_s}^m \frac{1}{f(m)} dm, \quad (15)$$

Рассмотрим два линейных закона нагрева

$$\begin{cases} T_1 = T_o + b t, \\ T_2 = T_o + k b t, \end{cases} \quad (16)$$

где  $k$  – некоторая постоянная.

Функция  $F(m)$  не зависит от закона нагрева, и потому при одинаковых значениях  $m$  согласно (14) справедливо равенство

$$\left( 10^{\psi(T_1-T_s)} - 1 \right) = \frac{1}{k} \left( 10^{\psi(T_2-T_s)} - 1 \right), \quad (17)$$

При достаточно больших значениях  $\psi(T_1 - T_s)$  и  $\psi(T_2 - T_s)$  можно принять

$$\begin{cases} 10^{\psi(T_1-T_s)} - 1 \approx 10^{\psi(T_1-T_s)}, \\ 10^{\psi(T_2-T_s)} - 1 \approx 10^{\psi(T_2-T_s)}. \end{cases} \quad (18)$$

Подставив (18) в (17), получим формулу для определения коэффициента  $\psi$

$$\psi \approx \frac{\lg k}{T_2 - T_1}. \quad (19)$$

Из формулы (19) следует, что в случае нагрева по линейным законам (16) при одинаковых значениях  $m$ , начиная с некоторой температуры, выполняется соотношение

$$T_2 - T_1 \approx \frac{\lg k}{\psi} = \text{inv}(T) = \text{const}. \quad (20)$$

А это означает, что графики температурных зависимостей потери массы в координатах  $m \sim T$ , начиная с некоторой температуры, становятся эквидистантными для смещения вдоль оси температур  $T$ . Это и наблюдается на рис. 1, где при температуре  $T > 323^\circ$  С термогравиметрические кривые практически эквидистантны

для смещения вдоль оси температур  $T$ .

По экспериментальным кривым, представленным на рис. 1, получаем  $\psi = 0,02$ .

При данном значении  $\psi$  погрешность соотношений (18) при температурах  $T > 323^\circ$  С менее 1 %, и, значит, сделанные выше предположения достаточно точны.

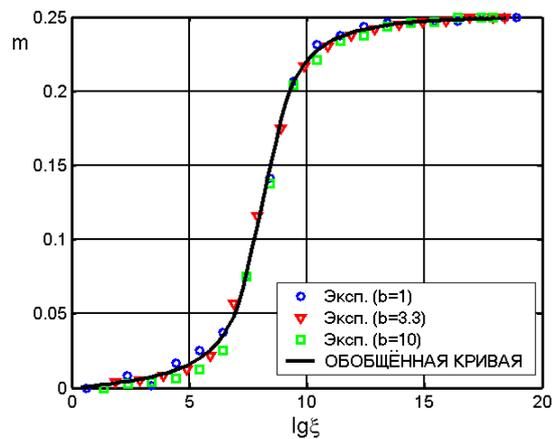
Определившись с функцией  $a(T)$ , учтем, что температура является функцией времени  $T = T(t)$  и из (5) получим

$$\tilde{F}(m) = \xi, \quad (21)$$

где  $m$  – потеря массы в текущий момент времени  $t$ .

Для определения функции  $\chi(\xi) = \tilde{F}^{-1}(m)$  воспользуемся температурной зависимостью потери массы  $m(T)$ , определенной при нагреве со скоростью  $b = 3,33$  град/с (рис. 1).

При этом для расчетных моментов времени  $t_i, i = 1, 2, \dots$  определяем по формулам (1), (8) температуру и приведенное время  $\xi_i$ . Затем каждому приведенному времени  $\xi_i$  ставим в соответствие потерю массы  $m(T_i)$ , определенную из рис. 1 по известной температуре  $T_i$ .



**Рис. 2.** Зависимость потери массы  $m$  от логарифма приведенного времени  $\lg \xi$  при температуре приведения  $T_s = 400$  К (точки – эксперимент, сплошная линия – обобщенная кривая, вычисленная по формуле (22))

Построенная таким образом обобщенная кривая изменения массы  $\chi(\xi)$  для температуры приведения  $T_s = 400$  К представлена точками

на рис. 2 и затем для удобства дальнейшего использования аппроксимирована выражениями:

$$\left. \begin{aligned}
 m &= 0 && \text{при } T \leq T_s; \\
 m &= (0,42176 / \\
 & \quad / (100 - 20,154 \cdot \\
 & \quad \cdot \lg \xi + (\lg \xi)^2) - \\
 & \quad - 0,4217 \cdot 10^{-2} \cdot \\
 & \quad \cdot (7,4 - \lg \xi) / 7,4 && \text{при } \lg \xi \leq 7,4; \\
 m &= -0,454 + \\
 & \quad + 0,07141 \cdot \lg \xi && \text{при } 7,4 \leq \lg \xi \leq 8,8; \\
 m &= 2,1459 \cdot 10^3 / \\
 & \quad / (2,745 \cdot 10^3 \cdot \lg \xi - \\
 & \quad - (\lg \xi)^5) + 0,25 && \text{при } \lg \xi \geq 8,8; \\
 \xi &= \int_{t_s}^t 10^{0,02[T(t)-T_s]} dt && \text{при } T > T_s.
 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Обобщенная кривая потери массы, построенная в соответствии с (22), показана на рис. 1 сплошной линией.

Чтобы оценить точность предлагаемой математической модели изменения массы, был произведен расчет временных зависимостей  $m$  от температуры  $T$  при трех линейных законах нагрева, задаваемых уравнением вида (1). Результаты расчетов (рис. 1) показаны сплошными линиями, а результаты соответствующих экспериментов – точками.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложена математическая модель уноса массы с поверхности теплозащитных полимерных композиционных материалов при высокотемпературном воздействии.

2. Разработан алгоритм определения параметров разработанной математической модели по результатам испытаний при линейных законах нагрева.

3. Проведена оценка точности предложенной математической модели потери массы с поверхности теплозащитных полимерных композиционных материалов при высоких температурах путем сравнения расчетных и экспериментальных результатов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панкратов Б. М., Полежаев Ю. В., Рудько А. К. Взаимодействие материалов с газовыми потоками. М.: Машиностроение, 1976. 224 с. [ В. М. Pankratov, Y. V. Polezhaev, A. K. Rud'ko, *Material-gas flow interaction*, (in Russian). Moscow: Mashinostroenie, 1976. ]
2. Полежаев Ю. В. О влиянии скорости термического разложения на процесс нестационарного разрушения стеклопластика. // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1964. № 3. С. 3–8. [ Y. V. Polezhaev, "About the unsteady process of destruction of glass-reinforced plastic under the influence of the rate of thermal decomposition process," (in Russian), *Izvestiya AN SSSR, Mekhanika i Mashinostroyeniye*, no. 3, pp. 3-8, 1964. ]
3. Установка для механических испытаний неметаллических материалов при интенсивном высокотемпературном нагреве. / Ю. С. Первушин [и др.] // Заводская лаборатория. 1979. № 7. С. 673–675. [ Y. S. Pervushin, et al., "The installation for mechanical testing of non-metallic materials under intensive heating with high temperatures," (in Russian), *Zavodskaya Laboratoriya*, no. 7, pp. 673-675, 1979. ]
4. Сендерович Р. Б., Павлов В. П., Первушин Ю. С. Установка для исследования кинетики потери веса композиционных полимерных материалов // Теория, методика и аппаратура термического анализа. Деп. в ВИНТИ № 839 XII – Д81. [ R. B. Senderovich, V. P. Pavlov, Y. S. Pervushin, "The installation for studying the kinetics of weight loss of composite polymeric materials," (in Russian), in *Theory, methodology and equipment for the thermal analysis*, deposited in VINITI, no. 839 XII – D81. ]
5. Сендерович Р. Б., Павлов В. П., Первушин Ю. С. Установка для термогравиметрических исследований композиционных полимерных материалов. // Вопросы теории и расчета рабочих процессов тепловых двигателей: межвуз. науч. сб. / Уфимск. авиац. ин-т им. С. Орджоникидзе. 1981. Вып. 5. С. 77–80. [ R. B. Senderovich, V. P. Pavlov, Y. S. Pervushin, "The installation for thermogravimetric studies of the composite polymeric materials," (in Russian), in *Problems in the theory and calculation of work processes of the heat engines*, (Interuniversity collected scientific articles. Ufa aviation institute of S. Ordzhonikidze, no. 5, pp. 77-80, 1981. ]

### ОБ АВТОРАХ

**ПАВЛОВ Виктор Павлович**, проф. каф. сопротивления материалов. Дипл. инж. по авиац. двигателям (УАИ, 1973). Д-р техн. наук по динамике и прочности (УГАТУ, 2005). Иссл. в обл. механики композиционных материалов.

**КУДОЯРОВА Вилина Маратовна**, доц. каф. авиационной теплотехники и теплоэнергетики. Дипл. инж. по авиац. и ракетно-космической теплотехнике (УГАТУ, 2001). Канд. техн. наук по мат. моделир., числ. методам и комплексам программ (УГАТУ, 2005). Иссл. в обл. тепловых процессов внутри теплозащитных полимерных композ. материалов при высоких температурах.

**METADATA**

**Title:** Mathematical modeling of mass loss from the surface of heat-shielding polymer composite materials under high temperatures.

**Authors:** V. P. Pavlov<sup>1</sup>, V. M. Kudoyarova<sup>2</sup>

**Affiliation:**

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

**Email:** <sup>1</sup> pavlov@gmail.com, <sup>2</sup> ya\_vilina@mail.ru.

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 18, no. 2 (63), pp. 167-171, 2014. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** The article considers the mass loss from the surface of heat-shielding polymer composite materials under high temperatures. An introduced mathematical model describes the kinetics of the mass change of the fiberglass under time-varying high temperatures on the of experimental data basis. The given mathematical model is required to account the influence of the decomposition products of the fiberglass on the processes of heat exchange.

**Key words:** polymer composite materials; the mass loss; mathematical model; high-temperature heating.

**About authors:**

**PAVLOV, Victor Pavlovich**, Prof., Dept. of Strength of Materials. Dipl. Engineer for Aircraft Engines (Ufa Aviation Inst., 1973). Dr. of Tech. Sci. (UGATU, 2005).

**KUDOYAROVA, Vilina Maratovna**, Associate Prof., Dept. of Aviation Heat and Power Engineering. Dipl. Engineer for Aviation and Rocket-Space Heat Engineering (UGATU, 2001). Cand. of Tech. Sci. (UGATU, 2005).