

УДК 681.5

## ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ КРУГОВЫМИ ФОРМАЦИЯМИ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

Т. З. Муслимов<sup>1</sup>, Р. А. Мунасыпов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> tagir.muslimov@gmail.com, <sup>2</sup> rust40@mail.ru

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 18.11.2018

**Аннотация.** Предложен метод управления группой автономных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) самолетного типа для реализации круговых формаций (строев) БПЛА на основе метода неоднородного векторного поля следования пути с учетом нелинейной структуры системы «автопилот-аппарат», позволяющий осуществлять сбор группы в заданную геометрическую форму при любом начальном положении БПЛА и дальнейший полет по круговой траектории с любыми назначенными относительными расстояниями при условии соблюдения дистанций, обусловленных геометрическими ограничениями. Для децентрализации управления предполагается, что каждый БПЛА получает сведения о взаимном положении только соседних с ним аппаратов. Доказана асимптотическая устойчивость в целом для данных законов управления и найдены необходимые условия их реализации. Эффективность и работоспособность проверены в среде MATLAB/Simulink.

**Ключевые слова:** полет строем; строй БПЛА; групповое управление; нелинейное управление; траекторное управление; динамическая система; децентрализованное управление; асимптотическая устойчивость в целом; системы «автопилот-аппарат», многоагентный подход.

### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наблюдается значительное увеличение количества публикаций по теории группового управления автономными роботами самого разного типа (наземными, подводными, летательными), так как применение групп предполагает существенные преимущества при выполнении широкого класса задач по сравнению с применением одиночных аппаратов.

Вследствие различных причин одиночный робот, в том числе и автономный беспилотный летательный аппарат (БПЛА), в состоянии выполнять лишь простые задания в ограниченной области применений, причем вышесказанное касается как граждан-

ских, так и военных задач. Повышение радиуса действия, большое разнообразие сенсоров, резервирование, увеличение энергоресурса и многое другое – все это становится возможным при групповом использовании БПЛА.

Решение задач управления формацией (строем) автономных БПЛА имеет свои особенности. Например, в отличие от движения наземных роботов, полет группы летательных аппаратов отличается высокой динамикой процессов, влиянием непредсказуемых атмосферных возмущений, неизвестными заранее картой местности и взаимным расположением аппаратов. Все данные факторы вместе требуют отказа от ис-

пользования подходов, основанных на законах управления с предварительными расчетами (прокладываниями) траекторий, в которых существует необходимость вывода аппарата в конкретную точку пространства в течение заданного интервала времени. В отличие от вышеназванных подходов известны методы следования пути, требующие лишь выдерживания известной траектории, а не ее предварительный расчет. К таким методам относится, например, метод векторного поля, картина которого в каждый момент времени определяется только исходя из измеряемого взаимного положения аппаратов.

При выполнении задач патрулирования БПЛА обычно осуществляют полет по круговой траектории вблизи наблюдаемой цели. Соответственно, при использовании группы аппаратов возникает необходимость поддержания заданной геометрической формы, причем в случае полета по одной и той же окружности данная задача сводится к поддержанию заданных относительных углов сдвига фаз.

В подавляющем большинстве статей, рассматривающих управление круговыми формациями, модели агентов представляются либо материальными точками, либо унициклами без учета ограничений на входные команды. Из этого следует, что разработанные законы группового управления работоспособны только в достаточно малой области вблизи положения равновесия и становятся неприменимыми на практике, когда аппараты в начальный момент времени могут находиться как угодно далеко друг от друга.

В статье [1] анализируется движение группы БПЛА по круговой траектории, однако рассматриваются только равноудаленные формации в рамках подхода «лидер-ведомый», и также не доказана устойчивость предлагаемого закона управления. В [2] рассматривается движение агентов по траектории в виде окружности с выходом на заданные относительные расстояния, однако модели агентов представляют собой материальные точки и, кроме того, они начинают свое движение, уже располагаясь на окружности. В работах [3–4] решаются

задачи управления круговыми формациями унициклов и летательных аппаратов в предположении, что они движутся только с постоянной скоростью. В [5] изучается движение равноудаленных формаций БПЛА в рамках подхода «виртуальный лидер – ведомый», при этом модели аппаратов рассматриваются как унициклы первого порядка и не учитываются ограничения на входах системы.

В нашей статье предлагается модификация метода векторного поля, в которой учитываются необходимость изменения скорости аппаратов в зависимости от ошибок взаимного положения и, в то же время, ограничения на входах системы «автопилот-аппарат».

Таким образом, группа аппаратов достигает окружности с заданным радиусом и положением ее центра в пространстве, далее двигаясь вдоль этой окружности с выводом на заданные относительные углы сдвига фаз, которые сохраняются при последующем движении с постоянной скоростью.

В предложенном методе также реализуется децентрализация закона управления, т.е. в законе управления каждого аппарата используется только информация о взаимном положении соседних с ним аппаратов. При этом в рамках данного подхода аппараты подразделяются на два типа: крайние два и остальные, взаимодействующие с двумя соседними.

Для краткости рассматривается только движение в горизонтальной плоскости с сохранением заданной высоты полета, однако метод может быть применен и для траекторий с переменной высотой, например, спиралевидных.

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ И МОДЕЛЬ БПЛА

Будем рассматривать формацию (строй) БПЛА как многоагентную систему, состоящую из  $N$  агентов, где  $N \geq 2$ . Изначально аппараты могут находиться не на окружности, при этом конфигурацию их взаимодействия можно без потери общности представить как сильно связный граф

$$G \triangleq (Y, E), \quad (1)$$

где каждой вершиной графа  $\eta_i \in Y$  является  $i$ -й агент-БПЛА, а каждая дуга в множестве  $E$ , ведущая из вершины  $\eta_i$  в вершину  $\eta_j$ , означает, что агент  $\eta_i$  получает данные об относительном положении агента  $\eta_j$ . Соответственно, множество  $E$  задает правила взаимодействия между агентами:

$$E = \left\{ (\eta_1, \eta_2), (\eta_2, \eta_1), (\eta_2, \eta_3), \dots, (\eta_N, \eta_{N-1}), (\eta_{N-1}, \eta_N) \right\}.$$

Таким образом, архитектура взаимодействия представляет собой «открытую цепь». При выборе другой архитектуры (например, «замкнутой цепи») все дальнейшие рассуждения проводятся аналогично.

Измерения относительных положений могут быть получены как с помощью глобальных систем навигации, таких как GPS или ГЛОНАСС, так и с помощью локальной оптической системы навигации.

*Допущение.* Каждый из БПЛА оснащен автопилотом, синтезированным на основе последовательного замыкания контура (Successive Loop Closure) [6]. Таким образом, контуры управления угловым положением замкнуты внутри контуров управления центром масс, а именно: выдерживания скорости и курсового угла.

Согласно работе [7], если БПЛА оснащен настроенным автопилотом, то модель системы «автопилот–аппарат» может быть приближенно представлена системой второго порядка в предположении, что контур выдерживания скорости обрабатывает входные сигналы значительно быстрее по сравнению с остальной динамикой:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v^c \sin \chi, \\ \dot{y} &= v^c \cos \chi, \\ \dot{\chi} &= \alpha_\chi (\chi^c - \chi), \end{aligned}$$

где  $x$  – значение координаты БПЛА вдоль оси, указывающей на восток в инерциальной системе координат;  $y$  – значение координаты БПЛА вдоль оси, указывающей на север в инерциальной системе координат;  $\chi$  – текущий курсовой угол;  $\chi^c$  – задаваемый курсовой угол;  $v^c$  – входной сигнал контура выдерживания путевой скорости

(в предположении отсутствия ветра);  $\alpha_\chi$  – положительная константа, зависящая от реализации автопилота и аппаратных характеристик БПЛА.

Динамика БПЛА в случае практической реализации при этом предполагает следующие ограничения на входные команды:

$$U = \left\{ v^c, \dot{\chi}^c \mid 0 < v_{\min} \leq v^c \leq v_{\max}, -\dot{\chi}_{\max} \leq \dot{\chi}^c \leq \dot{\chi}_{\max} \right\}. \quad (2)$$

В случае если команды выходят за пределы ограничений в (2), для предотвращения эффекта интегрального насыщения в автопилоте реализован метод обратного счета (back-calculation).

Траектория в виде окружности задается через центр  $\mathbf{c} = (c_e, c_n, h)^T \in \mathbb{R}^3$ , радиус  $\rho \in \mathbb{R}$  и направление вращения  $\lambda \in \{-1, 1\}$ :

$$P_{\text{orbit}}(\mathbf{c}, \rho, \lambda) = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{r} \in \mathbb{R}^3: \mathbf{r} = \mathbf{c} + \\ +\lambda\rho(\cos \varphi, \sin \varphi, 0)^T, \varphi \in [0, 2\pi) \end{array} \right\}, \quad (3)$$

где  $c_e$  – значение координаты центра окружности вдоль оси, указывающей на восток, в инерциальной системе координат;  $c_n$  – значение координаты центра окружности вдоль оси, указывающей на север, в инерциальной системе координат;  $h$  – высота центра окружности над уровнем моря;  $\lambda = 1$  определяет движение по часовой стрелке, а  $\lambda = -1$  – против часовой стрелки;  $\varphi$  – текущий фазовый угол аппарата.

Поскольку строй БПЛА как динамическая система является принципиально неустойчивым на всех режимах полета [8], требуется синтез законов группового управления, обеспечивающих устойчивость строя.

*Постановка задачи.* Для группы агентов-БПЛА, взаимодействие которых описывается графом (1), найти децентрализованные асимптотически устойчивые в целом законы управления, обеспечивающие выход всех аппаратов на траекторию (3) и дальнейшее движение по ней с поддержанием заданных с помощью углов сдвига фаз относительных расстояний между аппаратами вне зависимости от их начального положения с учетом ограничений (2).

### МЕТОД ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ ДЛЯ КРУГОВЫХ ФОРМАЦИЙ БПЛА

В соответствии со статьей [9] модифицируем метод вычисления вектора управляющих воздействий, определяемого через некоторые элементы вектора всех возможных ошибок относительных углов сдвига фаз  $\bar{\mathbf{e}}_\theta = (e_{i,j}) \in \mathbb{R}^{N(N-1) \times 1}$ , где  $\mathbb{R}^{N(N-1) \times 1}$  – пространство матриц размера  $N(N-1) \times 1$  с компонентами из  $\mathbb{R}$ ,  $\hat{e}_{i,j}$  – значение ошибки для непосредственно взаимодействующих  $i$ -го и  $j$ -го агентов. Выбор элементов зависит от архитектуры взаимодействия между агентами, и в случае, соответствующем графу (1), вектор управляющих воздействий задается в таком виде:

$$\mathbf{e}_\theta = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_k \\ \vdots \\ e_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{e}_{12} \\ \vdots \\ -\hat{e}_{k-1,k} + \hat{e}_{k,k+1} \\ \vdots \\ -\hat{e}_{N-1,N} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{M}}_\theta \bar{\mathbf{e}}_\theta + \mathbf{D}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{D} = -\mathbf{M}_\theta \mathbf{H}_\theta^{-1} (\mathbf{P}_{\theta d}^T, \hat{P}_\theta)^T$  – вектор управления системой в пространстве относительных расстояний (пространство размерности  $(N-1)$  порождается столбцами матрицы инцидентности графа (1), подробнее в [9]);  $\mathbf{H}_\theta$  – матрица, назначающая между какими агентами будут задаваться относительные расстояния, определяемая следующим образом:

$$\mathbf{H}_\theta = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{q}_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ -1 \\ \vdots \end{bmatrix}^T, \quad i < N, \quad \mathbf{q}_N = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}^T,$$

при этом  $\mathbf{H}_\theta \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ,  $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^{1 \times N}$ , положение «1» и «-1» в  $\mathbf{q}_i$  определяется в соответствии со структурой графа (1);  $\mathbf{P}_{\theta d} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 1}$  – вектор желаемых относительных углов сдвига фаз,  $\hat{P}_\theta = \sum_{k=1}^N \varphi_k$  –

сумма текущих фазовых углов аппаратов в инерциальной системе координат;

$\check{\mathbf{e}}_\theta = (\check{e}_{i,i+1})_{i=1}^{N-1} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 1}$  – вектор текущих углов сдвига фаз для непосредственно взаимодействующих агентов, вычисляемый с помощью смешанного произведения векторов, например, при выборе конечного движения по часовой стрелке:

если  $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{d}_i \times \mathbf{d}_{i+1}) \geq 0$ ,

то  $\check{e}_{i,i+1} = \beta = \arccos \frac{(\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_{i+1})}{\|\mathbf{d}_i\| \|\mathbf{d}_{i+1}\|}$ , и

$\check{e}_{i,i+1} = 2\pi - \beta$  в остальных случаях, где  $\mathbf{d}_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  – вектор расстояния от центра окружности до аппарата в текущий момент времени,  $\mathbf{n} = (0, 0, 1)^T$ ;

$\mathbf{M}_\theta \in \mathbb{R}^{N \times N}$  – матрица взаимодействия, которая в случае децентрализованного взаимодействия «сосед с соседом», определяемого графом (1), имеет вид:

$$\mathbf{M}_\theta = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix};$$

$\hat{\mathbf{M}}_\theta \in \mathbb{R}^{N \times (N-1)}$  – матрица, получаемая из матрицы  $\mathbf{M}_\theta \mathbf{H}_\theta^{-1}$  удалением  $N$ -го столбца.

Заметим, что в (4) учтено: для двух непосредственно взаимодействующих агентов выполняется равенство  $\hat{e}_{k-1,k} = -\hat{e}_{k,k-1}$ .

Выберем закон управления для скоростей БПЛА в таком виде:

$$\mathbf{v}^c = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N]^T = v \mathbf{1}_N + \mathbf{L}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{1}_N = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$  и вектор

$\mathbf{L} = (v_f \frac{2}{\pi} \arctg[k_\theta(e_i)])_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  определяется с учетом (4);  $k_\theta$  – положительная константа, от которой зависит плавность выхода аппаратов на заданные относительные положения;  $v_f$  – максимальное значение нормы вектора дополнительной скорости

сти, которое должно быть выбрано в соответствии с (2);  $v$  – крейсерская скорость, оптимальная с точки зрения аэродинамических характеристик БПЛА.

Динамику аппаратов в случае вывода на траекторию окружности можно рассматривать в полярной системе координат, в которой угловая скорость  $\dot{\varphi}_i$  каждого БПЛА вычисляется так:

$$\dot{\varphi}_i = \frac{v_i^g}{d_i} \sin(\chi_i - \varphi_i), \quad (6)$$

где  $d_i \geq 0$  – расстояние от центра окружности  $\mathbf{c}$  до  $i$ -го БПЛА;  $\chi_i$  – текущий курсовой угол;  $v_i^g$  – путевая скорость данного аппарата. Соответственно, зададим вектор  $\mathbf{T} = \left(\frac{1}{d_i}\right)_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ .

Определим следующий вектор  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ , зависящий от курсовых углов каждого БПЛА:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \sin(\chi_1 - \varphi_1) \\ \sin(\chi_2 - \varphi_2) \\ \vdots \\ \sin(\chi_N - \varphi_N) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Для каждого элемента вектора ошибок относительного сдвига фаз  $\hat{\mathbf{e}}_\theta = [\hat{e}_{12} \ \dots \ \hat{e}_{N-1,N}]^T$  выполняется равенство:

$$\dot{\hat{e}}_{k-1,k} = \dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_{k-1}.$$

Следовательно, динамика вектора ошибок  $\dot{\hat{\mathbf{e}}}_\theta[\hat{\mathbf{e}}_\theta] \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 1}$ , с учетом (4–7), может быть представлена в таком виде:

$$\dot{\hat{\mathbf{e}}}_\theta[\hat{\mathbf{e}}_\theta] = \lambda \mathbf{K}(\mathbf{v}^c \circ \mathbf{T} \circ \mathbf{X}), \quad (8)$$

где  $\circ$  – произведение Адамара, а матрица  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times N}$  задается следующим образом:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Из (5) и (8) следует, что

$$\begin{aligned} & \dot{\hat{\mathbf{e}}}_\theta = \lambda \times \\ & \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{d_1} \left( -v - v_f \frac{2}{\pi} \arctg(k_\theta \hat{e}_{12}) \right) \times \\ \quad \times \sin(\chi_1 - \varphi_1) + \\ + \frac{1}{d_2} \left( v + v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -\hat{e}_{12} + \\ +\hat{e}_{23} \end{pmatrix} \right) \right) \times \\ \quad \times \sin(\chi_2 - \varphi_2), \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{1}{d_2} \left( -v - v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -\hat{e}_{12} + \hat{e}_{23} \end{pmatrix} \right) \right) \times \\ \quad \times \sin(\chi_2 - \varphi_2) + \\ + \frac{1}{d_3} \left( v + v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -\hat{e}_{23} + \\ +\hat{e}_{34} \end{pmatrix} \right) \right) \times \\ \quad \times \sin(\chi_3 - \varphi_3) \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{1}{d_k} \left( -v - \right. \\ \left. -v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -\hat{e}_{k-1,k} + \hat{e}_{k,k+1} \end{pmatrix} \right) \right) \times \\ \quad \times \sin(\chi_k - \varphi_k) + \\ + \frac{1}{d_{k+1}} \left( v + \right. \\ \left. +v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -\hat{e}_{k,k+1} + \\ +\hat{e}_{k+1,k+2} \end{pmatrix} \right) \right) \times \\ \quad \times \sin(\chi_{k+1} - \varphi_{k+1}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{1}{d_{N-1}} \left( -v - \right. \\ \left. -v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -e_{N-2,N-1} + \\ +e_{N-1,N} \end{pmatrix} \right) \right) \times \\ \quad \times \sin(\chi_{N-1} - \varphi_{N-1}) + \\ + \frac{1}{d_N} \left( v + v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -e_{N-1,N} \end{pmatrix} \right) \right) \times \\ \quad \times \sin(\chi_N - \varphi_N) \end{array} \right]. \end{aligned}$$

В статье [10] для выхода на круговые траектории одиночного аппарата с постоян-

ной скоростью предложен закон управления для курсового угла:

$$\chi^c(t) = \varphi + \lambda \left[ \frac{\pi}{2} + \arctg \left( k_o \left( \frac{d - \rho}{\rho} \right) \right) \right],$$

где  $k_o$  – положительная константа, от которой зависит плавность выхода аппаратов на заданную орбиту. При этом в работе [10] также показано с помощью прямого метода Ляпунова, что при движении одиночного аппарата с постоянной или меняющейся скоростью и использовании данной команды для курсового угла  $d \rightarrow \rho$  асимптотически при  $t \rightarrow \infty$ .

Соответственно, определим вектор команд курсовых углов для группы БПЛА  $\Psi^c \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  как

$$\Psi^c = \begin{pmatrix} \varphi_i + \\ +\lambda \left[ \frac{\pi}{2} + \right. \\ \left. + \arctg \left( k_o \left( \frac{d_i - \rho}{\rho} \right) \right) \right] \end{pmatrix}_{i=1}^N. \quad (9)$$

**Теорема.** Если законы управления  $\mathbf{v}^c$  и  $\Psi^c$  задаются согласно уравнениям (5) и (9) соответственно (при этом закон (5) включается только после выхода всех аппаратов группы на заданную траекторию окружности), тогда в динамической системе (8)  $\hat{\mathbf{e}}_0 \rightarrow 0$  асимптотически в целом, по мере того как  $t \rightarrow \infty$ .

**Доказательство.**

Динамика элементов вектора ошибок расстояний до окружности  $\hat{\mathbf{d}} = (d_i - \rho)_{i=1}^N \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{d}}} &= (\dot{d}_i - \dot{\rho})_{i=1}^N = \\ &= (v_i^g(t) \cos(\chi_i - \varphi_i))_{i=1}^N. \end{aligned} \quad (10)$$

Выберем следующую положительную квадратичную форму в качестве функции Ляпунова:

$$V_d(\hat{\mathbf{d}}) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{d}}^T \hat{\mathbf{d}}.$$

Производная данной функции вдоль траекторий системы (10) с учетом (9):

$$\begin{aligned} \dot{V}_d(\hat{\mathbf{d}}) &= \hat{\mathbf{d}}^T \dot{\hat{\mathbf{d}}} = \\ &= \sum_{i=1}^N \left( -\hat{d}_i v_i^g(t) \sin \left( \arctg \left( \frac{k_o \hat{d}_i}{\rho} \right) \right) \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) следует, что функция  $\dot{V}_d(\hat{\mathbf{d}})$  является отрицательно определенной, так как  $\dot{V}_d(\hat{\mathbf{d}}) < 0$  для  $\forall \hat{\mathbf{d}} \neq \mathbf{0}$ .

Вместе с тем  $\lim_{\|\hat{\mathbf{d}}\| \rightarrow \infty} V_d(\hat{\mathbf{d}}) \rightarrow \infty$ , т.е. функция Ляпунова является радиально неограниченной.

Кроме того,  $V_d(\hat{\mathbf{d}})$  – положительно определенная функция, поскольку  $V_d(\hat{\mathbf{d}}) > 0$  для  $\forall \hat{\mathbf{d}} \neq \mathbf{0}$ .

Из вышесказанного следует [11], что точка равновесия системы (10)  $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{0}$  является асимптотически устойчивой в целом.

Выберем следующую положительную квадратичную форму в качестве функции Ляпунова:

$$V(\hat{\mathbf{e}}_0) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}_0^T \hat{\mathbf{e}}_0. \quad (12)$$

Производная данной функции вдоль траекторий системы (8):

$$\begin{aligned} \dot{V}(\hat{\mathbf{e}}_0) &= \hat{\mathbf{e}}_0^T \dot{\hat{\mathbf{e}}}_0 = \lambda \times \\ &\times \left[ \begin{aligned} &\hat{e}_{12} \times \\ &\left( \frac{1}{d_1} \left( -v - v_f \frac{2}{\pi} \arctg(k_\theta \hat{e}_{12}) \right) \times \right. \\ &\quad \times \sin(\chi_1 - \varphi_1) + \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{d_2} \left( v + v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -\hat{e}_{12} \\ +\hat{e}_{23} \end{pmatrix} \right) \right) \right) \times \right. \\ &\quad \times \sin(\chi_2 - \varphi_2) \\ &\quad \left. + \hat{e}_{23} \times \right] + \\ &\times \left[ \begin{aligned} &\left( \frac{1}{d_2} \left( -v - v_f \frac{2}{\pi} \arctg(k_\theta (-\hat{e}_{12} + \hat{e}_{23})) \right) \times \right. \\ &\quad \times \sin(\chi_2 - \varphi_2) + \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{d_3} \left( v + v_f \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_\theta \begin{pmatrix} -\hat{e}_{23} \\ +\hat{e}_{34} \end{pmatrix} \right) \right) \right) \times \right. \\ &\quad \times \sin(\chi_3 - \varphi_3) \end{aligned} \right] + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \dots \hat{e}_{k,k+1} \times \\
& \left( \frac{1}{d_k} \left( -v - \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_0 \left( \begin{array}{c} -\hat{e}_{k-1,k} \\ +\hat{e}_{k,k+1} \end{array} \right) \right) \right) \times \right. \\
& \quad \times \sin(\chi_k - \varphi_k) + \\
& \quad \left. + \frac{1}{d_{k+1}} \left( v + \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_0 \left( \begin{array}{c} -\hat{e}_{k,k+1} \\ +\hat{e}_{k+1,k+2} \end{array} \right) \right) \right) \times \right. \\
& \quad \times \sin(\chi_{k+1} - \varphi_{k+1}) \\
& \quad \left. \dots + \hat{e}_{N-1,N} \times \right. \\
& \left. \left( \frac{1}{d_{N-1}} \left( -v - \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_0 \left( \begin{array}{c} -e_{N-2,N-1} \\ +e_{N-1,N} \end{array} \right) \right) \right) \times \right. \right. \\
& \quad \times \sin(\chi_{N-1} - \varphi_{N-1}) + \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{d_N} \left( v + \frac{2}{\pi} \arctg \left( k_0 \left( \begin{array}{c} -e_{N-1,N} \\ \end{array} \right) \right) \right) \times \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \times \sin(\chi_N - \varphi_N) \right) \right) \dots
\end{aligned}$$

Согласно (9) и (11) каждый БПЛА выйдет на круговую орбиту указанного радиуса вне зависимости от его скорости через некоторое время с достаточной точностью, что равносильно допущению нахождения всех аппаратов на траектории окружности в начальный момент работы (5). Значит, для любого элемента вектора  $\mathbf{X}$  в уравнении (7) соблюдается, в случае выхода аппаратов на окружность, равенство  $\sin(\chi_i - \varphi_i) = \pm 1$  в силу того, что в (9) выполняется:  $\frac{\pi}{2} + \arctg \left( k_0 \left( \frac{d_i - \rho}{\rho} \right) \right) \in (0, \pi)$ .

Рассмотрим два возможных случая: первый – конечное движение формации должно происходить по часовой стрелке; второй – против часовой стрелки.

В первом случае  $\lambda = 1$ , и, согласно (9), каждый элемент вектора  $\mathbf{X}$  в уравнении (7) оказывается равным единице. Во втором случае  $\lambda = -1$ , однако, наоборот, каждый

элемент вектора  $\mathbf{X}$  в уравнении (7) оказывается равным минус единице.

Таким образом, поскольку функция  $\arctg(\cdot)$  является нечетной на всей области определения, производная функции Ляпунова может быть представлена следующим образом:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\hat{\mathbf{e}}_0) = & v_f \frac{2}{\pi} \left[ -\hat{e}_{12} \frac{1}{\rho} \arctg(k_0 \hat{e}_{12}) - \right. \\
& - \sum_{k=2}^{N-1} \left( \begin{array}{c} -\hat{e}_{k-1,k} \\ +\hat{e}_{k,k+1} \end{array} \right) \frac{1}{\rho} \times \\
& \times \arctg \left( k_0 \left( \begin{array}{c} -\hat{e}_{k-1,k} \\ +\hat{e}_{k,k+1} \end{array} \right) \right) + \\
& \left. + \hat{e}_{N-1,N} \frac{1}{\rho} \arctg(k_0 (-\hat{e}_{N-1,N})) \right]
\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\hat{\mathbf{e}}_0) = & v_f \frac{2}{\pi} \left[ -\hat{e}_{12} \frac{1}{\rho} \arctg(k_0 \hat{e}_{12}) - \right. \\
& - (-\hat{e}_{12} + \hat{e}_{23}) \frac{1}{\rho} \arctg(k_0 (-\hat{e}_{12} + \hat{e}_{23})) - \dots \\
& \dots - \left( \begin{array}{c} -\hat{e}_{k-1,k} \\ +\hat{e}_{k,k+1} \end{array} \right) \frac{1}{\rho} \arctg \left( k_0 \left( \begin{array}{c} -\hat{e}_{k-1,k} \\ +\hat{e}_{k,k+1} \end{array} \right) \right) - \dots \\
& \left. \dots + \hat{e}_{N-1,N} \frac{1}{\rho} \arctg(k_0 (-\hat{e}_{N-1,N})) \right].
\end{aligned}$$

Следовательно, функция  $\dot{V}(\hat{\mathbf{e}}_0)$  является отрицательно определенной, так как  $\dot{V}(\hat{\mathbf{e}}_0) < 0$  для  $\forall \hat{\mathbf{e}}_0$  кроме  $\hat{\mathbf{e}}_0 = \mathbf{0}$ .

Вместе с тем  $\lim_{\|\hat{\mathbf{e}}_0\| \rightarrow \infty} V(\hat{\mathbf{e}}_0) \rightarrow \infty$ , т.е. функция Ляпунова является радиально неограниченной.

Кроме того,  $V(\hat{\mathbf{e}}_0)$  – положительно определенная функция, поскольку  $V(\hat{\mathbf{e}}_0) > 0$  для  $\forall \hat{\mathbf{e}}_0$  кроме  $\hat{\mathbf{e}}_0 = \mathbf{0}$ .

Из всего вышесказанного следует [11], что точка равновесия системы (8)  $\hat{\mathbf{e}}_0 = \mathbf{0}$  является асимптотически устойчивой в целом (глобально асимптотически устойчивой),  $\hat{\mathbf{e}}_0 \rightarrow \mathbf{0}$  асимптотически при  $t \rightarrow \infty$  вне зависимости от начального состояния системы. ■

Таким образом, (5) и (9) задают во всем, в нашем случае двумерном, пространстве полета группы БПЛА неоднородное векторное поле  $\mathcal{F}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  для каждого из аппаратов, норма вектора которого в конкретной точке пространства является командой скорости для находящегося в этой точке аппарата, а направление – командой курсового угла.

### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При моделировании в среде MATLAB/Simulink использовалась реалистичная нелинейная модель динамики БПЛА типа «летающее крыло» Zagi UAV. Каждый аппарат оснащен настроенным автопилотом на основе последовательного замыкания контура, который выполняет как пилотажные (во внутренних контурах), так и траекторные задачи управления (во внешних контурах).

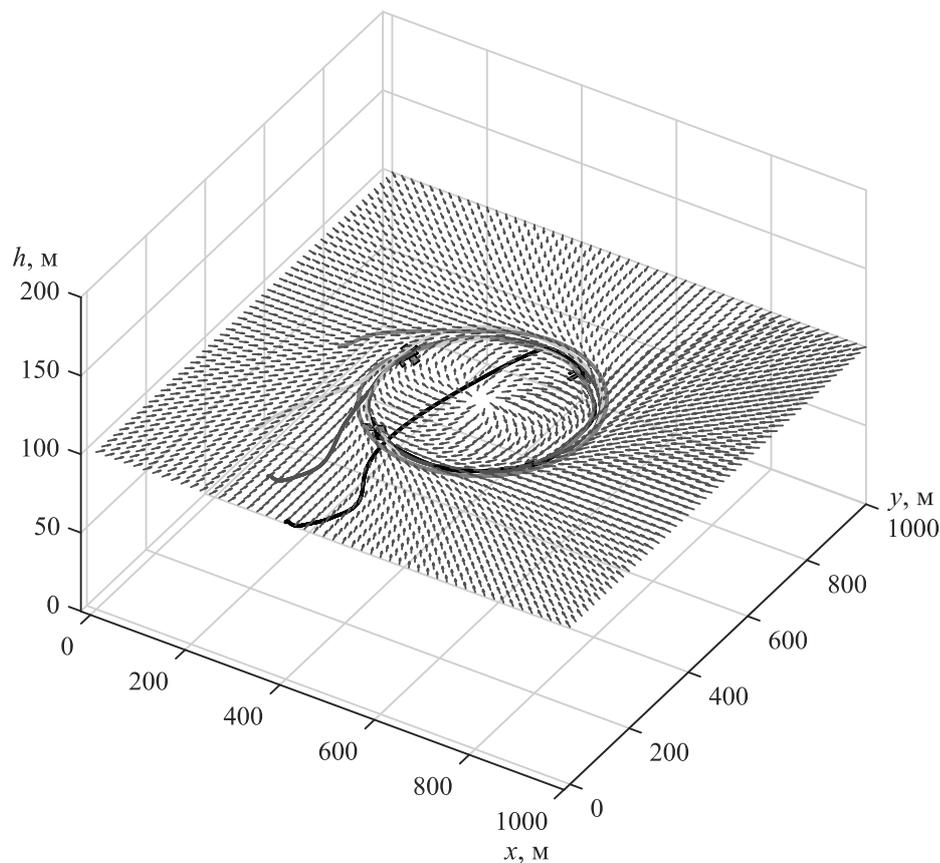
Начальные положения четырех БПЛА в инерциальной системе координат:

$$\mathbf{p}_1 = (200, 500, 100)^T, \mathbf{p}_2 = (200, 200, 100)^T, \\ \mathbf{p}_3 = (300, 100, 100)^T, \mathbf{p}_4 = (400, 0, 100)^T.$$

Значения коэффициентов плавности были выбраны следующим образом:  $k_o=0,03$ ,  $k_\theta=0,2$ . Радиус орбиты:  $\rho = 200$  м. Вектор желаемых относительных углов сдвига фаз был выбран таким:

$$\mathbf{P}_{\theta d} = (270^\circ, 260^\circ, 290^\circ)^T.$$

На рис. 1 представлены переходные траектории выхода на круговую орбиту и дальнейшее движение по ней для всех четырех аппаратов, а также, в качестве примера, показано векторное поле следования пути  $\mathcal{F}$  в текущий момент времени  $t = 160$  с для крайнего в цепи БПЛА, взаимодействующего только с одним соседним агентом.



**Рис. 1.** Траектории четырех БПЛА при выходе на заданную круговую орбиту и дальнейшем движении по ней, на рисунке также показано неоднородное векторное поле  $F$  для одного из БПЛА

На рис. 2 показано изменение элементов вектора  $e_0$  с течением времени и их стремление к нулю.

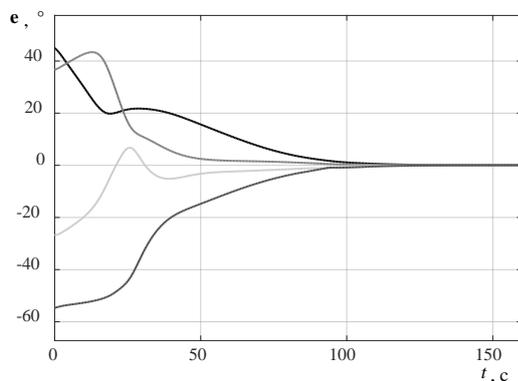


Рис. 2. Изменение элементов вектора ошибок  $e_0$  со временем

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен метод управления группой БПЛА, позволяющий сформировать строй аппаратов, движущихся по круговой орбите с сохранением заданной геометрической формы. Главными преимуществами предложенного метода по сравнению с известными в литературе являются: масштабируемость, т.е. количество БПЛА в группе может быть любым; произвольная геометрическая форма строя на плоскости, ограниченная только соотношением между радиусом окружности и габаритами аппаратов; децентрализация; учет нелинейностей на входах системы «автопилот-аппарат»; асимптотическая устойчивость в целом, позволяющая выводить аппараты на заданные относительные фазовые углы с приемлемой точностью при любых их начальных положениях в пространстве. Для формирования команды управления каждому аппарату, помимо состояний, оцениваемых в автопилоте, необходимо вычислять только величину относительного положения и расстояние до центра окружности, что может быть осуществлено с помощью уже существующих систем навигации.

Проведена проверка эффективности и работоспособности реализованных алгоритмов в среде MATLAB/Simulink на основе реалистичной нелинейной модели БПЛА с настроенным автопилотом. При этом были

подобраны параметры группового управления, показывающие приемлемое качество переходных траекторий для строя БПЛА с данными аппаратными характеристиками.

В дальнейших исследованиях предполагаются: получение модификаций предложенного метода для других видов траекторий, необходимых для использования групп БПЛА на практике; учет предотвращения столкновений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Formation** flight of multiple UAVs using onboard information sharing / C. Park et. al. // *Sensors*. 2015. Vol. 15. Pp. 17397–17419.
2. **Wang C., Xie G., Cao M.** Forming circle formations of anonymous mobile agents with order preservation // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2013. Vol. 58, No. 12. Pp. 3249–3254.
3. **Collective** circular motion of unicycle type vehicles with non-identical constant velocities / G. S. Seyboth et. al. // *IEEE Transactions on Control of Network Systems*. 2014. Vol. 1, No. 2. Pp. 167–176.
4. **Circular** formation control of fixed-wing UAVs with constant speeds / H. G. de Marina, et. al. // *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. 2017. Pp. 5298–5303.
5. **Zhang M., Liu H. H. T.** Cooperative tracking a moving target using multiple fixed-wing UAVs // *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2016. Vol. 81, No. 3-4. Pp. 505–529.
6. **How J. P., Frazzoli E., Chowdhary G. V.** Linear flight control techniques for unmanned aerial vehicles. In: K. P. Valavanis, G. J. Vachtsevanos (Eds.). *Handbook of unmanned aerial vehicles*. Dordrecht; Heidelberg; New York; London: Springer Netherlands, 2015. P. 529-574.
7. **Ren W., Beard R. W.** Trajectory tracking for unmanned air vehicles with velocity and heading rate constraints // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2004. Vol. 12, No. 5. Pp. 707–716.
8. **Боднер В. А.** Теория автоматического управления полетом. М.: Наука, 1964. 700 с. [V. A. Bodner, *Automatic flight control theory*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1964. ]
9. **Мунасыпов Р. А., Муслимов Т. З.** Групповое управление беспилотными летательными аппаратами на основе метода пространства относительных состояний // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2018. Т. 19, № 2. С. 120–125. [R. A. Munasypov, T. Z. Muslimov, “UAVs group control based on the relative state space method”, (in Russian), in *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol. 19, no. 2, pp. 120-125, 2018. ]
10. **Vector** field path following for miniature air vehicles / D. R. Nelson et. al. // *IEEE Transactions on Robotics*. 2007. Vol. 23 (3). Pp. 519–529.
11. **Барбашин Е. А., Красовский Н. Н.** Об устойчивости движения в целом // *Докл. АН СССР*. 1952. Т. 86, № 3. С. 453–456. [E. A. Barbashin, N. N. Krasovskii, “On the stability of motion in the whole”, (in Russian), in *Dokl. Akad. Nauk. USSR*, vol. 86, no. 3, pp. 453–456, 1952. ]

**ОБ АВТОРАХ**

**МУСЛИМОВ Тагир Забирович**, асп. каф. АТП. Дипл. магистр (МФТИ, 2012). Готовит дис. о групповом управлении БПЛА.

**МУНАСЫПОВ Рустэм Анварович**, проф. каф. АТП. Дипл. инженер электронной техники. (УАИ, 1982). Д-р техн. наук (2004), проф. (2006). Засл. деят. науки РБ (2010). Иссл. в обл. адаптивных и интеллектуальных систем управления сложными техн. объектами.

**METADATA**

**Title:** Decentralized circular formation control of fixed-wing UAVs using vector field method

**Authors:** T. Z. Muslimov<sup>1</sup>, R. A. Munasyrov<sup>2</sup>

**Affiliation:**

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

**Email:** <sup>1</sup> tagir.muslimov@gmail.com, <sup>2</sup> rust40@mail.ru,

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 23, no. 3 (85), pp. 112-121, 2019. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** This article proposes a method for circular formation control of fixed-wing unmanned aerial vehicles (UAVs) based on the method of a non-uniform vector field path following, taking into account the nonlinear structure of the "autopilot-vehicle" system, allowing the UAV group to fly along a circular trajectory with any given relative distances subject to geometric constraints. For the decentralization of control it is assumed that each UAV receives information about the relative position of only vehicles which are adjacent to it. Global asymptotic stability for the given control law is proved and estimations for ultimate bounds are found. Efficiency and performance were tested in MATLAB / Simulink.

**Key words:** formation flight; UAV; group control; nonlinear control; path following; dynamical system; decentralized control; global asymptotic stability; "autopilot-aircraft" systems; multi-agent approach.

**About authors:**

**MUSLIMOV, Tagir Zabirovich**, Postgrad. (PhD) Student, Dept. of Automation of Technological Processes. Master of Science (MIPT, 2012).

**MUNASYPOV, Rustem Anvarovich**, Prof., Dept. of Automation of Technological Processes. Dipl. Engineer of electronic (Ufa Aviation Inst., 1982). Dr. of Tech. Sci. (USATU, 2004).