

НАХОЖДЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНОЙ УКЛАДКИ БЛОКА В ПОЛОСУ

В. В. МАРТЫНОВ¹, А. В. БАБЕЛЬ²

¹martynov@rb.ru, ²babel88.88@mail.ru

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 9 апреля 2014 г.

Аннотация. Исследуется расположение плоских геометрических объектов в полосе. Предложены два способа нахождения рациональной укладки блока в полосу.

Ключевые слова: раскрой; область допустимого размещения; плоские геометрические объекты; рациональное размещение блока в полосу.

Общеизвестно, что в различных отраслях промышленности многие из этапов заготовительного производства связаны с раскроем и размещением деталей. Эти процессы являются ключевыми с точки зрения экономии ресурсов. Возникают оптимизационные задачи раскроя и упаковки в процессе планирования и заказа материалов, а также на этапе оперативного проектирования карт раскроя и упаковки. Принятие оптимального или близкого к нему решения позволяет существенно сократить расход материала и понизить себестоимость продукции. В условиях глобальной автоматизации промышленных процессов давно появилась необходимость в создании и использовании систем автоматизации проектирования подготовки раскроя и упаковки.

При регулярном раскрое часто возникает необходимость использовать блочный метод размещения. Это обусловлено технологической необходимостью, в том случае, если комплект деталей состоит из одного материала. Также при размещении блоков, как правило, получаются более рациональные способы размещения. На рис. 1 показано блочное размещение конгруэнтных объектов в полосе.

НАХОЖДЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНОЙ УКЛАДКИ БЛОКА В ПОЛОСУ

Рассмотрим расположение блока, состоящего из двух геометрических объектов (ГО) в полосе (рис. 2). Предположим, даны ГО S и S' , необходимо найти рациональную укладку блока состоящего из этих ГО в полубесконечной полосе.

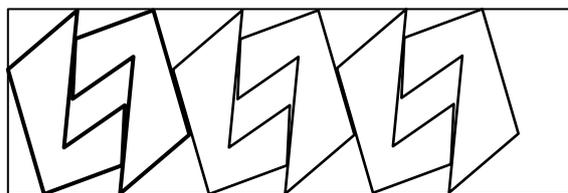


Рис. 1

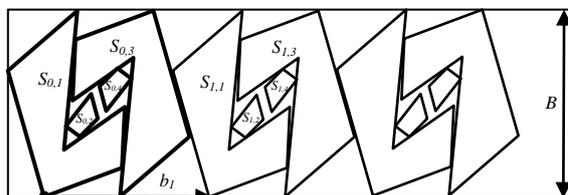


Рис. 2

Коэффициент заполнения полосы при блочной укладке определяется как

$$\chi = \sum_{i=1}^l \frac{S_i n}{((X_{\max} - X_{\min} + (n-1)b_1)B)}, \quad (1)$$

где S_i – площадь i -й фигуры блока, состоящего из l фигур, b_1 – период укладки, X_{\max} и X_{\min} – максимальная и минимальная абсциссы блока соответственно, n – количество блоков в полосе, B – ширина полосы.

Так как полоса полубесконечна, то величиной $X_{\max} - X_{\min} - b_1$ можно пренебречь, тогда формула (1) примет вид

$$\chi = \sum_{i=1}^l S_i / (B \cdot b_1). \quad (2)$$

Из формулы (1) видно, что χ будет максимален, если $b_1 \cdot B$ будет минимально, так как

$$\sum_{i=1}^l S_i = \text{const},$$

$$\max \chi \rightarrow \min(B \cdot b_1). \quad (3)$$

Рассмотрим два способа нахождения рационального размещения блока, состоящего из двух ГО в полосе. В первом способе используется более быстрый метод нахождения рационального размещения блока в полосе по сравнению со вторым. Второй способ рассматривает больше различных вариантов размещения блока в полосе и тем самым для определенных задач может рассчитать более рациональный способ размещения, чем первый.

1-й способ

Так как блок состоит из двух ГО – S и S' , то значение величин B и b_1 зависят от расположения ГО S относительно S' . Для рационального размещения блока в полосе необходимо, чтобы ГО S' располагался относительно ГО S таким образом, чтобы площадь прямоугольника, описывающего эти ГО, была минимальна (рис. 3). Это предположение 1-го способа, т. к. $B = a$, но $b_1 \neq b$, то

$$\min(B \cdot b_1) \rightarrow \min(a \cdot b), \quad (4)$$

где a, b – стороны прямоугольника описывающего ГО S и S' .

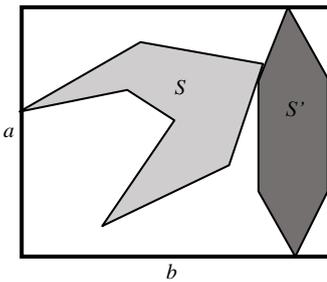


Рис. 3

Рассмотрим алгоритм нахождения расположения ГО S' относительно ГО S .

1) Находим область допустимого размещения ГО S' относительно ГО S , согласно алгоритму, описанному в [1] – Ω (рис. 4).

2) Размещаем ГО S' в точке O_i , которая является вершиной границы области допустимого размещения (ОДР) (рис. 4).

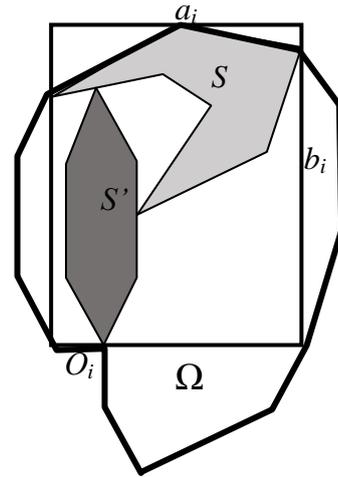


Рис. 4

3) Находим стороны прямоугольника описывающего ГО S и S' , как разницу между максимальными и минимальными значениями абсцисс и ординат ГО S и S' :

$$a_i = \max(x(S, S')) - \min(x(S, S')),$$

$$b_i = \max(y(S, S')) - \min(y(S, S')). \quad (5)$$

4) Рассчитываем площадь прямоугольника, описывающего ГО S и S' – $S(S, S')$:

$$S(S, S')_i = a_i b_i. \quad (6)$$

5) Смещаем ГО S' в точку O_{i+1} , которая находится на границе ОДР и удалена от точки O на заданный шаг Δ , получаем ГО S'_{i+1} (рис. 5).

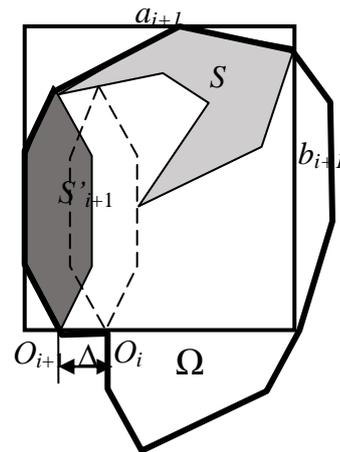


Рис. 5

6) Находим стороны прямоугольника, описывающего ГО S и S'_{i+1} , аналогично формуле (5):

$$a_{i+1} = \max(x(S, S'_{i+1})) - \min(x(S, S'_{i+1})), \quad (7)$$

$$b_{i+1} = \max(y(S, S'_{i+1})) - \min(y(S, S'_{i+1})).$$

7) Рассчитываем площадь прямоугольника $S(S, S'_{i+1})_{i+1}$, который описывает ГО S и S'_{i+1} .

$$S(S, S'_{i+1})_{i+1} = a_{i+1} b_{i+1}. \quad (8)$$

8) Сравниваем значения S_i и S_{i+1} и выбираем параметры расположения ГО S' относительно ГО S , соответствующие меньшему значению S .

9) Выполняем пункты 5–8 до тех пор пока ГО S' снова не окажется в точке O_1 . Среди значений площадей прямоугольников $S(S, S'_1)$, $S(S, S'_2)$, ..., $S(S, S'_n)$ находим наименьшее значение и соответствующее этому значению расположение ГО S' относительно ГО S .

В пункте 5 в вышепредставленном алгоритме достаточно перебрать только вершины ОДР. Это допустимо, т. к. мы осуществляем параллельный перенос ГО S' вдоль прямой. Предположим, ГО S' расположен в одной из вершин ОДР O_1 и площадь прямоугольника, описывающего ГО S и S' , равна

$$S(S, S')_1 = a_1 b_1. \quad (9)$$

Переместив ГО S' в точку $O_{\Delta 1}$, мы получим площадь прямоугольника, описывающего ГО S и S' , равной

$$S(S, S')_{\Delta 1} = a_{\Delta 1} b_{\Delta 1}. \quad (10)$$

Переместив ГО S' в точку O_2 , которая является вершиной ОДР и следует за вершиной ОДР O_1 , получим площадь прямоугольника, описывающего ГО S и S' , равной

$$S(S, S')_2 = a_2 b_2. \quad (11)$$

Так как мы осуществляем параллельный перенос ГО S' вдоль одной прямой, то

$$\begin{aligned} a_1 &\geq (\leq) a_{\Delta 1} \geq (\leq) a_2, \\ b_1 &\geq (\leq) b_{\Delta 1} \geq (\leq) b_2. \end{aligned} \quad (12)$$

Следовательно,

$$S(S, S') \geq (\leq) S(S, S')_{\Delta 1} \geq (\leq) S(S, S')_2, \quad (13)$$

т. е. функция ab между вершинами ОДР – монотонна.

Итак, чтобы найти минимальное значение площади прямоугольника, описывающего ГО S и S' , среди значений полученных параллельным переносом от одной вершины ОДР к другой,

достаточно сравнить значения площадей в этих вершинах.

В результате выполнения алгоритма мы найдем рациональное взаимное расположение ГО S и S' , иначе говоря, мы получим блок SS' .

Для нахождения рациональной укладки блока в полосу необходимо найти рациональную укладку регулярно повторяющегося блока SS' в полосу по методу, описанному в [1]. Для этого необходимо найти:

- ОДР блока SS' относительно конгруэнтному ему блока SS'' ;
- рациональное размещение блока SS' в полосе.

В том случае, если ширина полосы задана или полоса конечна, то добавляются два условия, которые используются при нахождении прямоугольника с наименьшей площадью:

$$\begin{aligned} a &\leq B, \\ b &\leq l, \end{aligned} \quad (14)$$

где a и b – стороны прямоугольника описывающего ГО S и S' , l – длина полосы, B – ширина полосы.

Таким образом, мы найдем рациональное размещение блока, состоящего из двух ГО в полосе.

2-й способ

Рассмотрим алгоритм нахождения рациональной укладки блока, состоящего из двух ГО, в полосу:

1) Находим область допустимого размещения ГО S' относительно ГО S , по алгоритму, описанному в [1], – Ω .

2) Размещаем ГО S' в точке O_i , которая является вершиной границы ОДР (рис. 4), получаем блок SS' .

3) Находим область допустимого размещения блока SS' относительно конгруэнтного ему блока SS'' .

4) Преобразуем формулу (2) и рассчитаем плотность размещения:

$$\chi = \frac{\sum_{i=1}^l S_i}{\left(X_{i \rightarrow \min Y_i} - X_{\Omega \rightarrow \min Y_i} \cdot \left| \max Y_i - \min Y_i \right| \right)}, \quad (15)$$

где $\sum_{i=1}^l S_i$ – суммарная площадь ГО в блоке SS' .

При известной ОДР Ω рациональная укладка в полосе, соответствующая функции цели $\max \chi$, определится как

$$\max \chi \rightarrow \min(|X_{i \rightarrow \min Y_i} - X_{\Omega \rightarrow \min Y_i}| \cdot |\max Y_i - \min Y_i|) \quad (16)$$

$$\text{т. к. } \sum_{i=1}^l S_i = \text{const.}$$

5) Осуществляя преобразования поворота с определенным шагом на угол $\theta \rightarrow \{0, \dots, \pi\}$ относительно начала координат ГО блока SS' и ОДР по формулам

$$\begin{aligned} X' &= X \cdot \cos \theta + Y \cdot \sin \theta, \\ Y' &= -X \cdot \sin \theta + Y \cdot \cos \theta, \end{aligned} \quad (17)$$

находим рационального решение и соответствующие ему параметры размещения:

$$b_1(\theta) = |X_{i \rightarrow \min Y(\theta)}(\theta) - X_{\Omega \rightarrow \min Y(\theta)}(\theta)|, \quad (18)$$

$$B(\theta) = \max Y_i(\theta) - \min Y_i(\theta).$$

6) Смещаем ГО S' в точку O_{i+1} , которая находится на границе ОДР и удалена от точки O на заданный шаг Δ (см. рис. 5). Аналогично пункту 5 способа 1 возьмем точку, являющуюся вершиной границы ОДР, следующей за O_i .

7) Среди двух вариантов размещения выберем то, в котором плотность размещения больше.

8) Выполняем пункты 3–7 до тех пор, пока ГО S' снова не окажется в точке O_i .

9) Таким образом, мы получим из n значений максимальное значение коэффициента плотности полосы и соответствующие ему параметры размещения блока SS' в полосе, а так же размещение ГО S' относительно ГО S .

В том случае, если блок будет состоять из N ГО, то необходимо будет рассмотреть все возможные варианты размещения этих ГО относительно друг друга в блоке, количество таких размещений будет равно K .

$$K = N! / 2. \quad (19)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

В результате вычислительного эксперимента были получены следующие данные: для ГО S и S' (см. рис. 3) было рассчитано рациональное размещение блока в полосе по 1-му способу (рис. 6) и 2-му способу (рис. 7). Вычислительный эксперимент проводился на компьютере модели ASUS-X55SR, 1-й способ: время выполнения 2 с, ширина полосы 2,18, шаг 1,71. 2-й способ: время выполнения 3 с, ширина полосы 2,4, шаг 1,13. Плотность размещения, получен-

ная первым способом, равна 0,4193, вторым 0,5763.

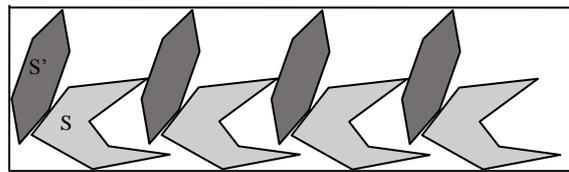


Рис. 6

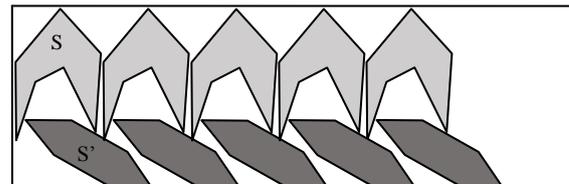


Рис. 7

ВЫВОДЫ

Таким образом, получены следующие результаты:

1. Разработаны два способа нахождения рациональной укладки блока в полосу.

2. Способы нахождения рациональной укладки блока в полосу автоматизированы и реализованы в среде Visual Basic.

3. В результате вычислительного эксперимента по 1-му способу рассчитано размещение блока в полосу быстрее, чем по второму. Однако плотность размещения по 2-му способу выше. Следовательно, при нахождении карт раскроя для фигур с небольшим количеством сторон, актуально использовать 2-й способ, если же фигуры имеют большое количество сторон и требуется минимальное время расчета, актуален 1-й способ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мартынов В. В. Бабель А. В. Метод регулярного размещения плоских геометрических объектов на базе геометрических преобразований // Вестник УГАТУ. 2013. Т. 17, № 2 (55). [V. V. Martynov, A. V. Babel, "Method of a regular placement of flat geometric objects based on geometric transformations," (in Russian), *Vestnik UGATU*, vol. 17, no. 2 (55), 2013.]

2. Мартынов В. В. Использование операций Минковского при анализе взаимного расположения геометрических объектов // Принятие решений в условиях неопределенности. Уфа, УГАТУ. 1999. С. 167–174. [V. V. Martynov, "Using Minkowski operations in the analysis of the relative position of geometric objects," (in Russian), in *Decision making under uncertainty*, pp. 167-174, Ufa: USATU, 1999.]

3. Мухачева Э. А., Мартынов В. В., Верхотуров М. А.

Модели и методы расчета раскроя-упаковки геометрических объектов: монография. Уфа: УГАТУ, 1998. 217 с. [E. A. Mukhacheva, V. V. Martynov, M. A. Verkhoturov, *Models and methods for calculating cutting-packing geometric objects*, (in Russian). Ufa: USATU, 1998.]

4. **Бабель А. В.** Размещение заготовок на материале: свид. о гос. рег. программы для ЭВМ № 2011616383. [A. V. Babel, *Accommodation blanks on the material*, (in Russian): Certificate of state registration of the computer no. 2011616383.]

5. **Мартынов В. В.** Автоматизированная система управления процессом раскроя геометрических объектов сложной формы: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Уфа: УГАТУ, 1999. 32 с. [V. V. Martynov, *Automated process control system for cutting objects with complex geometric shapes*, (in Russian). Ufa: USATU, 1999.]

ОБ АВТОРАХ

МАРТЫНОВ Виталий Владимирович, проф., зав. каф. экон. информатики, рук. БРЦНИТ. Дипл. инж.-мех. (МПИ, 1981). Д-р техн. наук по АСУ (УГАТУ, 2000). Иссл. в обл. инф. систем, иссл. операций, прикл. геометрии.

БАБЕЛЬ Алексей Викторович, асс. каф. экон. информатики. Дипл. спец. по прикл. информатике в экономике (УГАТУ, 2011). Иссл. в обл. экон. инф. систем.

METADATA

Title: Finding rational laying block strip.

Authors: V. V. Martynov¹, A. V. Babel²

Affiliation:

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

Email:¹ martynov@rb.ru, ² babel88.88@mail.ru.

Langage: Russian.

Source: Vestnik UGATU (Scientific journal of Ufa State Aviation Technical University) vol. 18, no. 3 (64), pp. 231-235, 2014, ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: We study the location of flat geometric objects in the band. The two ways of finding rational laying block strip.

Key words: cutting; allowable placement area; flat geometric objects; rational distribution block strip.

About authors:

MARTYNOV, Vitali Vladimirovich, prof., Head. Department. Economy. Informatics, head BRTSNIT, Dipl. engineer-mech. (MPI, 1981). Dr. Sci. on ASU (USATU, 2000).

BABEL, Alexey Vitorovich, ass., Dept. Economy Informatics. Dipl. specialist on applied informatics in the economy (USATU, 2011).