

На рисунке представлены зависимости относительных значений собственных частот поперечных колебаний по первой форме, полученные экспериментально для двуслойных и трехслойных компенсаторов с $d_y = 80$ мм при различных величинах внутреннего давления воздуха, где (•) — для $n_r = 22$, $S_0 = (0,2+0,2)$ мм; (○) — для $n_r = 22$, $S_0 = (0,2+0,2+0,2)$ мм; (Δ) — для $n_r = 33$, $S_0 = (0,2+0,2)$ мм. Здесь, f_p — собственная частота при наличии внутреннего давления в компенсаторе, f_0 — собственная частота без давления.

Экспериментальные исследования с участием автора проводились на установке, созданной на базе электродинамического вибростенда ВЭДС 400А в НИИ «Гибкие трубопроводные системы» кафедры авиационных двигателей УГАТУ.

Определение собственных частот, форм, амплитуд колебаний компенсаторов проводилось методом введения в резонанс. Снимались амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) компенсаторов (от 7 до 13 точек на одну кривую), АЧХ снимались при разных уровнях виброускорений (от 3 до 5 значений) стола вибростенда. Испытаниям были подвергнуты 24 компенсатора различного диаметра, различной длины и различного конструктивного исполнения.

Выполненные исследования позволили сделать следующие выводы:

1. Предложенная методика расчета собственных частот поперечных колебаний компенсаторов дает хорошие результаты по низшим ($j \leq 3$) и удовлетворительные по высшим ($j > 3$) формам колебаний.

2. Наибольшее влияние на собственные частоты по низшим формам колебаний оказывает величина внутреннего давления.

3. Влияние деформаций сдвига на собственные частоты колебаний незначительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Итбаев, В. К. Расчет колебаний гибких металлических трубопроводов / В. К. Итбаев // Изв. вузов. Авиационная техника. 1996. № 2. С. 63–69.
2. Герлах, С. Вынужденные колебания металлических сильфонов при их обтекании / С. Герлах // Тр. американск. общества инж.-мех. Сер. Е. Т. 91, № 84. С. 285–293.
3. Хронин, Д. В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов / Д. В. Хронин. М.: Машиностроение, 1970. 407 с.
4. Гусенков, А. П. Унифицированные гибкие элементы трубопроводов: справ. пособие / А. П. Гусенков, Б. Ю. Лукин, В. С. Шустов. М.: Изд-во стандартов, 1988. 266 с.

ОБ АВТОРЕ



Мирсаев Рафаиль Нуриевич, доц. БАГСУ. Дипл. инж.-мех. по авиац. двиг. (УГАТУ, 1972). Канд. наук. Иссл. в обл. конструкций и технол. гибких метал. трубопроводов.

УДК 621.643.34(43)

Р. Н. МИРСАЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ КОМБИНИРОВАННЫХ КОНСТРУКЦИЙ СИЛЬФОННЫХ КОМПЕНСАТОРОВ

Излагается метод и результаты расчета сложных конструкций компенсаторов многофункционального назначения трубопроводных систем. Предлагается метод начальных параметров для расчета собственных частот форм колебаний и наиболее нагруженных участков компенсатора при колебаниях. Сравниваются расчетные и экспериментальные значения собственных частот. Компенсатор; функции Крылова; фундаментальные матрицы

Математическая модель в виде дифференциальных уравнений уточненной теории колебаний стержней пригодна для исследования поперечных колебаний сильфонных компенсаторов, однородных по длине, т. е. когда с достаточным основанием можно считать, что параметры массы и упругости равномерно распределены по длине компенсатора. Однако к ряду конструкций сильфонных компенсаторов, таких как камерные, уравновешенные, комбинированные (многофункциональные) [1], включающих дополнительные элементы в виде цилиндрических, конических оболочек, колец пластин, сосредоточенных масс и т. д., невозможно применить вышеуказанное допуще-

ние, поскольку оно приводит к большим отклонениям результатов расчета от истинных.

Для исследования поперечных колебаний таких компенсаторов предлагается метод начальных параметров в матричной форме, основные положения которого изложены в работах [2, 3].

Метод расчета излагается на примере конкретной конструкции комбинированного компенсатора, представленного на рис. 1 и имеющего четыре сильфонных блока наружного (5, 6, 7) и внутреннего (1, 2, 3) контуров, пространство между которыми заполняется инертным газом. Компенсатор имеет кольцевые опоры скольжения 12, 13, кото-

рые перемещаются по оболочке 10, что исключает потерю устойчивости наружного и внутреннего сильфонных контуров при растяжении-сжатии и действии давления. Эта часть компенсатора до сферического шарнира 9 обеспечивает компенсацию осевых и поперечных смещений. Сферический шарнир 9, расположенный внутри сильфонного блока 4, 8, обеспечивает компенсацию угловых смещений концов компенсатора друг относительно друга. Пространство между сильфонами 4, 8 также заполняется инертным газом. Компенсатор предназначен для трубопроводных систем, транспортирующих криогенные продукты.

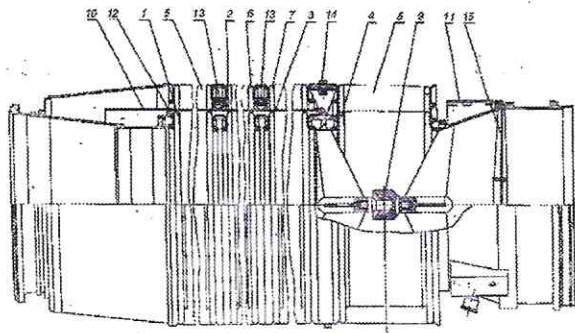


Рис. 1. Конструкция комбинированного компенсатора

Компенсатор разбивается на 11 участков, границами участков являются места ступенчатого изменения поперечного сечения, дополнительные опоры, шарниры, сосредоточенные массы и т. д. (см. рис. 2, 3). Отметим, что, если расчет ведется без учета распределенных масс участков, а это рационально сделать в тех случаях, когда имеются трудности составления матриц участков или идеализация формы участков не оправдывает учета распределенных масс и т. д., то может возникнуть необходимость более частого деления компенсатора на участки с целью повышения точности расчетов.

Для каждого участка составляется зависимость между параметрами начала и конца участка. При этом параметры начала — перемещение Y , угол поворота сечения θ , изгибающий момент M и перерезывающая сила Q — считаются известными, а параметры конца участка — искомыми.

Связь между параметрами начала и конца участка строится при помощи общего решения уравнений колебаний балки постоянного сечения

$$Y(k\xi) = C_1 S(k\xi) + C_2 T(k\xi) + C_3 U(k\xi) + C_4 V(k\xi), \quad (1)$$

где $\xi = \frac{x}{l_i}$ — относительная координата; x — координата вдоль оси участка; l_i — длина i -го участка; $k^4 = \frac{m\omega^2}{EI} l^4$ — параметр, изменяющийся с изменением частоты; m — погонная масса участка; I — момент инерции сечения участка; S, T, U, V — функции Крылова.

Постоянные C_1, C_2, C_3, C_4 для начала первого участка определяются по заданным начальным условиям (заделка — $Y = 0, \theta = \frac{dY}{d\xi} = 0$; шарнир — $Y = 0, M = \frac{d^2 Y}{d\xi^2} = 0$; свободный конец — $M = \frac{d^2 Y}{d\xi^2} = 0; Q = \frac{d^3 Y}{d\xi^3} = 0$). Таким образом, для $\xi = 0$ постоянные определяются выражениями

$$\begin{aligned} C_1 &= Y, & C_2 &= \frac{Q_0}{\alpha}, \\ C_3 &= \frac{M_0}{\alpha^2 EI}, & C_4 &= -\frac{Q_0}{\alpha^3 EI}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\alpha = \frac{k}{7}$.

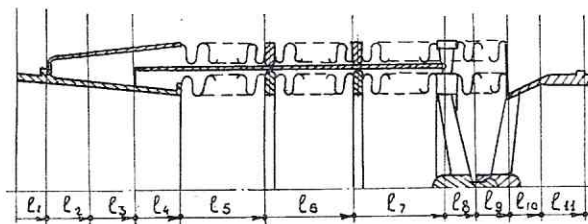


Рис. 2. Схема разбиения компенсатора на участки

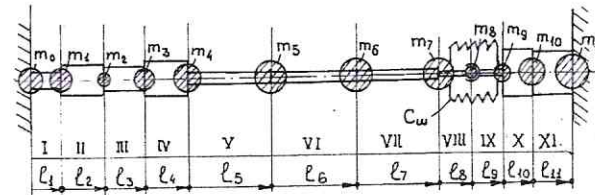


Рис. 3. Расчетная схема компенсатора

Выражения для параметров на конце участка ($\xi = 1$) с учетом (1), (2) имеют вид

$$\begin{aligned} Y(k) &= Y_0 S(k) + \frac{\theta_0 T(k)}{\alpha} + \frac{M_0 U(k)}{\alpha^2 EI} - \frac{Q_0 V(k)}{\alpha^3 EI}; \\ \theta(k) &= \alpha Y_0 V(k) + \theta_0 S(k) + \frac{M_0 T(k)}{\alpha EI} - \frac{Q_0 U(k)}{\alpha^2 EI}; \\ M(k) &= EJ \left[\alpha^2 Y_0 U(k) + \alpha \theta_0 V(k) + \frac{M_0 S(k)}{EI} - \frac{Q_0 T(k)}{\alpha EI} \right]; \\ Q(k) &= -EJ \left[\alpha^3 Y_0 T(k) + \alpha^2 \theta_0 U(k) + \frac{M_0 V(k) \alpha}{EI} - \frac{Q_0 S(k)}{EI} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

или в матричной форме

$$\bar{P} = \bar{L}_i \cdot \bar{P}_{0i}, \quad (4)$$

т. е. в развернутом виде

$$\begin{pmatrix} Y(k) \\ \theta(k) \\ M(k) \\ Q(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S(k) & T(k) \\ \alpha V(k) & S(k) \\ \alpha^2 EI \cdot U(k) & \alpha EI \cdot V(k) \\ ki & -\alpha^3 EI \cdot T(k) \quad -\alpha^2 EI \cdot U(k) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} U(k) & -V(k) \\ \frac{\alpha^2 EI}{T(k)} & \frac{-\alpha^3 EI}{\alpha U(k)} \\ \frac{\alpha EI}{S(k)} & \frac{-T(k)}{\alpha} \\ -\alpha \cdot V(k) & S(k) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Y(0) \\ \theta(0) \\ M(0) \\ Q(0) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где i — номер участка; O, K — начало и конец участка соответственно.

Матрица \bar{L}_i называется фундаментальной, такие матрицы составляются заранее для каждого участка или вычисляются и формируются ЭВМ в соответствующие массивы, $\bar{P}_{ki}, \bar{P}_{Oi}$ — матрицы-столбцы, соответственно, конца и начала i -го участка.

Если расчет производится без учета распределенных масс, т.е. массы участков представляются сосредоточенными массами m_i , разнесенными по границам участков, то уравнения, связывающие начало и конец участка, имеют вид

$$\begin{aligned} Y_{ki} &= Y_{Oi} + \theta_{Oi} \cdot l_i + \alpha_{12} M_{ki} + \alpha_{11} Q_{ki}; \\ \theta_{ki} &= \theta_{Oi} + \alpha_{22} M_{ki} + \alpha_{12} Q_{ki}; \\ M_{ki} &= M_{Oi} - Q_{Oi} l_i; \\ Q_{ki} &= Q_{Oi}, \end{aligned} \quad (6)$$

или

$$\begin{pmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l & \alpha_{12} & \alpha_{11} - \alpha_{12} l_i \\ 0 & 1 & \alpha_{22} & \alpha_{12} - \alpha_{22} l_i \\ 0 & 0 & 1 & -l \\ ki & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $\alpha_{11} = \frac{l^3}{3EI}$; $\alpha_{12} = \frac{l^2}{2EI}$; $\alpha_{22} = \frac{l}{EI}$ — коэффициенты влияния.

Все матрицы перехода через сосредоточенные массы имеют вид

$$\|m_i\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -m_i \omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Матрица перехода через упругий шарнир

$$\|M_{ш}\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/C_{ш} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $C_{ш} = \frac{M}{\Delta\theta}$ — коэффициент моментной жесткости шарнира.

На основе известных соотношений для определения углов поворота сечений получаем, что

$$C_{ш} = \frac{(EI)_{\Sigma}}{l},$$

где EI_{Σ} — изгибная жесткость наружного и внутреннего сильфонов на участках 7, 8 (см. рис. 2, 3); l — длина сильфонов.

В конечном итоге параметры конца последнего участка связаны с параметрами начала первого участка произведением матриц

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k11} &= \bar{L}_{11} \cdot \bar{m}_{10} \cdot \bar{L}_{10} \cdot \bar{m}_9 \cdot \bar{L}_9 \cdot \bar{m}_8 \cdot \bar{M}_{ш} \times \\ &\times \bar{L}_8 \cdot \bar{m}_7 \cdot \bar{L}_7 \cdot \bar{m}_6 \cdot \bar{L}_6 \cdot \bar{m}_5 \cdot \bar{L}_5 \cdot \bar{m}_4 \times \\ &\times \bar{L}_4 \cdot \bar{m}_3 \cdot \bar{L}_3 \cdot \bar{m}_2 \cdot \bar{L}_2 \cdot \bar{m}_1 \cdot \bar{L}_1 \cdot \bar{P}_{01}, \end{aligned} \quad (10)$$

или

$$\bar{P}_{K11} = \bar{\Pi} \cdot \bar{P}_{01}, \quad (11)$$

где $\bar{\Pi}$ — матрица перехода через компенсатор.

Начальные условия в нулевом сечении первого пролета выбираются по условиям закрепления $Y_{01} = 0, \theta_{01} = 0$, параметры конца последнего 11-го участка аналогичны, только знаки противоположны, $Y_{K11} = 0, \theta_{K11} = 0; M_{K11} = -M_0; Q_{K11} = -Q_0$.

Определение круговых собственных частот ω_i поперечных колебаний производится методом подбора частот. Для этого, задавшись частотой ω , вычисляют параметры k_i, α участков, которые, в свою очередь, определяются исходя из данных таблицы и составляют все матрицы. В таблице представлены основные характеристики участков: длины, изгибные жесткости, величины сосредоточенных масс, определенные по чертежу компенсатора.

Разнос масс участков по границам участков производится в соответствии с существующими правилами. После этого производится последовательное перемножение матриц \bar{L}_i, \bar{m}_i и определение параметров \bar{P}_{K11} .

Таблица
Основные характеристики
участков компенсатора

№ участка	Характеристика участка		
	$l, м$	$m, кг$	$EI, Н \cdot м^2$
1	0,090	6,61	9,724
2	0,080	2,13	26,334
3	0,074	2,95	21,070
4	0,097	20,85	29,264
5	0,225	26,57	0,130
6	0,225	26,57	0,130
7	0,225	39,70	0,130
8	0,125	10,21	0,260
9	0,130	13,33	0,260
10	0,112	8,89	41,578
11	0,102	—	36,217
Σ	1,485	157,81	—

Согласно условиям закрепления концов компенсатора два из четырех параметров должны быть равны нулю, это дает два уравнения

$$\begin{aligned} Y_K &= \Pi_{13} \cdot M_0 + \Pi_{14} \cdot Q_0 = 0; \\ \theta_K &= \Pi_{23} \cdot M_0 + \Pi_{24} \cdot Q_0 = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где Π_{ij} — элемент матрицы перехода $\bar{\Pi}$ через весь компенсатор.

На практике поступают следующим образом: задается какое-либо значение частоты w , которая явно ниже собственной частоты по первой форме колебаний w_1 , затем производится серия расчетов с $w = w + \Delta w$ (Δw — небольшой шаг по частоте) до какого-то максимального значения частоты, которое ограничивается либо условиями эксплуатации, либо физическим смыслом задачи. Затем строится график зависимости определителя от подбираемой частоты $\Delta = f(w)$, определитель составляется из коэффициентов системы уравнений (12).

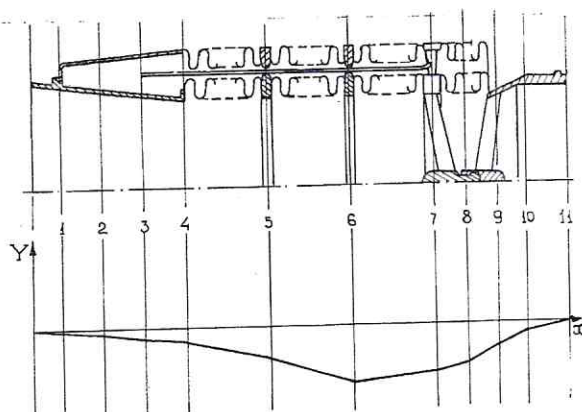


Рис. 4. Поперечные перемещения комбинированного компенсатора при колебаниях по первой форме

Форма колебаний строится по уже рассчитанным параметрам Y и θ (можно только Y). Для этого один из исходных параметров, например, M_0 , принимается равным единице и по имеющимся

соотношениям вычисляются все остальные, затем в удобном масштабе строятся графики, например, форма упругой линии $-Y = f(x)$ (рис. 4). Аналогичным образом можно построить зависимости моментов и перерезывающих сил от единичной нагрузки или от единичного перемещения.

Для компенсатора, приведенного на рис. 1, с характеристиками участков (см. табл.) экспериментально измеренная собственная частота поперечных колебаний по первой форме составила $\omega_{1э} = 258 \text{ с}^{-1}$ ($f_{1э} = 41,1 \text{ Гц}$), а рассчитанная по методу начальных параметров — $\omega_1 = 273 \text{ с}^{-1}$ ($f_{1э} = 41,1 \text{ Гц}$). Для данной конструкции компенсатора такое совпадение частот удовлетворяет техническим требованиям.

Отметим, что может создаться ситуация, при которой возможны отдельные поперечные резонансы гофрированных оболочек комбинированного компенсатора, поэтому их собственные частоты поперечных колебаний необходимо определить отдельно и вынужденные колебания рассматривать отдельно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мирсаев, Р. Н. Производство волновых компенсаторов / Р. Н. Мирсаев. Уфа: Мир печати, 2005. 87 с.
2. Ивович, В. А. Переходные матрицы в динамике упругих систем / В. А. Ивович. 2-е изд., перераб. М.: Машиностроение, 1981. 183 с.
3. Хронин, Д. В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов / Д. В. Хронин. М.: Машиностроение, 1970. 407 с.

ОБ АВТОРЕ



Мирсаев Рафаиль Нуриевич
доц. БАГСУ. Дипл. инж.-мех
по авиац. двиг. (УГАТУ, 1972)
Канд. наук. Иссл. в обл. кон-
струкций и технол. гибки
метал. трубопроводов.