

УДК 681.128.56

А. Х. СУЛТАНОВ, И. Л. ВИНОГРАДОВА, А. И. САЛИХОВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЕ, ПОДВЕРЖЕННОЙ ДЕФОРМАЦИОННЫМ ИЗМЕНЕНИЯМ

Рассмотрено поведение световой волны в прозрачной деформированной среде. Получены уравнения векторных составляющих электромагнитного поля в образце из прозрачного ситалла с учетом поляризации возникающей в результате деформации образца. Данные уравнения позволяют описать параметры световой волны при пропускании последних через среду с новыми оптическими свойствами, возникающими в результате искусственного создания неравновесных границ в данной среде. Результаты будут полезны при создании компонентов полностью оптических сетей телекоммуникаций. *Полностью оптические сети связи; поведение электромагнитной волны; прозрачная деформированная среда; неравновесные границы; поляризация*

Сегодня без систем телекоммуникаций невозможно представить деятельность ни одного промышленного предприятия. Огромная полоса пропускания оптоволоконных магистралей позволяет мультиплексировать в одно волокно до $10^6 \dots 10^7$ каналов (типа E0) [1] благодаря использованию временного и волнового способов уплотнения. Реализация волоконно-оптических систем передач и в перспективе полностью оптических сетей (All Optical Network — AON-сетей) требует разработки оптических компонентов управления информационными потоками.

Но создание полностью оптических транспортных сетей, в функционировании которых главную роль при коммутации, мультиплексировании, фильтрации, перегруппировании, ретрансляции играют не электронные (оптоэлектронные), а полностью оптические технологии и компоненты, связаны с трудностью преодоления негативного влияния нелинейных оптических эффектов [2]. Следует провести разграничение между полностью оптическими AON-компонентами и компонентами, в которых управление световым информационным потоком осуществляется действием электрических, магнитных потенциалов (электрооптические эффекты Керра, Поккельса, Фарадея [3] и т.д.), т.е. такими, в которых конструктивно заложено наличие электронных функциональных узлов. Например, работа WDM-мультиплексоров основана на дифракционном разделении световых волн разных длин [1,3], следовательно, эти устройства не требуют дополнительного использования электроники в отличие от моделей переменных аттенуаторов, в которых затухание регулируется путём изменения величины воздушного зазора при помощи пьезоэлектрика, или оптических изоляторов, использующих эффект магнитного вращения плоскости поляризации проходящей световой волны.

Неоднократно указывалось, что разработка принципов конструкций и проведение математического моделирования перспективных оптических компонентов, предназначенных для использования в AON-сетях преимущественно без использования управляющих электронных компонентов, является актуальной технической задачей. Одним из вариантов решения данной задачи

было использование прозрачных мелкозернистых материалов, получаемых методами интенсивной пластической деформации [2]. В качестве материала для деформирования наиболее подходящим по своим характеристикам является прозрачный ситалл.

Таким образом, математическое описание поведения световой электромагнитной волны в деформированной среде является промежуточной задачей на пути создания предложенных устройств.

1. УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ СРЕДЫ. ОРИЕНТАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДЕФОРМИРОВАННОЙ СРЕДЫ

Известно, что среды, в которых происходят электрические и связанные с ним магнитные явления, характеризуются диэлектрической проницаемостью, магнитной проницаемостью и проводимостью.

Существенным отличием диэлектриков является смещение связанных зарядов под действием электрического поля и вызванная этим поляризация диэлектрика. Эта поляризация называется индуцированной и характеризуется вектором поляризации P .

$$P = D - \epsilon_0 E.$$

При определении индуцированной поляризации в деформированном образце из ситалла определяющей является ориентационная составляющая. Ориентационная поляризация имеет место в диэлектрике, молекулы которого обладают собственным электрическим моментом.

С увеличением частоты поля перестают действовать сначала ориентационный, затем ионный и, наконец, электронный механизмы. Поэтому вектор поляризации P , а следовательно, и диэлектрическая проницаемость ϵ с частотой уменьшаются. Ориентационная поляризация, играющая значительную роль при низких частотах, при длинах волн, меньших 1 см, становится несущественной.

Известно, что при описании среды распространения поля используются уравнения состояния

среды. Наиболее развернутый вид для нелинейных сред имеет запись следующего вида:

$$\begin{aligned} D &= \epsilon_0 E + P^l + P^{nl} = \epsilon_a^l E + P^{nl}, \\ B &= \mu_0 (H + M^l + M^{nl}) = \mu_a^l H + \mu_0 M^{nl}, \\ J &= J^l + J^{nl} + J^{ct} = \sigma^l E + J^{nl} + J^{ct}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь P^l и P^{nl} — соответственно части вектора поляризации P , линейно и нелинейно зависящие от поля E ; M^l и M^{nl} — соответственно части вектора намагниченности M ; J^l и J^{nl} — линейная и нелинейная части плотности тока; J^{ct} — плотность стороннего тока.

Электромагнитные процессы описываются уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}; & \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ \text{div } \vec{D} &= \rho; & \text{div } \vec{B} &= 0; \end{aligned}$$

и уравнениями состояния среды.

Электромагнитный процесс, протекающий в среде, свойства которого не зависят от напряженности электромагнитного поля (линейная среда), называется линейным.

В процессе деформирования образцов из прозрачного ситалла под действием внешнего механического воздействия меняется структура образца, в результате чего возникают так называемые зоны дислокации.

Различают деформацию сдвига и деформацию кручения, зоны дислокации для этих случаев имеют различные направления. Если в случае прямолинейной деформации сдвига зоны дислокации носят прямолинейный характер, то в случае деформации кручения линии дислокаций располагаются по окружности.

Межзеренное взаимодействие в материалах представляет собой взаимодействие положительно и отрицательно заряженных частиц. Из этого следует, что в результате деформирования меняется ориентационная поляризация среды, так как возникают смещенные относительно друг друга области, т. е. возникают так называемые неравновесные границы. Несмотря на то, что уже указывалась незначительность ориентационной поляризации при длинах волн ниже 1 см, а в волоконной оптике используется нанометровый диапазон, нельзя исключить появление деформационно-ориентационной поляризации при описании поведения электромагнитной волны в рассматриваемой среде, так как его природа требует более детального рассмотрения.

Первое и второе уравнения Максвелла с учетом состояния среды (1.1) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \vec{J}, \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \vec{M}}{\partial t}. \end{aligned}$$

По характеристикам среды образец из ситалла относится к линейным средам, но уравнения

состояния среды должны учитывать изменение ориентационной поляризации, возникающее под действием деформации образца, т. е. в выражении для описания состояния поляризации появляется дополнительная составляющая $P^{деф}$, которую в большей степени можно отнести к нелинейной составляющей поляризации P^{nl} . Образец не обладает магнитными свойствами, и понятие намагниченности следует исключить. Таким образом, уравнения Максвелла с учетом состояния образца из ситалла запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}^l}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}^{деф}}{\partial t}, \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $P^{деф}$ — часть вектора поляризации P , возникающая при деформировании образца.

Нелинейная поляризация P^{nl} связана со смещением электронов, ионов и ориентаций молекул под действием распространяющегося поля.

Следует отметить, что уравнения Максвелла (1.2) не определяют электромагнитное поле полностью. Среди неограниченного числа возможных решений необходимо выделить только те, которые удовлетворяют граничным условиям рассматриваемой задачи.

2. ЗАПИСЬ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ДЕФОРМИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Рассмотрим свойства поля в той части пространства, где отсутствуют источники. В случае монохроматических полей с временной зависимостью $e^{i\omega t}$, где $\omega = 2\pi f$, векторы амплитуд поля описываются следующими выражениями [4]:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_m \cos(\omega t + \phi_E), \\ \vec{H} &= \vec{H}_m \cos(\omega t + \phi_H). \end{aligned} \quad (2.1)$$

В общем случае поляризация диэлектрика зависит от напряженности электрического поля

$$\vec{P} = \vec{P}(E),$$

и, как мы уже отмечали при рассмотрении нашего случая,

$$\vec{P} = \vec{P}^l + \vec{P}^{деф},$$

где $\vec{P}^l = \epsilon_0 \chi_s^l \vec{E}$, а χ_s^l — электрическая восприимчивость.

Рассмотрим выражения (2.1). В символической форме они выглядят в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}} &= \vec{E}_m e^{i(\omega t + \phi_E)} = \dot{\vec{E}} e^{i\omega t}, & \dot{\vec{E}} &= \vec{E}_m e^{i\phi_E}; \\ \dot{\vec{H}} &= \vec{H}_m e^{i(\omega t + \phi_H)} = \dot{\vec{H}} e^{i\omega t}, & \dot{\vec{H}} &= \vec{H}_m e^{i\phi_H}. \end{aligned}$$

Величины $\dot{\vec{E}}$ и $\dot{\vec{H}}$ можно представить как [4]

$$\vec{E} = \frac{\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{E}}^*}{2}, \quad \vec{H} = \frac{\dot{\vec{H}} + \dot{\vec{H}}^*}{2}.$$

Подставляя выражение для вектора \vec{E} в выражение для \vec{P}^n , имеем

$$\vec{P}^n = \varepsilon_0 \frac{\chi_2^n}{2} (\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{E}}^*),$$

или

$$P^n(w) = \varepsilon_0 \frac{\chi_2^n}{2} (\dot{E} + \dot{E}^*).$$

Заменой дифференцирования по времени вектора поля умножением его комплексной амплитуды на $i\omega$ получаем систему уравнений Максвелла для монохроматического поля:

$$\text{rot } \dot{\vec{H}} = i\omega\varepsilon_0 (\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}), \quad (2.2)$$

$$\text{rot } \dot{\vec{E}} = -i\omega\mu\mu_0 \dot{\vec{H}}. \quad (2.3)$$

Уравнения (2.2) и (2.3) содержат векторные функции $\dot{\vec{E}}$ и $\dot{\vec{H}}$. Исключим одну из них, сведя систему к одному уравнению для $\dot{\vec{E}}$ или $\dot{\vec{H}}$. С этой целью найдем ротор от обеих частей уравнений [5, 6]:

$$\begin{aligned} \text{rot rot } \dot{\vec{H}} &= i\omega\varepsilon_0 \cdot \text{rot } \dot{\vec{E}} + i\omega\varepsilon_0 \cdot \text{rot} (\dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}), \\ \text{rot rot } \dot{\vec{E}} &= -i\omega\mu\mu_0 \cdot \text{rot } \dot{\vec{H}}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Но, с другой стороны, применив к уравнениям (2.2) и (2.3) операцию дивергенции, получаем следующее [5, 6]:

$$\begin{aligned} \text{div rot } \dot{\vec{H}} &= i\omega\varepsilon_0 \cdot \text{div } \dot{\vec{E}} + i\omega\varepsilon_0 \cdot \text{div} (\dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}), \\ \text{div rot } \dot{\vec{E}} &= -i\omega\mu\mu_0 \cdot \text{div } \dot{\vec{H}}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Но из математики $\text{div rot } \vec{A} = 0$ [5].

Равенство нулю правой части первого выражения (2.5) выполняется только тогда, когда обе составляющие обращаются в нуль:

$$\text{div } \dot{\vec{E}} = 0, \quad \text{div} (\dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}) = 0, \quad \text{div } \dot{\vec{H}} = 0; \quad (2.6)$$

или выполняется следующее условие:

$$\text{div } \dot{\vec{E}} + \text{div} (\dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}) = 0, \quad \text{div } \dot{\vec{H}} = 0.$$

Теперь используем тождество из векторного анализа [5, 6]:

$$\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \text{div grad } \vec{A}. \quad (2.7)$$

Таким образом, выражения (2.4) с учетом (2.6) и (2.7) запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \text{rot rot } \dot{\vec{H}} &= -\text{div grad } \dot{\vec{H}} = -\nabla^2 \dot{\vec{H}}, \\ \text{rot rot } \dot{\vec{E}} &= \text{div grad } \dot{\vec{E}} = -\nabla^2 \dot{\vec{E}}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Оператор ∇^2 называется *лапласианом*.

В системе уравнений (2.4) заменим левые части на (2.8), а в правые части подставим непосредственно (2.2) и (2.3).

Тогда получаем

$$\begin{aligned} -\nabla^2 \dot{\vec{H}} &= -i^2\omega^2\varepsilon_0\mu\mu_0 \dot{\vec{H}} + i\omega\varepsilon_0 \cdot \text{rot} (\dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}), \\ -\nabla^2 \dot{\vec{E}} &= -i\omega\mu\mu_0 \cdot i\omega\varepsilon_0 (\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}). \end{aligned}$$

Введем комплексную величину

$$pk = i\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu\mu_0}$$

и назовем ее коэффициентом распространения в среде с учетом поляризации.

Это упростит запись уравнений, и они примут вид:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \dot{\vec{H}} + (pk)^2 \dot{\vec{H}} + i \frac{1}{\omega\varepsilon_0\mu\mu_0} \cdot \text{rot} (\dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}) &= 0, \\ \nabla^2 \dot{\vec{E}} + (pk)^2 (\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{P}}^n + \dot{\vec{P}}^{\text{деф}}) &= 0. \end{aligned}$$

Полученные дифференциальные уравнения второго порядка как раз и называются *волновыми уравнениями* (уравнениями Гельмгольца) [6], решение которых и является основной задачей.

Однородные волновые уравнения для обоих векторов идентичны. Поэтому должны быть одинаковыми решения этих уравнений для векторов $\dot{\vec{E}}$ и $\dot{\vec{H}}$, описывающие волны в безграничном пространстве. Решением волновых уравнений являются функции координат и времени, которые описывают электромагнитные волны, распространяющиеся в свободном пространстве, волноводах и других средах.

3. УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ ОБРАЗЦА ИЗ СИТАЛЛА, ПОДВЕРГНУТОГО ДЕФОРМАЦИИ

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в цилиндрическом образце из ситалла (рис.).

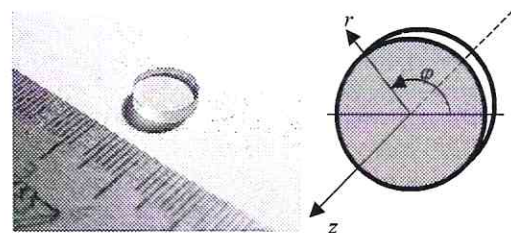


Рис. Фотоснимок и модель образца из ситалла

Для решения уравнений Максвелла, применительно к образцу из ситалла, представим, что векторы электрического и магнитного поля записываются в виде

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}(r, \varphi, z) &= \dot{\vec{E}}(r, \varphi) \cdot e^{-\gamma z}, \\ \dot{\vec{H}}(r, \varphi, z) &= \dot{\vec{H}}(r, \varphi) \cdot e^{-\gamma z}, \end{aligned}$$

где $\gamma = \alpha + i\beta$, α — коэффициент затухания; β — коэффициент фазы.

Обычно $\beta \gg \alpha$, поэтому можно положить, что $\gamma = i\beta$. Тогда получаем

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}(r, \varphi, z) &= \dot{\vec{E}}(r, \varphi) \cdot e^{-i\beta z}, \\ \dot{\vec{H}}(r, \varphi, z) &= \dot{\vec{H}}(r, \varphi) \cdot e^{-i\beta z}. \end{aligned}$$

Операция ротора в цилиндрической системе координат в матричной форме имеет следующий вид:

$$\text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \cdot r_0 & \varphi_0 & \frac{1}{r} \cdot z_0 \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \vec{A} & r \cdot \vec{A} & \vec{A} \end{vmatrix}.$$

Для простоты записи в дальнейшем будем опускать знак вектора при обозначении векторов электрической и магнитной напряженностей.

Записывая уравнения Максвелла в цилиндрической системе координат, применительно к образцу получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + i\beta \dot{H}_\varphi &= i\omega \epsilon_0 (\dot{E}_r + \dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}); \\ -i\beta \dot{H}_r - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} &= i\omega \epsilon_0 (\dot{E}_\varphi + \dot{P}_\varphi^n + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}}); \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{H}_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_r}{\partial \varphi} &= i\omega \epsilon_0 (\dot{E}_z + \dot{P}_z^n + \dot{P}_z^{\text{деф}}); \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} + i\beta \dot{E}_\varphi &= -i\omega \mu_0 \dot{H}_r; \\ -i\beta \dot{E}_r - \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} &= -i\omega \mu_0 \dot{H}_\varphi; \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \dot{E}_\varphi) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_r}{\partial \varphi} &= -i\omega \mu_0 \dot{H}_z. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь учтено, что образец образован диэлектрическими материалами, у которых $\mu = 1$.

По структуре поля направляемые волны делятся на поперечные, электрические, магнитные и гибридные. Световая электромагнитная волна относится к поперечным.

Выразим поперечные составляющие векторов поля через комбинацию E_z и H_z . Для этого проделаем элементарные математические действия над уравнениями (3.1) и (3.2), но первоначально перепишем их в удобной для рассмотрения форме:

$$i\omega \epsilon_0 (\dot{E}_r + \dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + i\beta \dot{H}_\varphi, \quad (3.3)$$

$$i\omega \epsilon_0 (\dot{E}_\varphi + \dot{P}_\varphi^n + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}}) = -i\beta \dot{H}_r - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r}, \quad (3.4)$$

$$i\omega \epsilon_0 (\dot{E}_z + \dot{P}_z^n + \dot{P}_z^{\text{деф}}) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \dot{H}_\varphi) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_r}{\partial \varphi},$$

$$i\omega \mu_0 \dot{H}_r = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} - i\beta \dot{E}_\varphi, \quad (3.5)$$

$$i\omega \mu_0 \dot{H}_\varphi = i\beta \dot{E}_r + \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}, \quad (3.6)$$

$$i\omega \mu_0 \dot{H}_z = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \dot{E}_\varphi) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_r}{\partial \varphi}.$$

Для определения поперечной составляющей вектора \dot{E}_r рассмотрим выражения (3.3) и (3.6):

$$i\omega \epsilon_0 (\dot{E}_r + \dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + i\beta \dot{H}_\varphi,$$

$$i\omega \mu_0 \dot{H}_\varphi = i\beta \dot{E}_r + \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r},$$

$$\dot{H}_\varphi = \frac{i\beta \dot{E}_r + \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}}{i\omega \mu_0}.$$

Тогда выражение (3.3) запишется в виде:

$$\begin{aligned} i\omega \epsilon_0 (\dot{E}_r + \dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}) &= \\ &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + i\beta \left(\frac{i\beta \dot{E}_r + \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}}{i\omega \mu_0} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\omega \epsilon_0 \dot{E}_r + i\omega \epsilon_0 (\dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}) &= \\ &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + i\beta \frac{i\beta \dot{E}_r}{i\omega \mu_0} + i\beta \frac{\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}}{i\omega \mu_0}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\omega \epsilon_0 \dot{E}_r &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + \frac{i\beta^2 \dot{E}_r}{\omega \mu_0} + \\ &+ \frac{\beta}{\omega \mu_0} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} - i\omega \epsilon_0 (\dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}), \\ \left(i\omega \epsilon_0 - \frac{i\beta^2}{\omega \mu_0} \right) \dot{E}_r &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + \\ &+ \frac{\beta}{\omega \mu_0} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} - i\omega \epsilon_0 (\dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= -\frac{i}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \beta^2)} \times \\ &\times \left(\frac{1}{r} \cdot \omega \mu_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + \beta \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} - i\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 (\dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}) \right). \end{aligned}$$

Обозначим

$$\gamma_{\perp}^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \beta^2, \quad (3.7)$$

где $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ — волновое число, γ_{\perp} — поперечное волновое число.

Таким образом, имеем

$$\gamma_{\perp}^2 = k_0^2 - \beta^2.$$

Таким образом, поперечная составляющая вектора \dot{E}_r , принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= -\frac{i}{\gamma_{\perp}^2} \left(\frac{1}{r} \cdot \omega \mu_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + \beta \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} - \right. \\ &\left. - i\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 (\dot{P}_r^n + \dot{P}_r^{\text{деф}}) \right). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Для определения поперечной составляющей вектора \dot{E}_φ рассмотрим выражения (3.4) и (3.5).

Выполняя действия, приведенные выше, аналогичным образом получаем

$$\dot{E}_\varphi = -\frac{i}{\gamma_\perp^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} - w\mu_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} - i\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \left(\dot{P}_\varphi^{\text{н}} + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}} \right) \right). \quad (3.9)$$

Для определения поперечной составляющей вектора \dot{H}_r , рассмотрим выражения (3.5) и (3.4). В результате получаем

$$\dot{H}_r = -\frac{i}{\gamma_\perp^2} \left(-w\varepsilon_0 \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} + \beta \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + i\beta w\varepsilon_0 \left(\dot{P}_\varphi^{\text{н}} + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}} \right) \right). \quad (3.10)$$

Для определения поперечной составляющей вектора \dot{H}_φ рассмотрим выражения (3.6) и (3.3). В результате получаем

$$\dot{H}_\varphi = -\frac{i}{\gamma_\perp^2} \left(w\varepsilon_0 \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \beta \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} - i\beta w\varepsilon_0 \left(\dot{P}_r^{\text{н}} + \dot{P}_r^{\text{деф}} \right) \right). \quad (3.11)$$

В векторной форме справедлива запись

$$\dot{E}_\perp = \vec{r}_0 \dot{E}_r + \vec{\varphi}_0 \dot{E}_\varphi, \quad (3.12)$$

$$\dot{H}_\perp = \vec{r}_0 \dot{H}_r + \vec{\varphi}_0 \dot{H}_\varphi, \quad (3.13)$$

так же справедлива запись

$$\dot{E} = \dot{E}_\perp + z_0 \dot{E}_z, \quad \dot{H} = \dot{H}_\perp + z_0 \dot{H}_z.$$

Подставляя в (3.12) и (3.13) вместо \dot{E}_r и \dot{E}_φ , \dot{H}_r и \dot{H}_φ , их выражения, полученные выше, получаем

$$\begin{aligned} \dot{E}_\perp = \vec{r}_0 \left[-\frac{i}{\gamma_\perp^2} \left(\frac{1}{r} \cdot w\mu_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + \beta \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} - i\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \left(\dot{P}_r^{\text{н}} + \dot{P}_r^{\text{деф}} \right) \right) \right] + \\ + \vec{\varphi}_0 \left[-\frac{i}{\gamma_\perp^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} - w\mu_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} - i\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \left(\dot{P}_\varphi^{\text{н}} + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}} \right) \right) \right]; \quad (3.14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_\perp = \vec{r}_0 \left[-\frac{i}{\gamma_\perp^2} \left(-w\varepsilon_0 \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} + \beta \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + i\beta w\varepsilon_0 \left(\dot{P}_\varphi^{\text{н}} + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}} \right) \right) \right] + \\ + \vec{\varphi}_0 \left[-\frac{i}{\gamma_\perp^2} \left(w\varepsilon_0 \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \beta \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} - i\beta w\varepsilon_0 \left(\dot{P}_r^{\text{н}} + \dot{P}_r^{\text{деф}} \right) \right) \right]. \quad (3.15) \end{aligned}$$

Выполняя простые математические действия над уравнением (3.14), получаем следующее:

$$\begin{aligned} \gamma_\perp^2 \dot{E}_\perp = -i\beta \left(\vec{r}_0 \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \vec{\varphi}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} \right) + \\ + i\omega\mu_0 \left(-\vec{r}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + \vec{\varphi}_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} \right) - \\ - w^2 \mu_0 \varepsilon_0 \left(\vec{r}_0 \left(\dot{P}_r^{\text{н}} + \dot{P}_r^{\text{деф}} \right) + \vec{\varphi}_0 \left(\dot{P}_\varphi^{\text{н}} + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}} \right) \right). \quad (3.16) \end{aligned}$$

Выражение (3.16) может быть переписано в виде

$$\gamma_\perp^2 \dot{E}_\perp = -i\beta \text{grad}_\perp \dot{E}_z + i\omega\mu_0 \left[z_0, \text{grad}_\perp \dot{H}_z \right] - w^2 \mu_0 \varepsilon_0 \left(\vec{r}_0 \left(\dot{P}_r^{\text{н}} + \dot{P}_r^{\text{деф}} \right) + \vec{\varphi}_0 \left(\dot{P}_\varphi^{\text{н}} + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}} \right) \right),$$

так как в (3.16) выражения в скобках имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{grad}_\perp \dot{E}_z = \vec{r}_0 \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \vec{\varphi}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi}, \\ z_0, \text{grad}_\perp \dot{H}_z = -\vec{r}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} + \vec{\varphi}_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r}. \end{aligned}$$

Аналогичным образом преобразуем уравнение (3.15):

$$\begin{aligned} \gamma_\perp^2 \dot{H}_\perp = -i\beta \left(\vec{r}_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + \vec{\varphi}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi} \right) - \\ - i\omega\varepsilon_0 \left(\vec{r}_0 \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} + \vec{\varphi}_0 \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} \right) + \\ + \beta w\varepsilon_0 \left(\vec{r}_0 \left(\dot{P}_\varphi^{\text{н}} + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}} \right) - \vec{\varphi}_0 \left(\dot{P}_r^{\text{н}} + \dot{P}_r^{\text{деф}} \right) \right). \quad (3.17) \end{aligned}$$

Выражение (3.17) может быть переписано в виде

$$\gamma_\perp^2 \dot{H}_\perp = -i\beta \text{grad}_\perp \dot{H}_z - i\omega\varepsilon_0 \left[z_0, \text{grad}_\perp \dot{E}_z \right] + \beta w\varepsilon_0 \left(\vec{r}_0 \left(\dot{P}_\varphi^{\text{н}} + \dot{P}_\varphi^{\text{деф}} \right) - \vec{\varphi}_0 \left(\dot{P}_r^{\text{н}} + \dot{P}_r^{\text{деф}} \right) \right),$$

так как

$$\begin{aligned} \text{grad}_\perp \dot{H}_z = \vec{r}_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + \vec{\varphi}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi}, \\ \text{grad}_\perp \dot{E}_z = \vec{r}_0 \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} + \vec{\varphi}_0 \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}. \end{aligned}$$

Получаем, что в общем случае, когда не рассматривается определенная система координат, продольные составляющие E_z и H_z являются решениями уравнений вида:

$$\nabla_\perp^2 \dot{E}_z + \gamma_\perp^2 \dot{E}_z = 0, \quad \nabla_\perp^2 \dot{H}_z + \gamma_\perp^2 \dot{H}_z = 0.$$

Таким образом, моделирование поведения электромагнитного поля в образце из ситалла сводится к решению системы уравнений Гельмгольца, полученных ранее, с использованием формул (3.8)–(3.11) для поперечных составляющих векторов поля с учетом (3.7). Как и было отмечено, эти уравнения отличаются от ранее известных уравнений наличием составляющей $R_{\text{деф}}$, характеризующей свойства неравновесного папоструктурного вещества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Убайдулаев, Р. Р. Волоконно-оптические сети / Р. Р. Убайдулаев. М.: Изд-во ЭКО-ТРЕНДЗ, 2000. 267 с.
2. Султанов, А. Х. Исследование влияния нелинейных эффектов в мелкозернистых стеклах на передаваемый импульс / А. Х. Султанов, И. А. Шарифгалиев, В. И. Канаков, И. Л. Виноградова // Вестник УГАТУ. 2004. Т. 5, № 1 (9). С. 92–101.
3. Матвеев, А. Н. Оптика: учебное пособие для физ. спец. вузов / А. Н. Матвеев. М.: Высшая школа, 1985. 351 с.
4. Кугушев, А. М. Основы радиоэлектроники. Электродинамика и распространение радиоволн: учеб. пособ. для вузов / А. М. Кугушев, Н. С. Голубева, В. Н. Митрохин. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 368 с.
5. Пименов, Ю. В. Техническая электродинамика: учеб. пособ. для вузов / Ю. В. Пименов, В. И. Вольман, А. Д. Муравцов. М.: Радио и связь, 2000.
6. Фальковский, О. И. Техническая электродинамика / О. И. Фальковский. М.: Связь, 1978. 432 с.

ОБ АВТОРАХ



Султанов Альберт Ханович, проф., зав. каф. телекоммуникац. систем. Дипл. инж. по многоканальн. электросвязи (Новосиб. электротехн. ин-т связи, 1973). Д-р техн. наук по управл. в техн. системах (УГАТУ, 1996). Иссл. в обл. телекоммуникационных оптоэлектронных аэрокосмических систем.



Виноградова Ирина Леонидовна, преп. каф. телекоммуникац. систем. Дипл. инж. по информационно-измерительным системам. Канд. техн. наук по применению вычисл. техники в науч. исследованиях (УГАТУ, 1999). Иссл. в обл. оптики, волоконно-оптической связи, теории обработки сигналов.



Салихов Айдар Илдарович, ассист. той же каф. Дипл. инж. по многоканальн. телекоммуникац. системам (УГАТУ, 2004). Иссл. в обл. оптики, волоконно-оптических сетей.

УДК 681.32

В. А. КОЛОСКОВ, А. А. АБУДЖАХАЛ

КЛЕТОЧНАЯ РЕСТРУКТУРИЗАЦИЯ МАТРИЧНЫХ ПРОЦЕССОРОВ

Рассмотрено построение клеточного алгоритма определения максимальных работоспособных областей в матричных процессорных структурах с произвольными комбинациями отказов. Определены модели и правила поиска максимальных подобластей на основе локальных данных об отказах, представлен клеточный алгоритм реализации правил и даны примеры его выполнения. *дефектоустойчивость; матричные структуры; клеточные вычисления; параллельные подстановки*

В настоящей работе рассматривается одно из направлений повышения отказоустойчивости многопроцессорных систем с отказами компонент, допускающее мягкую деградацию путем реструктуризации в более мелкозернистую систему. Реструктуризация с уменьшением размерности выполняется без использования резервных элементов и трексов и применима не только на этапе производства матричных процессоров с целью увеличения процента выхода годных, но и после появления фатальных отказов на этапе функцио-

нирования, когда возможности средств реконфигурирования оказываются исчерпанными.

Продление срока службы и снижение уровня деградации при реструктуризации обеспечиваются выделением сплошных выпуклых областей из работоспособных узлов. Основными условиями эффективной реструктуризации являются сохранение активности наибольшего числа компонент в структуре с отказами и способности системы к последующей реконфигурации при функционировании. Среди известных алгоритмов выде-