

Т. В. ЕНИКЕЕВ

## РАЗРАБОТКА ЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ЗАЧЕТНО-ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ СЕССИИ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ И АНАЛИЗ ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Рассмотрена задача составления расписания зачетно-экзаменационной сессии студентов заочной формы обучения; разработан концептуальный подход к составлению расписания сессии с помощью Теории Решения Изобретательских Задач (ТРИЗ). Предложена вероятностная модель оперативного управления системой мероприятий, в рамках которой исследованы свойства некоторых характеристик; сформулирован ряд эвристик, повышающих на этапах планирования и оперативного управления вероятность успешного выполнения данной системы мероприятий. Представлен равновероятный алгоритм генерации задач составления расписания сессии. Представлен алгоритм составления расписания сессии и статистическая оценка его эффективности. *Расписание зачетно-экзаменационной сессии; Теория решения изобретательских задач (ТРИЗ); оперативное управление системой мероприятий; равновероятная генерация задач; алгоритм составления расписания сессии; статистическая оценка*

### ЗАДАЧА СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ЗАЧЕТНО-ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ СЕССИИ

Одним из этапов обучения по заочной форме является проведение зачетно-экзаменационной сессии. В течение сессии студенты имеют возможность получить консультацию по вопросам, возникшим в процессе самостоятельного изучения материала, а также сдают экзамены и зачеты по дисциплинам пройденного семестра в соответствии с учебными планами. Задачей составления расписания сессии является распределение всех консультаций, зачетов и экзаменов в течение периода проведения сессии с учетом ограниченности имеющихся ресурсов: преподавателей, аудиторий и протяженности сессии [1, 2]. Данная задача является *NP*-полной [3], что означает отсутствие известных эффективных (полиномиальных) точных алгоритмов ее решения. Для ее решения на практике, как правило, используют эвристические алгоритмы усеченного перебора. При этом авторы этих алгоритмов используют, в основном, эвристику первоначального размещения более крупных объектов, давая разные интерпретации сложности объектов, и не используют другие эвристики, которые могут оказаться весьма эффективными для решения данной задачи [2, 4].

Поэтому актуально разрабатывать алгоритмы, позволяющие эффективно приближенно решать задачи большого размера за короткое время.

### 1. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ РЕШЕНИЯ ИЗОБРЕТАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ (ТРИЗ)

ТРИЗ – система многих приемов и принципов, предусматривающая целенаправленное управление процессом решения задач на основе знания законов развития объективной действительности.

Эти эвристики применяются при проектировании и совершенствовании физических объектов и позволяют существенно повысить эффективность поиска хороших вариантов их конструкций [5].

В [6] большинство эвристик ТРИЗ, называемых принципами ТРИЗ, трансформированы применительно к рассматриваемой задаче. При этом некоторым различным эвристикам ТРИЗ соответствует одна и та же эвристика составления расписаний, что объясняется общностью эвристик ТРИЗ и весьма специфическим характером такого объекта, как расписание зачетно-экзаменационной сессии.

Систематизацию принципов ТРИЗ можно использовать и для конструирования новых эффективных эвристик составления расписаний.

В частности, исследование принципа местного качества и принципа динамичности приводит к задаче управления системой мероприятий во время их выполнения (а не только составления начального расписания), определению новой целевой функции и созданию вероятностной модели оперативного управления системой мероприятий.

### 2. ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМОЙ МЕРОПРИЯТИЙ

Традиционными целевыми функциями в задачах составления расписаний являются максимизация количества распределенных объектов и минимизация общей продолжительности выполнения работ [2].

В [7, 8] предложены математические модели, анализ которых позволяет максимизировать вероятность успешного выполнения системы мероприятий в условиях оперативного управления ими.

Предполагается, что назначенное мероприятие может выполняться, а может и не выполняться, что зависит от случая. Эти модели актуальны для ситуаций, когда ущерб от невыполнения мероприятий в течение указанного периода времени большой.

В [7] предложена следующая математическая модель оперативного управления системой зависимых мероприятий.

Дан период времени  $T = \overline{1, \tau}$ , в течение которого необходимо выполнить мероприятия

$A = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ . Выполнение каждого из них занимает единичный интервал времени.  $A_i, i = \overline{1, n}$  поставлена в соответствие вероятность успешного выполнения  $p_i$  и вероятность отказа  $q_i = 1 - p_i$ .

Отказы выполнения мероприятий независимы в совокупности.

Оперативное управление системой мероприятий заключается в том, что если при выполнении некоторого  $A_m, m = \overline{1, n}$  происходит отказ, то оно переносится на последующий незанятый интервал времени. Если нет свободных интервалов времени, то выполнение мероприятий прекращается, и система считается неисполненной (отказ).

Для такой системы получена формула вероятности успешного выполнения.

В [7] предложена обобщенная математическая модель оперативного управления системой попарно зависимых мероприятий и получена формула вероятности успешного выполнения такой системы при применении стратегии переноса на ближайший свободный момент времени. Обобщение заключается в рассмотрении  $m$  наборов мероприятий, которые необходимо выполнить:

$$A^1 = (A_1^1, A_2^1, \dots, A_{n_1}^1), |A^1| = n_1;$$

$$A^2 = (A_1^2, A_2^2, \dots, A_{n_2}^2), |A^2| = n_2;$$

...

$$A^m = (A_1^m, A_2^m, \dots, A_{n_m}^m), |A^m| = n_m$$

и задании пар несовместных мероприятий

$$C = \left\{ \left( A_{j_1}^{i_1}, A_{j_2}^{i_2} \right), i_1 \in \overline{1, m}, i_2 \in \overline{1, m}, i_1 \neq i_2, \right. \\ \left. j_1 \in \overline{1, n_{i_1}}, j_2 \in \overline{1, n_{i_2}} \right\}, \text{ ко-}$$

торые нельзя проводить одновременно. Каждый элемент из  $C$  представляет собой пару мероприятий, принадлежащих различным наборам.

В [8] предложена расширенная математическая модель, и обсуждаются верхняя и нижняя оценки для вероятности успешного выполнения системы зависимых мероприятий в условиях оперативного управления ими. Расширение заключается в определении множества групп несовместных мероприятий

$$C = \left\{ \left( A_{j_1}^{i_1}, \dots, A_{j_k}^{i_k} \right), i_1 \in \overline{1, m}, \dots, i_k \in \overline{1, m}, \right. \\ \left. i_{i_1} \neq i_{i_2}, j_1 \in \overline{1, n_{i_1}}, \dots, j_k \in \overline{1, n_{i_k}} \right\}, \text{ меро-}$$

приятия из одной группы нельзя проводить одновременно. Каждый элемент множества  $C$  представляет собой группу мероприятий (пары, тройки или другие группы), принадлежащих различным линейкам.

Анализ предложенных моделей [7, 8] позволил сформулировать следующие эвристики, повышающие на этапе планирования и на этапе оперативного управления вероятность успешного выполнения системы мероприятий:

– при планировании следует каждое из мероприятий размещать на возможно более ранний срок

– при планировании следует мероприятия с большей вероятностью отказывать раньше мероприятий с меньшей вероятностью отказа;

– при оперативном управлении следует отказавшее мероприятие перенести на первый свободный интервал времени.

### 3. РАВНОВЕРОЯТНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ЗАДАЧ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ СЕССИИ

Одной из проблем при разработке эвристического алгоритма является оценка его эффективности. Для объективной оценки проводится статистическое тестирование; в нем необходимо случайно выбрать задачи из множества всех задач, для решения которых алгоритм предназначен (или какого-то заданного подмножества этого множества).

Генерация задач составления расписания сессии сводится к независимому формированию дней присутствия преподавателей и количества студентов в группах [9].

### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМА СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ СЕССИИ

В [10] предложен эвристический алгоритм составления расписания сессии, основанный на принципах ТРИЗ: изменения окраски, местного качества, механических колебаний, объединения, матрешки, универсальности, антивеса.

Выполним статистическое исследование алгоритма на множестве равновероятно сгенерированных задач. Проведем четыре эксперимента, для которых используем следующий набор входных параметров.

– Число дней сессии:

в первом и втором – 20 (пять выходных),

в третьем и четвертом – 21 (6 выходных).

– Во всех экспериментах используется 20 аудиторий, они доступны все дни; вместимость каждой составляет 30 человек.

– Во всех экспериментах используется 20 преподавателей.

– Во всех экспериментах предполагается провести 335 консультаций и 335 зачетов/экзаменов.

– Дни присутствия преподавателей:

в первом сформируем равновероятным генератором бинарных векторов с использованием следующих параметров:

минимальное количество дней присутствия равно 15;

максимальное количество дней присутствия ограничено количеством дней в сессии;

во втором и четвертом преподаватели доступны все дни;

в третьем дни с 1 по 20 такие же, как в первом, в 21-й день доступны все преподаватели.

– Количество студентов в группах:

в первом и втором сформируем равновероятным генератором целочисленных векторов с использованием следующих параметров:

минимальное количество студентов в группе – 8;

максимальное количество студентов в группе – 25;

общее количество студентов – 400;

общее количество групп – 38;

в третьем такие же как в первом;

в четвертом такие же как во втором.

Для каждого эксперимента сгенерируем 500 задач; для четырех экспериментов получим 2000 задач.

В качестве критериев эффективности работы алгоритма примем величины

$K_x = M(X)$  – математическое ожидание случайной величины  $X$  – доли нераспределенных консультаций среди всех консультаций,

$K_y = M(Y)$  – математическое ожидание случайной величины  $Y$  – доли нераспределенных зачетов/экзаменов среди всех зачетов/экзаменов.

Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – будущие независимые реализации  $X$ ,  $Y_1, \dots, Y_n$  – будущие независимые реализации  $Y$ .

$\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n X_i$  – состоятельная и несмещенная оценка  $K_x$ .

$\bar{Y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Y_i$  – состоятельная и несмещенная оценка  $K_y$ .

$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  – состоятельная и несмещенная оценка дисперсии  $X$ .

$S_y^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$  – состоятельная и несмещенная оценка дисперсии  $Y$ .

Приближенный доверительный интервал

$$\text{для } K_x - \left[ \bar{X} \pm z_\alpha \cdot \frac{S_x}{\sqrt{n}} \right],$$

$$\text{для } K_y - \left[ \bar{Y} \pm z_\alpha \cdot \frac{S_y}{\sqrt{n}} \right],$$

где  $z_\alpha$  – корень уравнения  $2 \cdot \Psi(z) = \alpha$ ,

$$\Psi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \text{функция Лапласа,}$$

$\alpha$  – величина, близкая к вероятности накрытия указанным доверительным интервалом неизвестного значения  $K_x, K_y$ .

Получены следующие доверительные интервалы для  $\alpha = 99$ :

|   | $K_x$         | $K_y$         |
|---|---------------|---------------|
| 1 | 0,130±0,00101 | 0,185±0,00187 |
| 2 | 0,077±0,00083 | 0,097±0,00103 |
| 3 | 0,113±0,00099 | 0,144±0,00165 |
| 4 | 0,057±0,00075 | 0,076±0,00100 |

Анализ показал, что предложенный в [10] алгоритм обладает следующими качествами:

- высокая плотность распределения мероприятий;
- низкие показатели количества нераспределенных мероприятий для короткого временного интервала;
- устойчивость к изменению численности групп;
- устойчивость к изменению дней присутствия преподавателей.

## ВЫВОДЫ

Для задачи составления расписания зачетно-экзаменационной сессии студентов заочной формы обучения разработаны:

- соответствующая математическая модель;
- алгоритм равновероятной генерации задач составления расписания сессии;
- алгоритм составления расписания сессии, основанный на принципах ТРИЗ.

Выполнено статистическое исследование этого алгоритма, которое показало, что он имеет устойчивые по отношению к изменению некоторых входных параметров характеристики.

Для задач составления расписаний систем мероприятий, для которых важно выполнение назначенных мероприятий в срок при их отказах, разработаны вероятностные модели, анализ которых позволяет сформулировать приемы, позволяющие повысить улучшающие характеристики таких моделей.

Использованные алгоритмы в целом и отдельные идеи могут быть применены при составлении расписаний учебных занятий, графика авиарейсов, планов выполнения проектов и решении других практических задач.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Еникеев, Т. В. Задача составления расписания зачетно-экзаменационной сессии / Т. В. Еникеев // Автоматизированные системы управления учебным процессом в ВУЗе: опыт, проблемы, возможности: сборник материалов III Всероссийского научно-практического семинара. Шахты: изд-во ЮРГУЭС, 2005. С. 18–21.
2. Еникеев, Т. В. Подходы к решению задачи составления расписания зачетно-экзаменационной сессии / Т. В. Еникеев. Уфа: УГАТУ, 2004. 18 с.
3. Касьянов, В. Н. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение / В. Н. Касьянов, В. А. Евстигнеев. СПб.: БХВ-Петербург, 2003. 1104 с.
4. Enikееv, T. V. A Detailed Schedule Construction Analysis / T. V. Enikееv // Proceedings of the 7th International Workshop on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2005). Ufa, Russia, 2005. Vol. 3. PP. 121–124.
5. Альтшуллер, Г. С. Творчество как точная наука / Г. С. Альтшуллер. М.: Советское радио, 1979. 184 с.
6. Enikееv, T. V. A Conceptual Approach for Session Schedule Construction with the Help of Theory of Inventive Problem Solving (TRIZ) / T. V. Enikееv // Proceedings of the 6th International Workshop on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2004). Budapest, Hungary, 2004. Vol. 2. PP. 282–285.
7. Еникеев, Т. В. Вероятностная модель оперативно-го управления системой мероприятий / Т. В. Еникеев, Ю. В. Орехов, Д. Г. Султанбеков, Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. Уфа, 2005. 30 с.
8. Еникеев, Т. В. Анализ вероятностной модели оперативно-го управления системой зависимых мероприятий специального вида / Т. В. Еникеев, Ю. В. Орехов, Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. Уфа, 2006. 20 с.
9. Еникеев, Т. В. Генератор задач «Расписание зачетно-экзаменационной сессии» / Т. В. Еникеев // Принятие решений в условиях неопределенности: межвуз. науч. сборник. Вып. 2. Ч. 2. Уфа, 2005. С. 216–219.
10. Еникеев, Т. В. Эвристический алгоритм составления расписания зачетно-экзаменационной сессии / Т. В. Еникеев // Информационно-вычислительные технологии и их приложения: сборник статей IV российско-украинского научно-технического и методического симпозиума. Пенза: РИО ПГСХА, 2006. С. 90–96.