

УДК 621.2.082.18

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИЧИН ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ В СИЛОВЫХ ГИДРОПРИВОДАХ

П. В. ПЕТРОВ

pgl.petrov@mail.ru

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 26.02.2019

Аннотация. Приводятся проблемы, связанные с применением аналитических методов для исследования гидравлических устройств. Проанализировано влияние силы сухого трения и «нежесткости» силовой проводки на режимы работы устройств гидроавтоматики. Построены математические модели для исследования вынужденных колебаний подпружиненной массы и влияния, относительной частоты на протекание рабочих процессов. Рассматриваются проблемы, связанные с применением аналитических методов для исследования гидравлических устройств. Полученные в результате численного эксперимента характеристики показывают, насколько сильно особенности физических процессов и критические режимы влияют на быстродействие и надежность систем.

Ключевые слова: аналитические методы; автоколебания; нелинейная математическая модель; сила сухого трения; «нежесткость» силовой проводки; быстродействие; силовой гидропривод; численный эксперимент.

СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Опыт производства гидрофицированных систем показывает, что в ряде случаев изготовленные машины оказывались неработоспособными из-за интенсивных автоколебаний, для устранения которых приходилось затрачивать значительные средства и много времени. Изучение колебательных процессов в гидropередачах должно основываться на их динамическом анализе, в результате которого могут быть сделаны выводы о тех необходимых условиях и соотношениях между параметрами гидравлической передачи, которые должны обеспечить ее динамическую устойчивость. Решение этой задачи, требующее выяснения совместного влияния на динамику системы та-

ких специфических для гидropередач факторов, как утечки, гидравлические сопротивления и сжимаемость рабочей жидкости, до сих пор не найдено, несмотря на то, что каждое из указанных физических свойств, присущих жидким телам, являлось предметом большого количества исследований [1].

В данной статье рассматриваются причины возникновения автоколебаний в силовых приводах с учетом трения скольжения и влияния «нежесткости» силовой проводки на динамику гидропривода.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основные трудности НИР в данной области определяются тем, что разработки

в области численного моделирования рабочих процессов в гидромеханике, как и процессов в сложных технических системах, носят в целом разрозненный характер. Причем наиболее значимые результаты исследований, получаемые с применением рациональных подходов, фундаментального и многодисциплинарного видения проблем, особенно нуждаются в интеграции и доведении их до стадии готового к применению отечественного прикладного инструментария. Существующие недостатки использования численного решения применительно к устройствам гидроавтоматики предлагается преодолеть, а кроме того, существенно рационализировать, используя теорию подобия, объектно-ориентированную технологию и элементы автоматизации многопараметрического синтеза сложных гидромеханических систем. Выполнение данного проекта позволит создать современную отечественную систему моделирования процессов, как в гидромеханических системах, так и в иных более сложных технических системах.

Зачастую работа некоторых тихоходных силовых приводов сопровождается колебательными процессами, что в ряде случаев является причиной активного отказа. При этом исполнительные устройства начинают перемещаться рывками, что приводит к нарушению нормальной работы, а в ряде случаев к полной потере работоспособности системы.

Наиболее вероятными причинами возникновения автоколебательных режимов, нарушающих нормальную работу гидравлических приводов, является падающая зависимость силы трения от относительной скорости подпружиненной подвижной силовой части системы либо сжимаемостью столба жидкости в приводе, или влияние так называемой гидродинамической пружины [1]. Кроме того, возникновению таких колебаний могут способствовать: наличие нерастворенного воздуха в системе; неравномерная или чрезмерная затяжка планок или клиньев направляющих; неравномерная нагрузка; недостаточная смазка или задиры на сопряженных поверхностях; неправиль-

ная установка гидроцилиндра; перекос уплотнений штока цилиндра и др.

Для того чтобы устранить автоколебания и определить область параметров, при которых они отсутствуют, необходимо разработать математическую модель, описывающую эти явления.

ВЛИЯНИЕ СИЛ ТРЕНИЯ НА АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРИВОДАХ

Одной из наиболее часто встречающихся причин возникновения автоколебаний в силовых приводах является наличие сухого или контактного трения [2]. К примеру, в тяжелых силовых и очень тихоходных гидро приводах наблюдаются устойчивые и хорошо воспроизводимые автоколебания.

Однако, анализируя такое явление как фрикционное трение всегда сталкиваются с большими трудностями, обусловленными стохастическим характером этого существенно нелинейного явления. В основном это связано с изменением состояния трущихся пар, влиянием внешних условий и т.п.

Наличие данных нелинейных явлений в системе значительно затрудняет ее теоретическое исследование. Как правило, такие системы описываются нелинейным дифференциальным уравнением высокого порядка. При такой постановке вопроса наиболее оптимальным вариантом исследования являются методы, основанные на фундаментальных уравнениях сохранения, с учетом существенных нелинейностей, что способствует значительному повышению адекватности моделей. Попробуем более подробно проанализировать влияние сил трения на возникновение автоколебаний в силовых приводах.

Поскольку поставленная задача очень сложная и неоднозначная, ее необходимо рассмотреть с некоторыми допущениями:

- трубопроводы короткие (сосредоточенные параметры);
- волновые явления в трубопроводах отсутствуют;
- трубопроводы абсолютно гладкие;
- стенки трубопровода являются абсолютно жесткими;

- жидкость несжимаемая и соблюдается условие неразрывности;
- гидродинамические силы на золотнике отсутствуют;
- коэффициенты расхода через золотник и через его щели считаются постоянными;
- давление слива равно нулю;
- рассматривается только положительная четверть расположения характеристики «сухого» трения;
- потери в каналах корпуса, пропускающих основной поток, не учитываются.

Гидромеханический следящий привод (бустер) (рис. 1) представляет собой элемент системы управления, охваченный отрицательной обратной связью по положению выходного звена (выходной сигнал пропорционален входному – режим слежения) [1, 3].

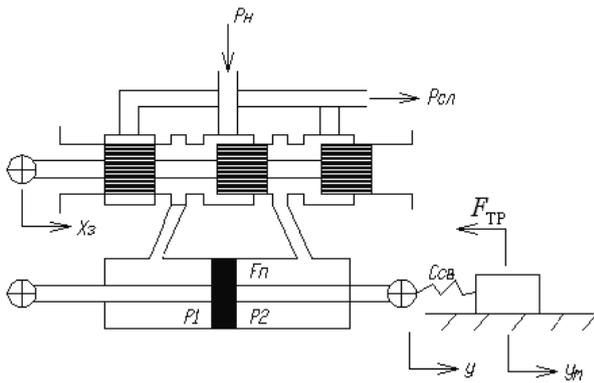


Рис. 1. Принципиальная схема бустера без обратной связи

На первом этапе рассмотрения задачи принимаем коэффициент обратной связи равным нулю.

В данном случае рассматривается численная безразмерная модель гидравлического усилителя (рис. 1) с различными характеристиками трения, такими как $F_{ст} = 0$, $F_{ст} = 20$, и падающая характеристика вида $F_{ст} = 20 - 5 \cdot y$ до 5. В схеме, приведенной на рис. 1, сила движения приложена к золотнику, а сила «сухого» трения действует на массу, жестко связанную со штоком гидроцилиндра ($C_{св} = \infty$). Щель золотника увеличивается с постоянной скоростью.

Схему, приведенную на рис. 1, при некоторых допущениях можно описать следующей системой уравнений:

1) уравнение движения поршня гидроцилиндра с массой:

$$m_p \cdot \frac{d^2 y_p}{dt^2} = F \cdot (p_1 - p_2) - k_{vp} \cdot \frac{dy_p}{dt} - F_c \cdot \text{sign}\left(\frac{dy_p}{dt}\right), \quad (1)$$

где y_p – перемещение поршня; m_p – масса поршня; F – площадь поршня; p_1 – давление в правой полости гидроцилиндра; p_2 – давление в левой полости гидроцилиндра; k_{vp} – коэффициент вязкого трения в гидроцилиндре; F_c – сила сухого трения нагрузки о поверхность.

Функция пользователя определения силы сухого трения:

$$F_c := \begin{cases} \text{if } v_p < v_0 \text{ then } 20 - 5 \cdot v_p \\ \text{else } 5 \\ \text{end} \end{cases}, \quad (2)$$

где v_p – скорость перемещения поршня гидроцилиндра, м/с; v_0 – начальная скорость золотника, м/с;

2) уравнение баланса расходов для правой полости гидроцилиндра:

$$\begin{aligned} \mu \cdot b \cdot v_0 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |p_p - p_1|} \cdot \text{sign}(p_p - p_1) = \\ = F \cdot \frac{dy_p}{dt} + \frac{V_0 + F \cdot y_p}{E} \cdot \frac{dp_1}{dt}, \end{aligned} \quad (3)$$

где μ – коэффициент расхода через окно золотника; b – ширина окна золотника; $v_0 \cdot t$ – перемещение золотника; p_p – давление питания гидросистемы; V_0 – начальный объем полостей гидроцилиндра; E – модуль объемной упругости жидкости;

3) уравнение баланса расходов для левой полости гидроцилиндра:

$$\begin{aligned} F \cdot \frac{dy_p}{dt} = \mu \cdot b \cdot v_0 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |p_2|} \cdot \text{sign}(p_2) + \\ + \frac{V_0 - F \cdot y_p}{E} \cdot \frac{dp_2}{dt}. \end{aligned} \quad (4)$$

Путем несложных преобразований приведем размерную модель (уравнений (26), (27) и (28)) к безразмерному виду, используя такие масштабные коэффициенты (5–10) [4].

Механическая постоянная времени, с,

$$T_{mp} = \sqrt{\frac{m_p}{C_{gd}}}, \quad (5)$$

где C_{gd} – гидродинамическая жесткость привода, Н/м.

Безразмерная механическая постоянная

$$\overline{T_{mp}} = \frac{T_{mp}}{T_0}, \quad (6)$$

где T_0 – масштаб времени, с (как правило, принимают равную 1 с).

Коэффициент демпфирования

$$\xi_p = \frac{k_{vp}}{2 \cdot \sqrt{m_p \cdot C_{gd}}}. \quad (7)$$

Максимальный расход через управляющий золотник

$$Q_{\max} = \mu \cdot b \cdot x_{\max} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot p_p}. \quad (8)$$

Гидравлическая постоянная времени гидроусилителя

$$T_{gy} = \frac{F \cdot x_{\max}}{Q_{\max}}. \quad (9)$$

Объемная постоянная времени гидроусилителя

$$T_V = \frac{V_0 \cdot T_0}{E \cdot Q_{\max}}. \quad (10)$$

Масштаб времени: $T_0 = 1$ с, масштаб перемещения: x_{\max} , масштаб давления: p_p .

$$\overline{T_{mp}}^{-2} \cdot \frac{d^2 \overline{y_p}}{dt^2} = \overline{F} \cdot (\overline{p_1} - \overline{p_2}) - 2 \cdot \xi_p \cdot \overline{T_{mp}} \cdot \frac{d \overline{y_p}}{dt} - \xi_{cp} \cdot \text{sign}\left(\frac{d \overline{y_p}}{dt}\right), \quad (11)$$

где $\overline{T_{mp}}$ – безразмерная механическая постоянная времени поршня; ξ_p – коэффициент

вязкого трения в поршне; ξ_{cp} – коэффициент сухого трения в поршне.

$$v_0 \cdot t \cdot \sqrt{1 - \overline{p_1}} = \overline{T_{gy}} \cdot \frac{d \overline{y_p}}{dt} + \overline{T_{vp}} \cdot \frac{d \overline{p_1}}{dt}, \quad (12)$$

где $\overline{T_{gy}}$ – безразмерная постоянная времени гидроусилителя.

$$\overline{T_{gy}} \cdot \frac{d \overline{y_p}}{dt} = v_0 \cdot t \cdot \sqrt{\overline{p_2}} + \overline{T_{vp}} \cdot \frac{d \overline{p_2}}{dt}, \quad (13)$$

где $\overline{T_{vp}}$ – безразмерная постоянная времени наполнения гидроцилиндра.

Данная модель решалась в пакете *MathCAD* методом Рунге–Кутты (*Runge–Kutta*) с 10000 шагов в период времени 0,5 секунды.

Далее представлено интегрирование в *MathCAD document*. Проанализирована разомкнутая система, работающая в условиях автоколебания [5].

Начальные данные:

$$y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Для того чтобы решить данную задачу используя стандартный решатель *MathCAD*, методом Рунге–Кутты 4-го порядка, полученную систему уравнений, необходимо представить в виде матрицы первых производных.

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1; \\ \frac{\left((y_2 - y_3) \cdot F - k_v \cdot y_1 - (-F_c(y_1) \cdot \text{sign}(y_1)) \right)}{m_p}; \\ E \cdot \frac{\left(\mu \cdot b \cdot v_0 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |p_p - y_2|}{\rho}} \times \right.}{V_0 + F \cdot y_0} \\ \left. \times \text{sign}(p_p - y_2) - F \cdot y_1 \right); \\ E \cdot \frac{\left(F \cdot y_1 - (-\mu \cdot b \cdot v_0 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |y_3|}{\rho}} \cdot \text{sign}(y_3)) \right)}{V_0 - F \cdot y_0}; \end{array} \right. \quad (15)$$

где $y_0 \rightarrow \Delta y$ – перемещение поршня, м;
 $y_1 \rightarrow \Delta v$ – скорость поршня, м/с;
 $y_2, y_3 \rightarrow \Delta p_1, \Delta p_2$ – приращение давления
 жидкости при сжатии, МПа; m_p – масса
 поршня с 1/3 массы пружин, кг; E – кине-
 матический модуль объемной упругости;
 V_0 – начальный объем камер золотника;
 p_p – давление питания; F – площадь
 поршня; k_v – коэффициент вязкого трения;
 μ – коэффициент расхода через золотник;
 b – ширина щели золотника; v_0 – началь-
 ная скорость золотника; ρ – плотность

жидкости; $C_{gd} = \frac{2 \cdot E \cdot F^2}{V_0}$ – гидродинамиче-

ская жесткость цилиндра;

$\xi = \frac{k_v}{2 \cdot \sqrt{m \cdot C_{gd}}}$ – безразмерный коэффи-

циент вязкого трения.

1 случай: $F_c(y) := 0 \text{ Н}$;

2 случай: $F_c(y) := 20 \text{ Н}$;

3 случай: $F_c(y) := \text{if}(y < v_0, 20 - 5 \cdot y, 5)$ –
 условие для задания силы «сухого» трения.

Число шагов для решения системы
 уравнений: $n = 0 \dots 10000$.

Вызов решателя:
 $z := \text{rkfixed}(y, 0, 0.5, 10000, D)$.

Как видно из представленных зависимо-
 стей, в первом случае (рис. 2–3), когда ве-
 личина силы сухого трения $F_c = 0$ просадки
 характеристики не наблюдается, во втором
 (величина силы сухого трения $F_c = 20 \text{ Н}$) за-
 метна просадка по скорости на 0,12 секун-
 ды, а в третьем случае (в модель введена
 падающая характеристика трения вида
 $F_c = 20 - 5 \cdot y$ до 5) с падающей характе-
 ристикой трения кроме просадки наблюдают-
 ся также релаксационные автоколебания
 усилителя.

Из представленных графиков (рис. 2–3)
 видно, что даже в такой сложной системе
 как гидроусилитель возможны релаксаци-
 онные автоколебания. Таким образом,
 при постоянном коэффициенте трения си-
 стема ведет себя вполне спокойно, при вве-
 дении в расчеты незначительных величин
 сухого трения проявляются релаксационные
 автоколебания системы.

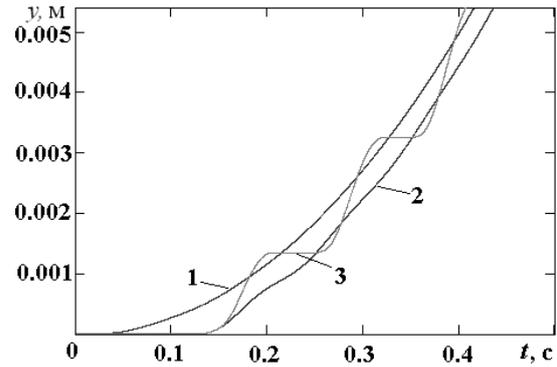


Рис. 2. Перемещение поршня: 1 – величина
 силы сухого трения $F_c = 0 \text{ Н}$; 2 – величина
 силы сухого трения $F_c = 20 \text{ Н}$; 3 – в модель
 введена падающая характеристика трения
 вида $F_c = 20 - 5 \cdot y$ до 5 Н

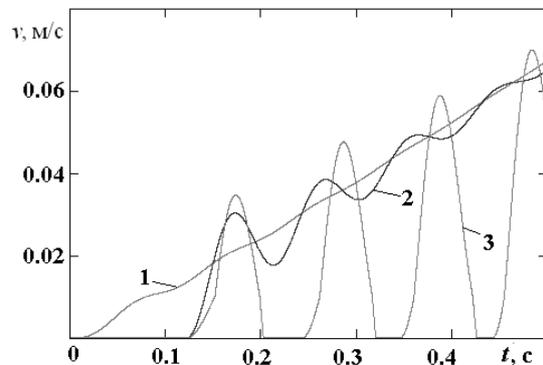


Рис. 3. Скорость перемещения поршня: 1 – величина
 силы сухого трения $F_c = 0$; 2 – величина силы сухого
 трения $F_c = 20 \text{ Н}$; 3 – в модель введена
 падающая характеристика трения вида
 $F_c = 20 - 5 \cdot y$ до 5

В дальнейшем, предполагается проведе-
 ние более обширного исследования данной
 схемы с различными падающими характе-
 ристиками трения.

ВЛИЯНИЕ «НЕЖЕСТКОСТИ» СИЛОВОЙ ПРОВОДКИ НА ДИНАМИКУ ГИДРОПРИВОДА

Следующей рассматривается задача ра-
 боты гидравлического следящего привода
 с учетом нежесткости связи штока гидроци-
 линдра с перемещаемой массой и «сухого»
 трения [5]. Система описывается следую-
 щими уравнениями:

1) уравнение движения поршня гидро-
 цилиндра:

$$m_p \cdot \frac{d^2 y_p}{dt^2} = (p_1 - p_2) \cdot F -$$

$$-k_{vp} \cdot \frac{dy_p}{dt} - C_{cs} \cdot (y_p - y_n), \tag{16}$$

где k_{vp} – коэффициент вязкого трения поршня, кг/с; C_{cb} – жесткость пружины, соединяющей шток поршня и нагрузку, Н/м; y_n – перемещение нагрузки, м;

2) уравнение движения нагрузки:

$$m_n \cdot \frac{d^2 y_n}{dt^2} = C_{cb} \cdot (y_p - y_n) - k_{vn} \cdot \frac{dy_n}{dt} - P_{tr} \cdot \text{sign} \frac{dy_n}{dt}, \quad (17)$$

где k_{vn} – коэффициент вязкого трения нагрузки, кг/с; P_{tr} – сила сухого трения, Н; m_n – масса нагрузки, кг;

3) уравнение баланса расходов на входе в гидроцилиндр:

$$\mu \cdot b \cdot (x - k_{oc} \cdot y_n) \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |p_p - p_1|} = F \cdot \frac{dy_p}{dt} + \frac{V_{10}}{E} \cdot \frac{dp_1}{dt}, \quad (18)$$

где x – ширина щели золотника, м; k_{oc} – коэффициент обратной связи; уравнение баланса расходов на выходе из гидроцилиндра:

$$F \cdot \frac{dy_p}{dt} = \mu \cdot b \cdot (x - k_{oc} \cdot y_n) \times \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_2 - p_{cl})} + \frac{V_{20}}{E} \cdot \frac{dp_2}{dt}. \quad (19)$$

Далее также составляется матрица первых производных (20). Количество расчетных точек: $n = 0..20000$. Вызов решателя: $z = \text{rkfixed}(y, 0, 6, 20000, D)$.

$$\begin{cases} y_1; \\ \frac{1}{m_n} \cdot \begin{bmatrix} c_{sb} \cdot (y_2 - y_0) - \\ -k_{vm} \cdot y_1 - P_{tr} \cdot \text{sign}(y_1) \end{bmatrix}; \\ y_3; \\ \frac{1}{m_p} \cdot \begin{bmatrix} (y_4 - y_5) \cdot F - \\ -k_{vp} \cdot y_3 - c_{sb} \cdot (y_2 - y_0) \end{bmatrix}; \\ E \cdot \begin{bmatrix} \left(\mu \cdot b \cdot (x - k_{oc} \cdot y_0) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |P_p - y_4|} \cdot \text{sign}(P_p - y_4) - \right. \\ \left. -F \cdot y_3 \right) \\ \hline V_0 + F \cdot y_0 \\ E \cdot \begin{bmatrix} \left(F \cdot y_3 - \mu \cdot b \cdot (x - k_{oc} \cdot y_0) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |y_5 - P_{sl}|} \cdot \text{sign}(y_5 - P_{sl}) \right) \\ \hline V_0 - F \cdot y_0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}; \end{cases} \quad (20)$$

При исследовании влияния силы сухого трения и «нежесткости» связи штока с нагрузкой расчетное время составило 6 с.

На рис. 3 наблюдается отставание по фазе кривой, отображающей движение массы, от кривой, отображающей движение штока гидроцилиндра (ГЦ), при этом обе кривые имеют колебательный характер с последующим затуханием. На рис. 3 в первые 0,1 с видны частые колебания скорости в ветви, отображающей скорость штока, далее они приобретают более спокойный характер, а в линии, отображающей нарастание и падение скорости массы нагрузки, этих частых колебаний не наблюдается.

Далее приведем модель к безразмерному виду, используя параметрические комплексы с учетом следующих масштабов $T_0 = 1$ с, P_p, x_{\max} .

Колебательной составляющей уравнения движения поршня в безразмерном виде соответствует следующий вид:

$$\frac{K_{VH} \times T_{mp} \times \sqrt{C_{GD}}}{C_{GD} \times T_0 \times \sqrt{m_p}} = \bar{T}_{mp} \times \frac{K_{VH}}{\sqrt{m_p \times C_{GD}}} = \bar{T}_{mp} \times 2\xi_p, \quad (21)$$

где C_{GD} – гидродинамическая жесткость гидравлической пружины (жидкости в гидроцилиндре) $C_g = \frac{2EF^2}{V_0}$; \bar{T}_{mp} – безразмерная механическая постоянная времени поршня $\bar{T}_{mp} = \frac{T_{mp}}{T_0}$; T_{mp} – механическая постоянная времени поршня $T_{mp} = \sqrt{\frac{m_p}{C_{GD}}}$;

ξ_p – коэффициент демпфирования гидроцилиндра $\xi_p = \frac{K_{VP}}{2\sqrt{m_p \cdot C_{GD}}}$.

Уравнения движения нагрузки:

$$\frac{K_{VH} \cdot T_{mH}}{C_{GD} \cdot T_0 \cdot T_{mH}} = \bar{T}_{mH} \frac{K_{VH}}{C_{GD} \cdot T_{mH}} = \bar{T}_{mH} \frac{K_{VH} \cdot \sqrt{C_{GD}}}{C_{GD} \cdot \sqrt{m_H}} = \bar{T}_{mH} \cdot 2\xi_{VH}, \quad (22)$$

где \bar{T}_{mH} – безразмерная механическая постоянная времени нагрузки $\bar{T}_{mH} = \frac{T_{mH}}{T_0}$; T_{mH} – механическая постоянная времени нагрузки $T_{mH} = \sqrt{\frac{m_H}{C_{GD}}}$; ξ_{vH} – коэффициент демпфирования нагрузки $\xi_{vH} = \frac{K_{vH}}{2\sqrt{m_H \cdot C_{GD}}}$; \bar{P}_P – безразмерное давление питания $\bar{P}_P = \frac{F \cdot P_P}{C_{GD} \cdot x_{\max}}$, x_{\max} – максимальное перемещение золотника; T_V – постоянная времени наполнения гидроцилиндра $T_V = \frac{V_0 \cdot T_0}{E \cdot Q_{\max}}$; Q_{\max} – максимальный расход, проходящий через окно золотника $Q_{\max} = \mu \cdot b \sqrt{\frac{2 \cdot P_P}{\rho}}$; T_{GY} – постоянная времени гидроусилителя $T_{GY} = \frac{F \cdot x_{\max}}{Q_{\max}}$.

Таким образом, подставляя выше описанные комплексы в исходное уравнение, получим уравнение движения массы (23), в безразмерном виде:

$$m_H \cdot \frac{x_{\max}}{T_0^2} \cdot \ddot{y}_H = C_{CV} \cdot x_{\max} \cdot (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - \frac{x_{\max} \cdot K_{vH}}{T_0} \cdot \dot{y}_H - F_{CH} \cdot \text{sign}(\dot{y}_H). \quad (23)$$

Из уравнения (23) получим:

$$\frac{m_H \cdot x_{\max}}{T_0^2 \cdot C_{GD}} \cdot \ddot{y}_H = \frac{C_{CV} \cdot x_{\max}}{C_{GD} \cdot x_{\max}} \cdot (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - \frac{x_{\max} \cdot K_{vH}}{T_0 \cdot x_{\max}} \cdot \dot{y}_H - \frac{F_{CH}}{C_{GD} \cdot x_{\max}} \cdot \text{sign}(\dot{y}_H). \quad (24)$$

Уравнение (24) примет вид:

$$\bar{T}_{mH}^2 \cdot \ddot{y}_H = \bar{C}_{CV} \cdot (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - 2\xi_{vH} \cdot \bar{T}_{mH} \cdot \dot{y}_H - \xi_{CH} \cdot \text{sign}(\dot{y}_H). \quad (25)$$

Уравнение движения нагрузки (17) примет вид:

$$\frac{m_P \cdot x_{\max}}{T_0^2 \cdot C_{GD} \cdot x_{\max}} \cdot \ddot{y}_P = \frac{P_P \cdot F}{C_{GD} \cdot x_{\max}} \cdot (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - \frac{K_{vP} \cdot x_{\max}}{C_{GD} \cdot x_{\max} \cdot T_0} \cdot \dot{y}_P - \frac{C_{CV} \cdot x_{\max}}{C_{GD} \cdot x_{\max}} (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - \frac{F_{CP}}{C_{GD} \cdot x_{\max}} \text{sign}(\dot{y}_P). \quad (26)$$

Используя уравнение (26), получим:

$$T_{mP}^2 \cdot \ddot{y}_P = \bar{P}_P \cdot (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - 2\xi_{vP} \cdot \bar{T}_{mP} \cdot \dot{y}_P - \bar{C}_{CV} \cdot (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - \xi_{CP} \text{sign}(\dot{y}_P). \quad (27)$$

Уравнение баланса расходов в правой полости гидроцилиндра (18) примет вид:

$$\mu \cdot b \sqrt{\frac{2P_P}{\rho}} (\bar{x} - K_{OC} \cdot \bar{y}_P) \sqrt{1 - \bar{P}_1} = \frac{F \cdot x_{\max}}{T_0} \bar{y}_P + \frac{V_0}{E} \frac{P_P}{T_0} \bar{P}_1. \quad (28)$$

Получившееся после использования безразмерных комплексов уравнение (28) примет вид:

$$(\bar{x} - K_{OC} \cdot \bar{y}_P) \sqrt{1 - \bar{P}_1} = \bar{T}_{GY} \cdot \bar{y}_P + \bar{T}_{VP} \bar{P}_1. \quad (29)$$

Уравнение баланса расходов в левой полости гидроцилиндра будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{F \cdot x_{\max}}{T_0} \bar{y}_P = \mu \cdot b \sqrt{\frac{2P_P}{\rho}} (\bar{x} - K_{OC} \cdot \bar{y}_H) \sqrt{\bar{P}_2} + \frac{V_0}{E} \frac{P_P}{T_0} \bar{P}_1. \quad (30)$$

Приведенное к безразмерному виду уравнение баланса расходов в левой полости гидроцилиндра примет вид:

$$\bar{T}_{GY} \cdot \bar{y}_P = (\bar{x} - K_{OC} \cdot \bar{y}_H) \sqrt{\bar{P}_2} + \bar{T}_{VP} \bar{P}_2. \quad (31)$$

Приведенные к безразмерному виду уравнения сведем в единую систему уравнений, которые составят безразмерную математическую модель гидравлического привода с нежесткой связью штока и нагрузки. В итоге, система полученных уравнений примет вид (32).

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{y}_H = \bar{v}_H; \\ \bar{T}_{mH}^2 \cdot \bar{y}_H = \bar{C}_{CV} \cdot (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - \\ - 2\xi_{vH} \cdot \bar{T}_{mH} \cdot \bar{y}_H - \xi_{CH} \cdot \text{sign}(\bar{y}_H); \\ \bar{y}_P = \bar{v}_P; \\ \bar{T}_{mP}^2 \cdot \bar{y}_P = \bar{P}_P \cdot (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - 2\xi \cdot \bar{T}_{mP} \cdot \bar{y}_P - \\ - \bar{C}_{CV} \cdot (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - \xi_{CP} \text{sign}(\bar{y}_P); \\ (\bar{x} - K_{OC} \cdot \bar{y}_P) \sqrt{1 - \bar{P}_1} = \bar{T}_{GY} \cdot \bar{y}_P + \bar{T}_{VP} \bar{P}_1; \\ \bar{T}_{GY} \cdot \bar{y}_P = (\bar{x} - K_{OC} \cdot \bar{y}_H) \sqrt{\bar{P}_2} + \bar{T}_{VP} \bar{P}_2. \end{array} \right. \quad (32)$$

Или, как принято при записи математических моделей, исключим уравнения движения из модели как очевидные выражения, и тогда уравнение (32) примет общепринятый вид (33)

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{T}_{mH}^2 \cdot \bar{y}_H = \bar{C}_{CV} \cdot (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - \\ - 2\xi_{vH} \cdot \bar{T}_{mH} \cdot \bar{y}_H - \xi_{CH} \cdot \text{sign}(\bar{y}_H); \\ \bar{T}_{mP}^2 \cdot \bar{y}_P = \bar{P}_P \cdot (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - 2\xi \cdot \bar{T}_{mP} \cdot \bar{y}_P - \\ - \bar{C}_{CV} \cdot (\bar{y}_P - \bar{y}_H) - \xi_{CP} \text{sign}(\bar{y}_P); \\ (\bar{x} - K_{OC} \cdot \bar{y}_P) \sqrt{1 - \bar{P}_1} = \bar{T}_{GY} \cdot \bar{y}_P + \bar{T}_{VP} \bar{P}_1; \\ \bar{T}_{GY} \cdot \bar{y}_P = (\bar{x} - K_{OC} \cdot \bar{y}_H) \sqrt{\bar{P}_2} + \bar{T}_{VP} \bar{P}_2. \end{array} \right. \quad (33)$$

В результате были получены следующие комплексные критерии подобия: ξ_{vH} – безразмерный коэффициент вязкого трения в нагрузке; ξ_{CH} – безразмерный коэффициент

сухого трения в нагрузке; ξ_P – коэффициент связности контуров; ξ_{CP} – коэффициент сухого трения в поршне; \bar{x} – безразмерное перемещение золотника; \bar{T}_{GY} – безразмерная постоянная времени гидроусилителя; \bar{T}_{mH} – безразмерная механическая постоянная времени нагрузки; \bar{T}_V – безразмерная постоянная времени наполнения гидроцилиндра.

По полученным безразмерным моделям проводится комплексное исследование с построением обобщенных характеристик устойчивости системы.

В случае обратной связи по нагрузке рис. 4, система получается более робастной, т.е. устойчивой к изменению коэффициента демпфирования механического контура, по сравнению с обратной связью системы по штоку гидроцилиндра. Постоянная времени механическая по нагрузке практически не влияет на границу устойчивости.

При исследовании влияния коэффициента обратной связи совершенно другая ситуация. Можно наблюдать, что при увеличении данного коэффициента граница устойчивости резко поднимается вверх, и соответственно очень сильно влияет на динамику в целом.

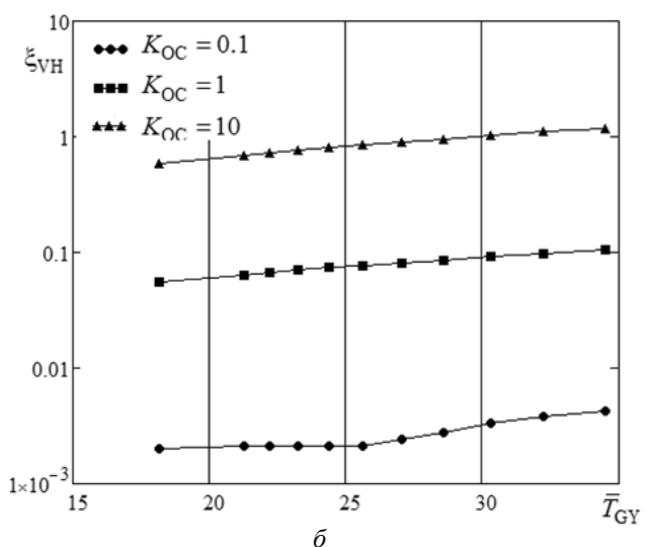
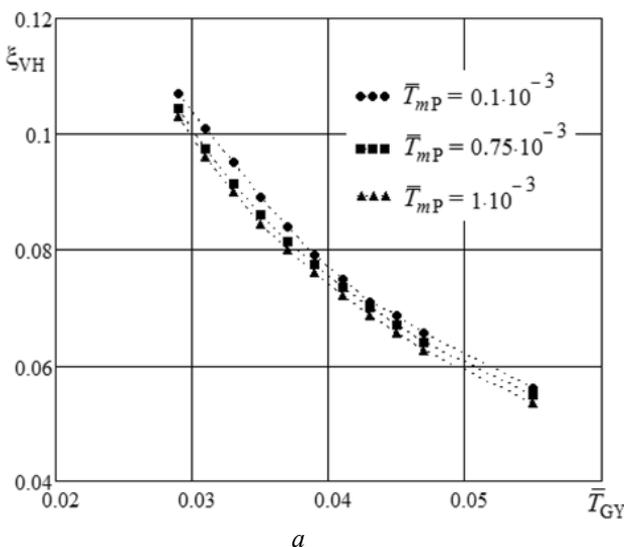


Рис. 4. Зависимость коэффициента демпфирования механического контура от гидравлической постоянной гидропривода при постоянной жесткости связи (обратная связь по нагрузке)

Если анализировать обратную связь по штоку гидроцилиндра, то в этом случае обобщенные характеристики границы устойчивости принимают следующий вид (рис. 5).

При обратной связи от штока гидроцилиндра (рис. 5), расчетные точки характеристики находятся в диапазоне значений (0,037–0,042) при значении величины $1/T_{gy} = 32,3$, при значениях коэффициента демпфирования механического контура 0,75 и 1, а при значении 0,1 на заметном отдалении и имеют значение 0,005. При сравнении графиков обратной связи от штока гидроцилиндра и от нагрузки заметно, что характеристика при обратной связи от поршня более чувствительна к изменениям исследуемой величины, т.е. прослеживается очень сильное влияние механической постоянной времени.

При исследовании влияния коэффициента обратной связи наблюдается следующая зависимость: при значении 1 изменения незначительны по сравнению в отличие от случая, когда коэффициент равен 4. В случае рассмотрения обратной связи от штока гидроцилиндра как и в случае исследования (рис. 5) характеристика также чувствительна к изменению параметров, поэтому при исследовании использовались более приближенные к значению обратной связи, равного единице.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные характеристики показывают, как особенности физических процессов и критические режимы влияют на быстродействие и надежность систем. Это позволяет проектировать более качественные системы.

Использование таких моделей в нелинейной подстановке, как расход жидкости через щель, влияние сухого трения, переменный модуль объемной упругости, позволяет получить наиболее достоверную информацию о статических и динамических свойствах системы.

Описанные в безразмерной форме математические модели отдельных взятых гидромеханических устройств силового гидропривода позволили выявить ряд безразмерных параметрических комплексов, критериев и постоянных времени привода. Результаты комплексного исследования по реализуемым математическим моделям станут основой для дальнейшей разработки методологии моделирования гидродинамических процессов в силовых приводах. Это обеспечит решение задач параметрического и структурного анализа и синтеза этих систем, что является научным результатом мирового уровня.

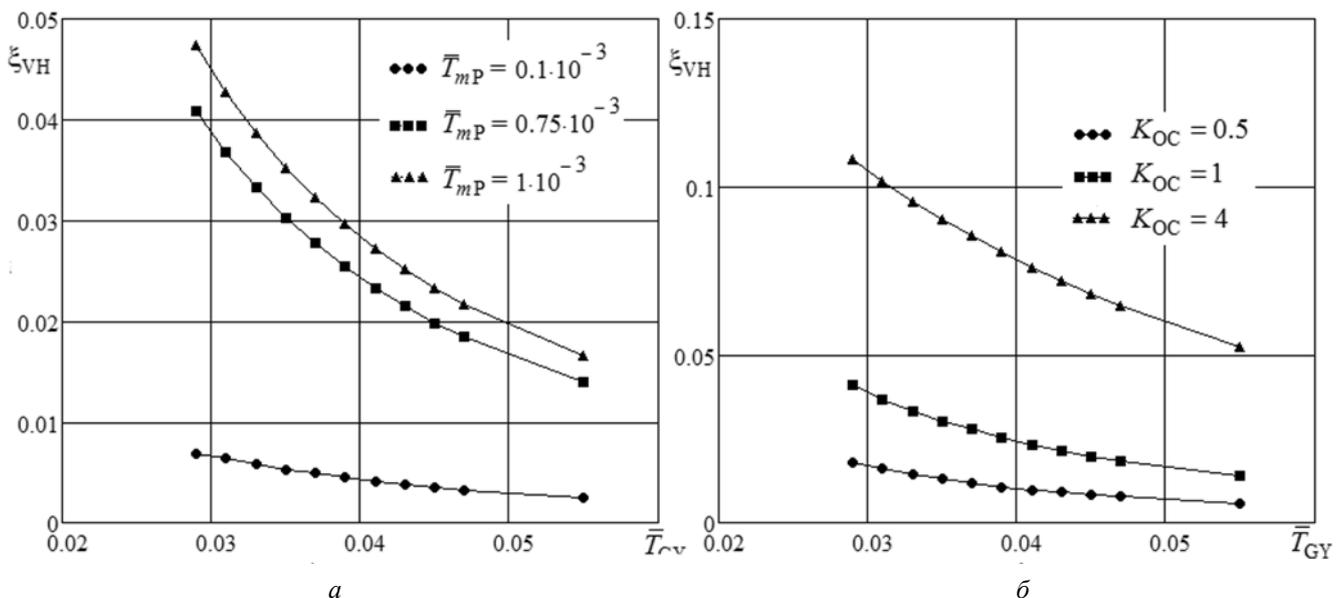


Рис. 5. Зависимость коэффициента демпфирования механического контура от гидравлической постоянной гидропривода при постоянной жесткости связи (обратная связь по положению штока гидроцилиндра)

Проведенное исследование можно считать начальным этапом большой работы, связанной с изучением особенностей физических процессов и дефектов в гидравлических системах, так как таких особенностей много, и каждое нуждается в тщательном рассмотрении. Также работа осложняется отсутствием либо наличием сложных комплексных физических описаний многих явлений, необходимых для моделирования систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Петров П. В., Целищев В. А.** Основы алгоритмического моделирования нелинейных гидромеханических устройств: учеб. пособие. Уфа: УГАТУ, 2012. 137 с. [P. V. Petrov, V. A. Tselischev, *Bases of nonlinear hydromechanical devices algorithmic modeling*, (in Russian). Ufa: UGATU, 2005.]
2. **Пановко Я. Г.** Введение в теорию механических колебаний: учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1980. 270 с. [Ya. G. Panovko, *Introduction in the mechanical fluctuations theory*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1980.]
3. **Коева А. А., Петров П. В., Целищев В. А.** Концепция исследований устройств гидроавтоматики сложных энергетических систем // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16, № 5 (50). С. 103–108. [A. A. Koeva, P. V. Petrov, V. A. Tselischev, "Concept of compound energy systems hydroautomatic devices researches," (in Russian), in *Vestnik UGATU*, vol. 16, no. 5 (50), pp. 103-108, 2012.]
4. **Петров П. В., Целищев В. А., Коева А. А.** Методические основы исследования систем автоматического регулирования авиационного двигателя // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16, № 8 (53). С. 7–14. [P. V. Petrov, V. A. Tselischev and A. A. Koeva, "Methodical bases of aviation engine automatic control systems research," (in Russian), in *Vestnik UGATU*, vol. 16, no. 8 (53), pp. 7-14, 2012.]
5. **Петров П. В., Коева А. А.** Исследование автоколебаний в гидромеханических приводах, работающих в условиях трения // Вестник УГАТУ. 2014. Т. 18, № 4 (65). С. 183–190. [P. V. Petrov and A. A. Koeva, "Research of hydromechanical drives self-oscillations in the friction conditions", (in Russian), in *Vestnik UGATU*, vol. 18, no. 4 (65), pp. 183-190, 2014.]

ОБ АВТОРЕ

ПЕТРОВ Павел Валерьевич, доц. каф. прикладной гидромеханики. М-р техн. и технол. по гидравл., вакуумн. и компрес. технике (УГАТУ, 2006). Канд. техн. наук по гидравл. машинам и гидропневмоагрег. (УГАТУ, 2009). Иссл. в обл. гидромех. систем автоматики ЛА и двиг. установок.

METADATA

Title: Analysis of motion of a mass on the surface, provided the falling friction characteristics.

Authors: P. V. Petrov

Affiliation:

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

Email: pgl.petrov@mail.ru

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 23, no 2 (84), pp. 51-60, 2019. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: The problems associated with the use of analytical methods for the study of hydraulic devices are presented. The influence of dry friction forces and "non-stiffness" of the power wiring as the causes of self-oscillations in the actuators are investigated.

Key words: analytical methods, self-oscillations, nonlinear mathematical model, force of a dry friction.

About author:

PETROV, Pavel Valerievich, Assoc. Prof., Dept. of Applied hydromechanics. Master of Technics & Technology (UGATU, 2006). Cand. of Tech. Sci. (UGATU, 2009).