

УДК 517.958:532.5

Г. Т. БУЛГАКОВА, Т. А. ФАЙЗУЛИН

## НЕРАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА С НЕОДНОРОДНОЙ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ

В данной работе рассматривается неравновесное течение трехфазного фильтрационного потока в пористой среде вблизи давления насыщения. Одномерная нестационарная фильтрация описывается в рамках теории многокомпонентных многофазных систем без учета растворимости газа в водной фазе. Классическая модель трехфазной фильтрации усложняется неравновесностью микророзродышевых систем, приводящей к аномальному характеру вытеснения в пористой среде. Численный анализ модели при различных начальных значениях водонасыщенности показал, что в этом случае возможно нарушение устойчивости стационарных режимов и возникновение периодических и стохастических автоколебаний давления и газонасыщенности. *Трехфазная неравновесная фильтрация, газонасыщенность, фазовая проницаемость, автоколебания*

### ВВЕДЕНИЕ

Задачи контроля и управления технологическими процессами часто приводят к необходимости моделирования движения структурированных неоднородных жидкостей, характеризующихся сложными (неравновесными и нелинейными) реологическими свойствами. Это типично, например, для процессов нефтегазодобычи, связанных с фильтрацией нефтегазовых смесей.

Усложнение физического содержания моделей за счет учета нелинейности, неравновесности и неоднородности, присущих реальным системам, приводит к выявлению новых синергетических эффектов (потеря устойчивости с возникновением колебаний, образование упорядоченных структур и т.д.), наличие которых подтверждается специально поставленными экспериментами и позволяет предложить новые методы контроля и управления сложными нефтегазовыми системами.

Жидкости и газы, насыщающие пористую среду нефтегазоносных пластов, представляют собой многокомпонентную смесь углеводородов. В результате отклонения системы от термодинамического равновесия, вызванного изменением пластовых условий, могут возникать сложные движения двух-трехфазных многокомпонентных систем в пористой среде. Эти движения характеризуются переходом отдельных компонентов из газовой фазы в жидкую, различием фазовых скоростей,

диффузией компонентов, составляющих фазы и др. Такой характер фильтрационных течений возникает в пористой среде при движении газированной жидкости и ее вытеснении из пласта водой. В этом случае имеет место трехфазная фильтрация.

В работах [3,4] изучалось движение двухфазной газожидкостной системы при давлениях ниже давления насыщения нефти газом. Математическая модель газированной жидкости была усложнена неравновесностью газовыделения, образованием микророзродышей на стенках поровых каналов, приводящим к немонотонному изменению фазовой проницаемости нефтяной фазы при малых газонасыщенностях. Проведенные исследования выявили новые эффекты, вызванные неравновесной нелинейной фильтрацией: возможность нарушения устойчивости стационарных режимов и возникновение периодических и стохастических автоколебаний. Эти явления установлены на практике и лабораторных экспериментах. Так как в реальных пластах имеет место трехфазная фильтрация, представляет практический интерес развитие моделей, рассмотренных в [3,4], применительно к расчетам трехфазных систем.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается одномерная нестационарная фильтрация трехфазной жидкости в образце пористой среды, который предпола-

гается однородным, с известными физическими свойствами флюидов и коллектора. В рамках теории многофазных многокомпонентных систем [5] математическая модель представляется в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}[s_1(1-g)] = \frac{\partial}{\partial x} \left[ f_1(1-g) \frac{\partial p}{\partial x} \right]; \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[s_1 g + \rho_2 s_2] = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (g f_1 + \frac{\rho_2}{\mu_0} f_2) \frac{\partial p}{\partial x} \right]; \quad (2)$$

$$\frac{\partial s_3}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{f_3}{\mu_{01}} \frac{\partial p}{\partial x} \right]; \quad s_1 + s_2 + s_3 = 1. \quad (3)$$

Приведенные уравнения выписаны для трех фаз (1 — нефть, 2 — газ, 3 — вода) и двух компонент (1 — нефть, 2 — газ). Здесь  $s_i$  — насыщенность и истинная плотность  $i$ -й фазы;  $m$  — пористость системы;  $\mu_0, \mu_{01}$  — относительная вязкость газа и воды по нефти соответственно;  $g$  — массовая концентрация растворенного газа в нефтяной фазе;  $t$  — безразмерное время;  $x$  — безразмерная пространственная переменная;  $f_i$  — относительная фазовая проницаемость  $i$ -й фазы,  $p$  — давление,  $p_s$  — давление насыщения. Считаю выделившийся газ идеальным, полагаем:  $\rho_2 = \rho_{2s} p / p_s$ . Имеется в виду также, что процесс является изотермическим и влияние капиллярных сил отсутствует. Считается, что в воде газ не растворяется. Следует отметить, что в области микроразродышеобразования проявляется неравновесность процессов растворения и выделения газа из нефти. Так, например, в [1] было показано, что после быстрого изменения давления в газожидкостной системе, вызванного созданием постоянной деформации сжатия, наблюдается длительное изменение давления в системе. Такого типа релаксационные явления связаны с запаздывающим характером растворения газа в жидкости по отношению к изменению давления. В таком случае зависимость массовой концентрации растворенного газа от давления представляется неравновесной моделью вида

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \frac{f_1(s)}{1-s_1} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{g-g_s p}{\tau}, \quad (4)$$

где  $\tau$  — время релаксации.

Закрывающие соотношения для (1)-(4) зависят от фазового состояния многофазной двухкомпонентной системы. Если  $p > p_s$ , система находится в двухфазном состоянии, и тогда  $s_2 = 0$ . При  $p \leq p_s$  образуется область локального разгазирования, в которой происходит трехфазная фильтрация.

$t = 0; x > 0$ :

$$p = p_0(x); g = g_e^0 = const; s_3 = s_3^0; \quad (5)$$

$$x = 0: p = p_0 > p_s; s_2 = 0; s_3 = s_3^0; \quad (6)$$

$$t > 0; x = L: p = p_k < p_s. \quad (7)$$

Первоначально  $t = 0$  давление в каждой точке выше давления насыщения и имеет линейное распределение. Так как давление  $p_0 > p_s$  и постоянно, то  $g = g_e^0 = const$  и  $s_3 = s_3^0$ . Система уравнений (1-7) описывает фильтрацию трехфазной смеси в одномерной модели пористой среды, на входе которой поддерживается давление  $p_0$  выше давления насыщения, а на выходе давление  $p_k$  — ниже давления насыщения. Для замыкания системы уравнений (1)-(7) необходимо задать относительные фазовые проницаемости (ОФП)  $f_i$ , оценку которых можно проводить, воспользовавшись данными двухфазной фильтрации. Известен ряд эмпирических зависимостей, позволяющих оценивать относительные фазовые проницаемости для нефти, газа и воды при различном их соотношении. Как показывает анализ [6], наилучшее согласие с известными экспериментальными данными дают расчеты, выполненные по модели, предложенной Х. Л. Стоуном.

Распределение фаз в поровом пространстве для гидрофильных коллекторов представляется следующим образом. Вода заполняет поры наименьших размеров, а также тупиковые поры и места контакта зерен породы. Нефть занимает наибольшие поры, в которых одновременно имеется вода в виде пленки на поверхности пор и в тупиковых зонах. Газ находится в центральных частях наиболее крупных пор и поровых каналов, занятых нефтью, и с водой практически не контактирует. Такое распределение подтверждается результатами экспериментальных исследований трехфазной фильтрации [6]. Фазовая проницаемость для воды является функцией только водонасыщенности. Фазовая проницаемость для нефти зависит как от водонасыщенности, так и от газонасыщенности. Фазовая проницаемость для газа в некоторых случаях зависит только от газонасыщенности, а для некоторых образцов зависимость более сложная.

Определение ОФП для нефти при трехфазном насыщении по данным ОФП для двухфазного течения сводится к следующему.

Для системы „нефть — вода“ определяются соответствующие зависимости ОФП:

$$f_3 = f(s_3); f_1^3 = f(s_3).$$

Определяется также ОФП для системы „газ - нефть“ при остаточной водонасыщенности:

$$f_2 = f(s_2); f_1^2 = f(s_2).$$

Тогда зависимость ОФП для нефти от насыщенности водой и газом можно рассчитать по формуле:

$$f_1(s_2, s_3) = \frac{s_1^* \cdot f_1^3 \cdot f_1^2}{f_1^3 \cdot (1 - s_3^*)(1 - s_2^*)}, \quad (8)$$

где  $\tilde{f}_1^3$  — относительная проницаемость для нефти в системе „нефть - вода“ при остаточном водонасыщении  $s_3^0$ ;

$$s_1^* = \frac{s_1 - s_1^0}{1 - s_3^0 - s_1^0}; \quad s_2^* = \frac{s_2}{1 - s_3^0 - s_1^0};$$

$$s_3^* = \frac{s_3 - s_3^0}{1 - s_3^0 - s_1^0};$$

$s_1^0$  — параметр остаточной нефти.

Поскольку количество остаточной нефти будет различным в зависимости от того, чем будет вытесняться нефть — водой или газом, то необходимо коррелировать величину  $s_1^0$  в зависимости от степени газонасыщения. В первом приближении можно воспользоваться следующим уравнением:

$$s_1^0 = \alpha \cdot \tilde{s}_1^3 (1 - \alpha) \tilde{s}_1^2$$

где  $\tilde{s}_1^3, \tilde{s}_1^2$  — остаточное нефтенасыщение, полученное соответственно для систем „нефть — вода“ и „нефть — газ“,  $\alpha = (1 - s_2)/(1 - s_3^0 - \tilde{s}_1^2)$ .

Таким образом, на основании данных двухфазной фильтрации для систем „нефть — газ“, „нефть — вода“ можно рассчитать относительную проницаемость для нефти при трехфазной фильтрации.

Так как предполагается, что вода дегазирована, то эффект "проскальзывания" при малой газонасыщенности [2,3,4] влияет именно на систему „нефть — газ“ и поэтому для нее характерно немонотонное изменение относительной проницаемости нефтяной фазы. Максимум ОФП соответствует значениям газонасыщенности, меньшим некоторой критической насыщенности, характеризующей насыщенность связанного газа. График ОФП нефтяной фракции многофазной системы имеет вид, представленный на рис. 1.

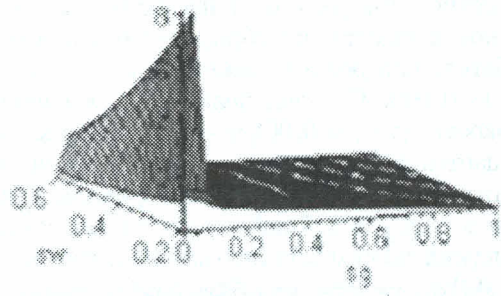


Рис. 1. Немонотонная ОФП нефтяной фракции

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Для анализа особенностей процесса фильтрации многофазной жидкости при давлении ниже давления насыщения в присутствии водной фракции были проведены многовариантные численные расчеты давления и газонасыщенности при изменении значений гидродинамических параметров фаз в следующих пределах:

$$\mu_0 = 0,001 \div 0,01; \tau = 0,01 \div 1; p_k = 0,5 \div 0,9 p_s; p_0 = 1,1 \div 1,3 p_s; s_3 = 0,2 \div 0,5; \mu_2 = 0,01 \text{ мПа} \cdot \text{с}; g_s = 0,11; \rho_1 = 700 \text{ кг/м}^3; \rho_2 = 68 \text{ кг/м}^3; L = 1 \text{ м}; k = 0,00095 \text{ мкм}^2;$$

Расчеты показали, что в области фильтрации газированной нефти возникают периодические во времени изменения давления и газонасыщенности. Область устойчивости определяется несколькими параметрами: относительной вязкостью  $\mu_0$ , перепадом давления  $\Delta p = p_s - p_k$  и водонасыщенностью  $s_3$ . При водонасыщенности  $s_3=0,3$  и малом времени релаксации  $\tau = 0,01$  в интервале изменения относительной вязкости  $\mu_0$  поведение газонасыщенности представляется следующим. При  $\mu \geq 0,01$  движение устойчиво до величины перепада  $\Delta p_{кр} = 0,3$ . В диапазоне  $0,001 < \mu_0 < 0,01$ ;  $\Delta p_{кр} = 0,3$  временная зависимость газонасыщенности от времени изменяется от устойчивого режима к периодическим колебаниям, образующим в фазовой плоскости переменных  $p$  и  $s_2$  предельный цикл. С ростом перепада давления до  $\Delta p_{кр} = 0,5$ , когда относительная вязкость  $\mu_0 = 0,001$ , наблюдается сложнопериодическое движение, образующее в фазовой плоскости переменных  $p$ ; и  $s_2$  странный аттрактор. Уменьшение относительной вязкости  $\mu_0$  до 0.001 приводит к тому, что амплитуда колебаний газонасыщенности уменьшается, и странный аттрактор преобразуется в предельный цикл.

При увеличении содержания воды в системе ( $s_3=0,5$ ) и  $\Delta p_{kr} = 0,3$  решение  $s_2$  ведет себя иначе. При  $\mu_0 \approx 0,01$  наблюдается хаотическое движение, преобразующееся в автоколебательный режим с малой амплитудой при  $\mu_0 \approx 0,003$ . С уменьшением относительной вязкости до  $\mu_0 \approx 0,001$  предельный цикл разрушается и возникает сложнопериодическое движение. При увеличении перепада давления до  $\Delta p_{kr} = 0,5$  наблюдаются только хаотический режим для любых значений  $\mu_0$ .

На структуру колебательного движения значительное воздействие оказывает время релаксации системы  $\tau$  и перепад давления  $\Delta p$ . С ростом величины  $\tau$ , при постоянстве прочих параметров, увеличивается амплитуда, уменьшается частота колебаний и средняя газонасыщенность. По мере повышения значений перепада давления  $\Delta p$  и времени релаксации  $\tau$  возникают квазипериодические движения (рис. 2).

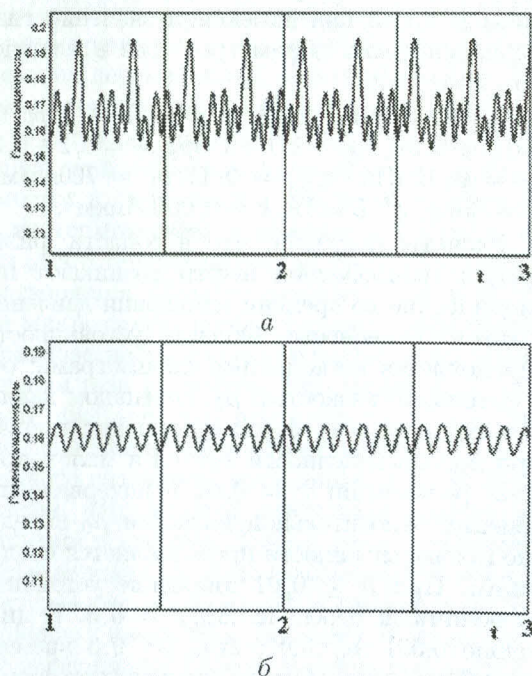


Рис. 2. Колебания газонасыщенности на выходе модели при различных значениях водонасыщенности

а —  $\tau = 0,001$ ;  $\mu_0 = 0,01$ ;  $\Delta p = 5$  МПа;  $s_3=0,3$ ;  
б —  $\tau = 0,001$ ;  $\mu_0 = 0,01$ ;  $\Delta p = 5$  МПа;  $s_3=0,5$

Для определения режима колебательно-го состояния (периодический, квазипериодический, хаотический) функции газонасыщенности от времени на выходе модели ( $x=1$ ) исследовался спектр частот. Применялся стандартный алгоритм реализации быстрого преобразования Фурье в математическом пакете "MathCAD". На рис. 3 приведен спектр ча-

стот временной зависимости газонасыщенности на выходе модели.

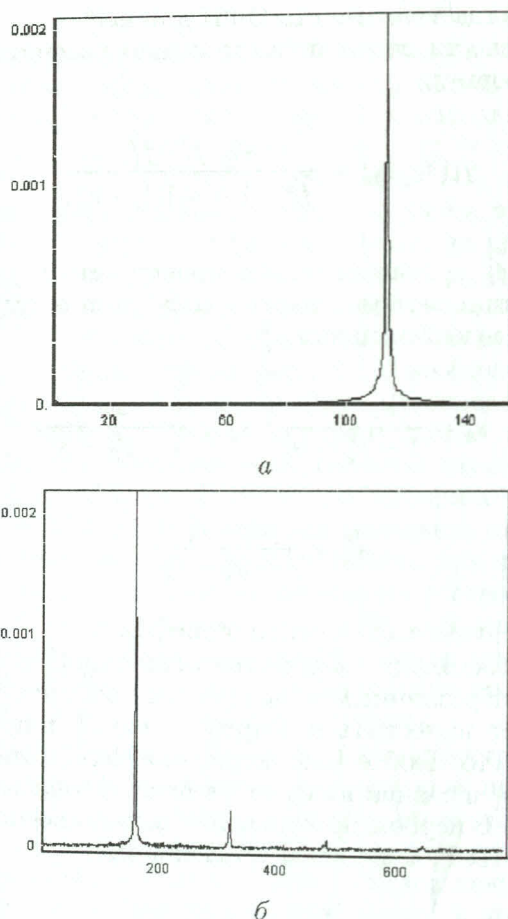


Рис. 3. Спектральные характеристики газонасыщенности

а —  $\tau = 0,001$ ;  $\mu_0 = 0,01$ ;  $\Delta p = 3$  МПа;  $s_3=0,3$ ;  
б —  $\tau = 0,001$ ;  $\mu_0 = 0,01$ ;  $\Delta p = 5$  МПа;  $s_3=0,3$

Видно, что в случае  $p_s - p_k=3$  МПа наблюдается один четко выраженный пик, свидетельствующий об одночастотном характере колебания, при  $\Delta p = 5$  МПа их по крайней мере два, что говорит о квазипериодичности движения. Хотя вторая частота довольно мала, тем не менее, на фазовой плоскости ( $p, s_2$ ) хорошо заметна трансформация фазовых портретов (рис. 4).

Дальнейшие численные исследования показали, что разрушение квазипериодического режима приводит к возникновению сложно колебательных процессов, напоминающих случайные. Однако приведенный ниже анализ указывает на наличие детерминированного хаоса.

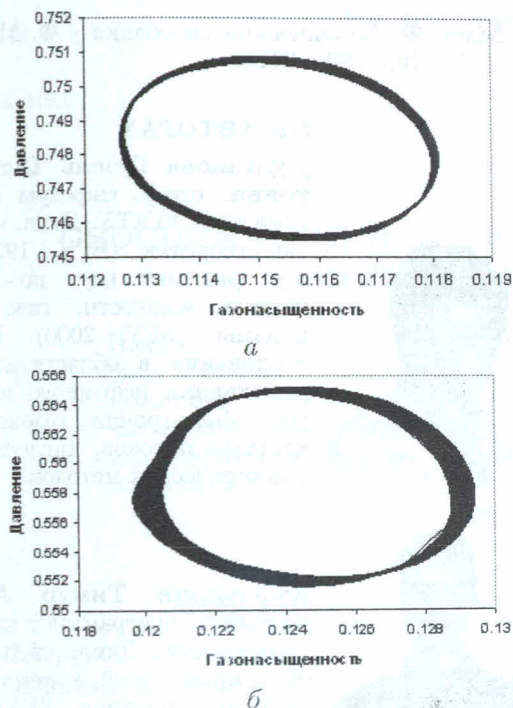


Рис. 4. Фазовый портрет

а —  $\tau = 0,01$ ;  $\mu_0 = 0,001$ ;  $\Delta p = 3 \text{ МПа}$ ;  $s_3 = 0,3$ ;  
 б —  $\tau = 0,01$ ;  $\mu_0 = 0,001$ ;  $\Delta p = 5 \text{ МПа}$ ;  $s_3 = 0,3$

В нелинейной динамике применяются методы регистрации детерминированных хаотических колебаний и их количественного анализа, основанные на применении таких мер, как корреляционная размерность  $d$ . Величина  $d$  вычислялась по методике Паккарда — Такенса [7], основанной на анализе расчетов корреляционного интеграла.

На рис. 5 представлен спектр частот функции газонасыщенности  $s_2$  от времени на выходе модели при  $\tau = 0,001$ ;  $\mu_0 = 0,01$ ;  $s_3 = 0,3$ ;  $p_s - p_k = 0,5$ . Диапазон спектра частот указывает на хаотичность движения. Однако величина корреляционной размерности выходит на стационарный уровень при  $d = 2,47$  (рис. 6). Это говорит о том, что колебательный процесс для газонасыщенности  $s_2$  при указанных выше параметрах является детерминированным хаосом, т.е. определяется внутренней структурой системы. Минимальное число переменных, необходимых для моделирования процесса неравновесного разгазирования нефти, равно трем.

С целью исследования вопроса о влиянии шага сетки на нестационарное решение были проведены расчеты на разных расчетных сетках: временной шаг менялся в следующих пределах  $l = 1 \cdot 10^{-7} \div 1 \cdot 10^{-3}$ . Наблюдается полное соответствие функций газонасыщенности, периодов колебаний. Однако есть естественное, обусловленное наличием схем-

ной вязкости, уменьшение средней амплитуды при более грубых сетках.

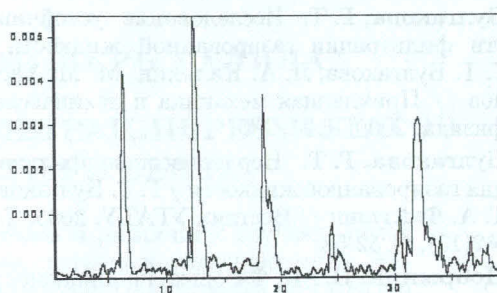


Рис. 5. Спектр частот газонасыщенности  $s_2$  на выходе модели от времени при  $\tau = 0,001$ ;  $\mu_0 = 0,01$ ;  $s_3 = 0,3$ ;  $p_s - p_k = 0,5$

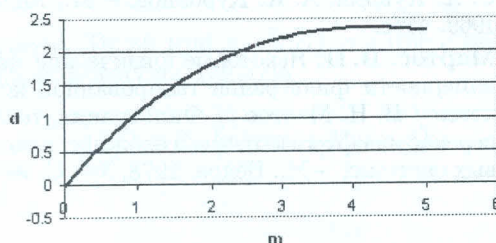


Рис. 6. Корреляционная размерность

Численное исследование модели (3.9)-(3.12) показывает, что процесс развития неустойчивости качественно напоминает сценарий, предложенный Ландау-Хопфом [5]. Сценарий Ландау-Хопфа предполагает непрерывный переход к хаотическим колебаниям через бесконечный каскад бифуркаций, т.е. возбуждается все больше и больше вторичных осцилляций, частоты которых связаны иррационально.

В качестве математического образа автоколебаний рассматривается притягивающее множество - аттрактор - в виде тора с квазипериодической обмоткой. Нестационарность и неустойчивость фильтрационных характеристик многофазного потока возникает при наличии нелинейной немонойтонной зависимости функции ОФП нефтяной фазы от газонасыщенности и неравновесного газовыделения. Ввиду "сильной" нелинейности модели трехфазной фильтрации только методы вычислительного эксперимента позволяют получить столь необходимую количественную информацию.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотов, А. А. Реологические свойства растворов газов в жидкости в области давле-

- ния насыщения / А. А. Болотов, А. Х. Мирзаджанзаде, И. И. Нестеров // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. №1. С. 172-175.
2. **Булгакова, Г. Т.** Исследование устойчивости фильтрации газированной жидкости / Г. Т. Булгакова, Л. А. Калякин, М. М. Хасанов // Прикладная механика и техническая физика. 2000. Т. 41, №6.
  3. **Булгакова, Г. Т.** Неравновесная фильтрация газированной жидкости / Г. Т. Булгакова, Т. А. Файзуллин // Вестник УГАТУ. 2005. Т. 6. №2(13), С. 52-58.
  4. **Добрынин, В. М.** Фазовые проницаемости коллекторов нефти и газа / В. М. Добрынин, А. Г. Ковалев. – М.: ВНИИОЭНГ, 1988. 55с.
  5. **Розенберг, М. Д.** Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах / М. Д. Розенберг, С. А. Кундин, А. К. Курбанов. – М.: Недра. 1969. 456с.
  6. **Мартос, В. Н.** Некоторые физические закономерности фильтрации газированной жидкости / В. Н. Мартос // Фильтрация, теплоперенос и нефтегазоотдача в сложных пластовых системах. – М.: Недра. 1978, №9. С. 36-45.

7. **Мун, Ф.** Хаотические колебания / Ф. Мун. – М.: Мир, 1990. 312с.

#### ОБ АВТОРАХ

**Булгакова Гузель Талгатовна**, проф. кафедры математики УГАТУ. Дипл. физик-теоретик (БГУ, 1974), д-р физ.-мат. наук по механике жидкости, газа и плазмы (БГУ, 2000). Исследования в области гидромеханики нефтяного пласта, фильтрации газожидкостных потоков, численно-аналитических методов.



**Файзуллин Тимур Айратович**, программист каф. математики. Дипл. спец. в обл. прикладной математики и информатики (УГАТУ, 2003).

