

УДК 539.374:519.8

В. П. ПАВЛОВ

МЕТОДИКА РАСЧЕТА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ СТЕРЖНЯ ИЗ СТЕКЛОПЛАСТИКА ПРИ ОДНОСТОРОННЕМ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОМ НАГРЕВЕ

Рассматривается метод расчета стержня из стеклопластика при одностороннем высокотемпературном нагреве. Описывается методика экспериментальных исследований и оборудование для изучения внутренних усилий, возникающих в стержне из стеклопластика при одностороннем нагреве. Точность метода расчета оценивается на основе сопоставления экспериментальных и расчетных результатов. *Стеклопластик; расчет конструкций; термодеструкция; ползучесть; релаксация*

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для наружной тепловой защиты космических спускаемых аппаратов (КСА) широко применяются стеклопластики [1]. При этом в режиме спуска на наружной «горячей» поверхности теплозащитной оболочки КСА температура повышается до 1000 и более градусов Цельсия, а температура внутренней «холодной» поверхности на несколько сотен градусов ниже. Таким образом, имеет место односторонний высокотемпературный нагрев.

В настоящее время нет общепризнанной методики расчета конструкций из стеклопластиков при одностороннем высокотемпературном нагреве, и это связано с тем, что:

- во-первых, при высокой температуре происходит интенсивный процесс термодеструкции стеклопластиков, вследствие чего тепловая деформация имеет сложную зависимость от закона изменения температуры во времени [2];

- во-вторых, при высокой температуре имеет место интенсивная ползучесть стеклопластиков, характер которой существенно зависит от закона изменения температуры во времени [2];

- в-третьих, существующие методы расчета конструкций из стеклопластиков ориентированы в основном на упругие материалы, так как до сих пор нет общепринятой математической модели ползучести стеклопластиков и ее дискретного аналога, ориентированных

на расчеты с учетом ползучести при высокой нестационарной температуре.

В связи с этим задача создания метода расчета деформированного и напряженного состояний конструкций из стеклопластиков при высокой переменной во времени температуре в настоящее время является весьма актуальной.

Начальным этапом в создании такого метода является решение задачи о деформировании стеклопластикового стержня при одностороннем высокотемпературном нагреве с учетом ползучести.

Необходимость в решении данной задачи заключается в следующем:

- на основе теоретического и экспериментального изучения стержня в условиях одностороннего нагрева можно оценить, насколько математические модели теплового деформирования и ползучести стеклопластиков, полученные при однородном высокотемпературном поле, будут справедливы в условиях неоднородного переменного во времени температурного поля;

- при решении задачи о деформировании стержня при одностороннем нагреве можно опробовать ту или иную схему дискретизации уравнения ползучести с тем, чтобы выбрать наиболее эффективную из них для применения в методике расчета ползучести пластин и оболочек из стеклопластиков при одностороннем нагреве;

- задача о деформировании стеклопластикового стержня при одностороннем нагреве имеет также важное самостоятельное значе-

ние, так как ее решением можно воспользоваться для оценки в первом приближении поведения стеклопластиковых тонкостенных конструкций в условиях неоднородного по толщине высокотемпературного поля.

2. ГЕОМЕТРИЯ СТЕРЖНЯ, СПОСОБ ЕГО ЗАКРЕПЛЕНИЯ И ХАРАКТЕР ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

Рассматривается (рис. 1) прямой стержень длиной $\ell = 100$ мм, имеющий прямоугольное поперечное сечение с шириной $b = 25$ мм и высотой $h = 7$ мм. Левый конец стержня (рис. 1) при $x_1 = 0$ жестко зашкелен, а правый торец стержня связан с упругой опорой, которая полностью исключает поворот поперечного сечения с координатой $x_1 = \ell$, но из-за податливости опоры допускает перемещение $u_1^{(\ell)}$ данного поперечного сечения вдоль оси X_1 .

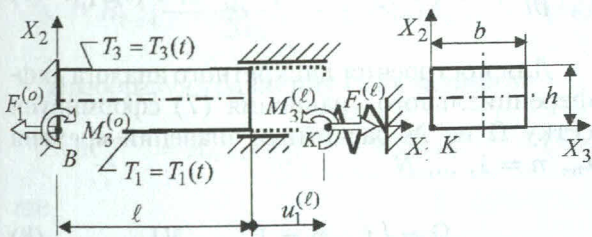


Рис. 1. Стержень при одностороннем нагреве и зашкелении по концам, обеспечивающем отсутствие поворотов левой ($x_1 = 0$) и правой ($x_1 = \ell$) торцевых поверхностей

Реакциями левой опоры являются (рис. 1) сила $F_1^{(0)}$ и момент $M_3^{(0)}$, а реакциями правой опоры являются момент $M_3^{(\ell)}$ и сила упругости опоры $F_1^{(\ell)}$, которая определяется по формуле

$$F_1^{(\ell)} = -C_y u_1^{(\ell)}, \quad (1)$$

где $u_1^{(\ell)}$ — величина перемещения правого торца, C_y — коэффициент жесткости упругого элемента правой опоры, который в данном исследовании равен $C_y = 4 \cdot 10^6$ Н/мм.

В работе изучается односторонний нагрев стеклопластикового стержня, изготовленного на основе фенолформальдегидного связующего.

Рассматривается случай, когда температура меняется только во времени t и по толщине стержня вдоль оси X_2 , оставаясь одинаковой вдоль направлений координатных осей X_1, X_3

$$T = T(x_2, t) = \text{inv}(x_1, x_3). \quad (2)$$

Температурное поле (2) задается графиками зависимостей температуры от времени $T_s = T_s(t)$, $s = 1, 2, 3$, определенными экспериментально и аппроксимированными сплайнами в трех слоях с координатами $x_2 = 0; 3, 5; 7$ мм (рис. 2). В промежуточных слоях для определения температуры применяется интерполяция по квадратичной параболе.

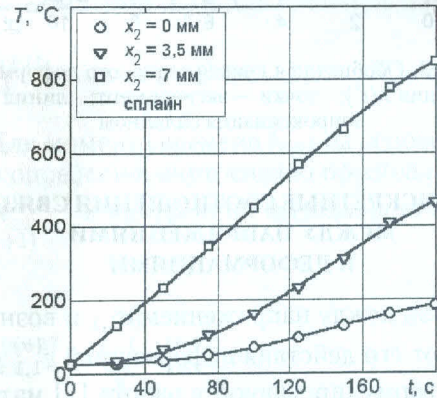


Рис. 2. Изменение температуры T во времени t в слоях с координатами x_2 при одностороннем нагреве стеклопластикового стержня

3. ТЕПЛОВАЯ ДЕФОРМАЦИЯ

Тепловая деформация ϵ_T , соответствующая температурному полю (2), является функцией координаты x_2 и времени t

$$\epsilon_T = \epsilon_T(x_2, t) = \text{inv}(x_1, x_3). \quad (3)$$

Для определения ϵ_T воспользуемся предложенной в работе [2] математической моделью теплового деформирования, которая имеет вид

$$\begin{cases} \frac{d\epsilon_T}{dT} = 2,5 \cdot 10^{-5}, & \text{при } T \leq 156^\circ\text{C}; \\ \frac{d\epsilon_T}{dT} = 2,5 \cdot 10^{-5} - 1,04 \cdot 10^{-6}(T - 156), & \text{при } 156 < T \leq 180^\circ\text{C}; \\ \epsilon_T(t) = \lambda(t') - \lambda(0) + \epsilon_{T180}, & \\ t' = \int_0^t a[T(\rho)] d\rho, & a(t) = 10^{0,009(T-180)}, \\ & \text{при } T > 180^\circ\text{C}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\lambda(t')$ — обобщенная кривая тепловой деформации, которая экспериментально определена и аппроксимирована сплайном в работе [2], а здесь представлена графиком на рис. 3.

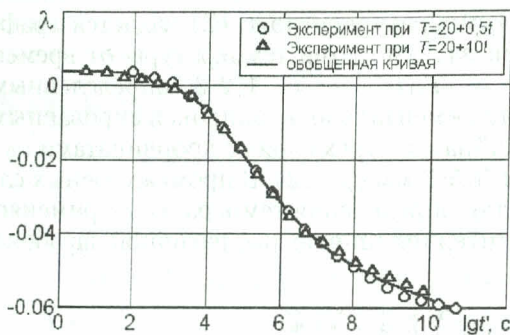


Рис. 3. Обобщенная кривая теплового деформирования $\lambda(t')$: точки — эксперимент; линия — аппроксимация сплайном

4. ДИСКРЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ

Связь между напряжением $\sigma_{1,1}$ и возникающей от его действия деформацией $\varepsilon_{1,1}^{(\sigma)}$ опишем сформулированной в работе [2] математической моделью

$$\frac{\partial \varepsilon_{1,1}^{(\sigma)}}{\partial t} + a(T)\varepsilon_{1,1}^{(\sigma)} = b(T) \frac{\partial \sigma_{1,1}}{\partial t} + c(T)\sigma_{1,1} + \frac{db(T)}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} \sigma_{1,1}, \quad (5)$$

где $a(T)$, $b(T)$, $c(T)$ — температурные зависимости коэффициентов дифференциальной модели ползучести (5), которые определены и аппроксимированы сплайнами в работе [2], а здесь представлены графиками на рис. 4–6.

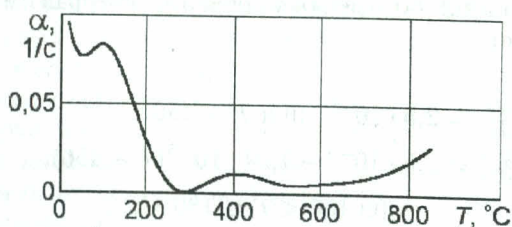


Рис. 4. Зависимость коэффициента a от температуры T

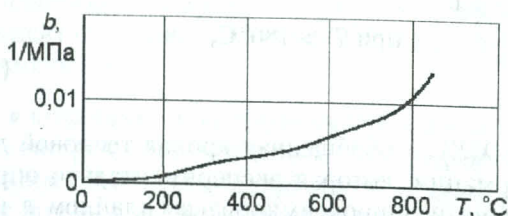


Рис. 5. Зависимость коэффициента b от температуры T

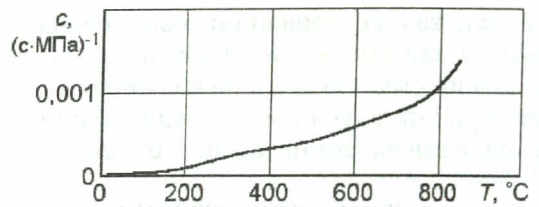


Рис. 6. Зависимость коэффициента c от температуры T

С учетом (2) и (5) введем обозначения:

$$\begin{aligned} A &= A(x_2, t) = a[T(x_2, t)], \\ B &= B(x_2, t) = b[T(x_2, t)], \\ F &= F(x_2, t) = c[T(x_2, t)] + \frac{db}{dT} \frac{\partial T}{\partial t}, \end{aligned} \quad (6)$$

и уравнение (5) приведем к виду

$$\frac{\partial \varepsilon_{1,1}^{(\sigma)}}{\partial t} + A(t)\varepsilon_{1,1}^{(\sigma)} = B(t) \frac{\partial \sigma_{1,1}}{\partial t} + F(t)\sigma_{1,1}. \quad (7)$$

Для построения дискретного аналога дифференциального уравнения (7) сформируем сетку Ω из N расчетных значений времени t_n , $n = 1, \dots, N$

$$\Omega = \{t_n, n = 1, \dots, N\}. \quad (8)$$

Для напряжения $\sigma_{1,1}$ и вызываемой им деформации $\varepsilon_{1,1}^{(\sigma)}$ в моменты времени t_n и t_{n+1} введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \sigma_{1,1}^{(n)} &= \sigma_{1,1}(x_2, t_n), \\ \sigma_{1,1}^{(n+1)} &= \sigma_{1,1}(x_2, t_{n+1}), \\ \varepsilon_{1,1}^{(\sigma), (n)} &= \varepsilon_{1,1}^{(\sigma)}(x_2, t_n), \\ \varepsilon_{1,1}^{(\sigma), (n+1)} &= \varepsilon_{1,1}^{(\sigma)}(x_2, t_{n+1}). \end{aligned} \quad (9)$$

На каждом отрезке времени $[t_n, t_{n+1}]$, $n = 1, \dots, N-1$ напряжение $\sigma_{1,1}$ и деформацию $\varepsilon_{1,1}^{(\sigma)}$ опишем линейными функциями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,1}^{(\sigma)}(\xi) &= a_0 + a_1 \xi, \\ \sigma_{1,1}(\xi) &= b_0 + b_1 \xi, \\ \text{при } \xi &= t - t_n, t \in [t_n, t_{n+1}], \\ n &= 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (10)$$

Применяя пошаговый метод, последовательно рассмотрим отрезки времени $[t_n, t_{n+1}]$, $n = 1, \dots, N-1$ и с учетом обо-

значений (9) из (10) получим

$$\begin{aligned} a_0 &= \varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n)}, \\ a_1 &= \frac{\varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n+1)} - \varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n)}}{\Delta t_n}, \\ b_0 &= \sigma_{1,1}^{(n)}, \\ b_1 &= \frac{\sigma_{1,1}^{(n+1)} - \sigma_{1,1}^{(n)}}{\Delta t_n}, \\ \Delta t_n &= t_{n+1} - t_n, \\ n &= 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (11)$$

Подставим выражения (10) в дифференциальное уравнение (7) и для момента времени t_{n+1} с учетом (11) получим

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n+1)} - \varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n)}}{\Delta t_n} + A_{n+1} \varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n+1)} &= \\ = B_{n+1} \frac{\sigma_{1,1}^{(n+1)} - \sigma_{1,1}^{(n)}}{\Delta t_n} + F_{n+1} \sigma_{1,1}^{(n+1)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Преобразуя уравнение (12), запишем

$$\sigma_{1,1}^{(n+1)} = R_{n+1} \varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n+1)} + S_{n+1}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} R_{n+1} &= \frac{\frac{1}{\Delta t_n} + A_{n+1}}{\frac{B_{n+1}}{\Delta t_n} + F_{n+1}}, \\ S_{n+1} &= \frac{\frac{B_{n+1}}{\Delta t_n} \sigma_{1,1}^{(n)} - \frac{1}{\Delta t_n} \varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n)}}{\frac{B_{n+1}}{\Delta t_n} + F_{n+1}}, \\ n &= 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (14)$$

Далее будем считать известной в момент времени t_{n+1} вычисленную на основе (4) тепловую деформацию $\varepsilon_{1,1}^{(T),(n+1)}$ и определим полную деформацию $\varepsilon_{1,1}^{(n+1)}$ в момент времени t_{n+1}

$$\varepsilon_{1,1}^{(n+1)} = \varepsilon_{1,1}^{(T),(n+1)} + \varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n+1)}. \quad (15)$$

Из (15) получим

$$\varepsilon_{1,1}^{(\sigma),(n+1)} = \varepsilon_{1,1}^{(n+1)} - \varepsilon_{1,1}^{(T),(n+1)}. \quad (16)$$

Подставим (16) в (13) и при обозначении

$$T_{n+1} = S_{n+1} - R_{n+1} \varepsilon_{1,1}^{(T),(n+1)} \quad (17)$$

выражению (13) придадим вид

$$\sigma_{1,1}^{(n+1)} = R_{n+1} \varepsilon_{1,1}^{(n+1)} + T_{n+1}. \quad (18)$$

5. ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ

Рассмотрим такое деформирование стержня, при котором плоские поперечные сечения стержня в течение всего процесса нагрева и силового нагружения остаются плоскими и лишь перемещаются вдоль оси X_1 без поворота (рис. 1).

При этом полная деформация $\varepsilon_{1,1}^{(n+1)}$ постоянна вдоль осей X_2 и X_3 :

$$\varepsilon_{1,1}^{(n+1)} = \text{inv}(x_2, x_3), \quad n = 1, \dots, N-1. \quad (19)$$

Для момента времени t_{n+1} на основе (18) и (19) определим внутреннюю продольную силу $N_{x_1}^{(n+1)}$ и внутренний изгибающий момент $M_{x_3}^{(n+1)}$

$$\begin{aligned} N_{x_1}^{(n+1)} &= b \int_0^h \sigma_{1,1}^{(n+1)} dx_2 = \\ &= b \varepsilon_{1,1}^{(n+1)} \int_0^h R_{n+1} dx_2 + b \int_0^h T_{n+1} dx_2, \\ M_{x_3}^{(n+1)} &= b \int_0^h \sigma_{1,1}^{(n+1)} x_2 dx_2 = \\ &= b \varepsilon_{1,1}^{(n+1)} \int_0^h R_{n+1} x_2 dx_2 + b \int_0^h T_{n+1} x_2 dx_2, \end{aligned} \quad (20)$$

6. РАСЧЕТЫ

Для рассматриваемого заземленного по концам стержня внутренние силовые факторы не меняются вдоль оси X_1

$$\begin{aligned} N_{x_1}^{(n+1)} &= \text{inv}(X_1), \\ M_{x_3}^{(n+1)} &= \text{inv}(X_1). \end{aligned} \quad (21)$$

Перемещение правого торца стержня $u_1^{(\ell)}$ определится на основе (19) по формуле

$$u_1^{(\ell),(n+1)} = \varepsilon_{1,1}^{(n+1)} \ell. \quad (22)$$

Формулами (1) и (22) определяется усилие, создаваемое в момент времени t_{n+1} правой опорой при деформации $\varepsilon_{1,1}^{(n+1)}$

$$F_1^{(\ell),(n+1)} = -C_y u_1^{(\ell),(n+1)} = -C_y \varepsilon_{1,1}^{(n+1)} \ell. \quad (23)$$

Данное усилие равно внутренней продольной силе $N_{x1}^{(n+1)}$

$$F_1^{(\ell),(n+1)} = N_{x1}^{(n+1)}. \quad (24)$$

Подставив (20) и (24) в (23), получим уравнение

$$b \varepsilon_{1,1}^{(n+1)} \int_0^h R_{n+1} dx_2 + b \int_0^h T_{n+1} dx_2 = -C_y \varepsilon_{1,1}^{(n+1)} \ell, \quad (25)$$

из которого определяется полная деформация $\varepsilon_{1,1}^{(n+1)}$ в момент времени t_{n+1} .

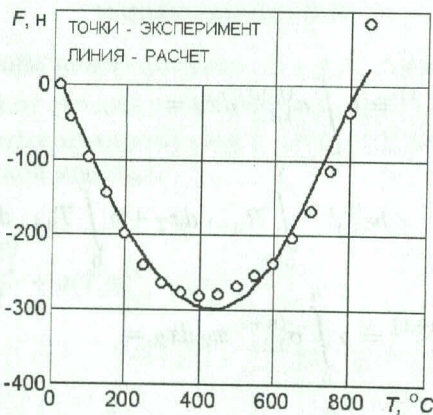


Рис. 7. Сила F , действующая на опору со стороны стеклопластикового стержня, в зависимости от температуры T «горячей» поверхности стержня при одностороннем нагреве

По найденному значению $\varepsilon_{1,1}^{(n+1)}$ на основе (20) в момент времени t_{n+1} определяются внутренняя продольная сила $N_{x1}^{(n+1)}$ и внутренний изгибающий момент $M_{x3}^{(n+1)}$. Кроме этого, по формуле (18) в любой точке стержня определяется напряжение $\sigma_{1,1}^{(n+1)}$.

Для температурного поля, заданного на рис. 2, была рассчитана сила F , действующая со стороны стержня на упругую опору

$$F = N_{x1}. \quad (26)$$

Расчетная зависимость силы F от температуры T на «горячей» поверхности образца показана сплошной линией на рис. 7.

7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для экспериментального изучения усилий, возникающих в стержне из стеклопластика в условиях одностороннего высокотемпературного нагрева, использовалась разработанная и изготовленная совместно с Ю. С. Первушиным, В. В. Зайнуллиным и Р. Р. Султанбековым установка лучистого нагрева (рис. 8).

При испытаниях в условиях ограниченного деформирования левый конец образца 1 (рис. 8) винтом 2 и накладкой 3 жестко крепится к станине 4. Второй конец образца винтом 5 и накладкой 6 жестко связан с подвижным захватом 7, который может лишь поступательно перемещаться относительно станины по направляющим элементам 8 и 9, снабженным для снижения влияния трения шариками 10 и 11.

Свободному перемещению правого конца образца 1 препятствует упругий элемент 12. В связи с этим в нагреваемом образце 1 возникает усилие, которое через подвижный захват 7 и специальные призмы 13 передается на упругий элемент 12, выполняющий функцию силоизмерителя. О нагрузке, действующей на силоизмеритель 12, судят по показаниям наклеенных на него тензорезисторов 14. Тензорезисторы 14 подключены к тензостанции ТА-5, сигнал с которой записывается на самописце КСУ4.

Кроме этого, перемещение подвижного захвата 7 регистрируется индикатором часового

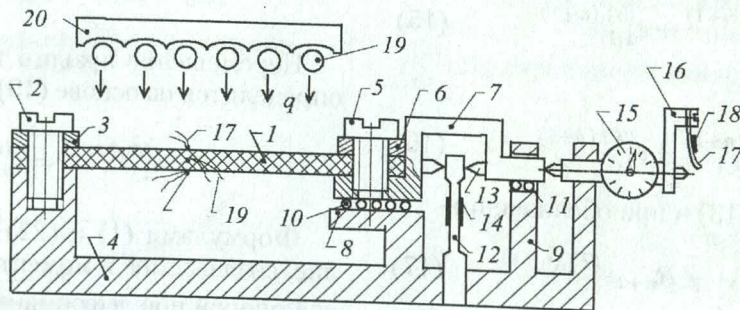


Рис. 8. Установка для изучения усилий в стержне из стеклопластика в условиях одностороннего нагрева при защемляющей опоре заданной жесткости

типа 15, оснащенным тензометрической приставкой 16, включающей упругий элемент 17 с наклеенным на него тензорезистором 18.

Нагрев образца осуществляется блоком кварцевых ламп 19, помещенных в фокусе профилированного отражателя 20.

Особенностью данной установки является возможность применения силоизмерителей различной жесткости. Это позволяет моделировать различные виды закрепления стеклопластиковых элементов в реальных объектах.

При одностороннем нагреве база испытаний выбиралась равной 100 мм. Жесткость устройства регистрации усилия $C_y = 4 \cdot 10^6$ Н/м.

Исследуемый стержень был испытан на данной установке, и полученные экспериментальные результаты показаны точками на рис. 7. Наблюдается (рис. 7) достаточно хорошее совпадение результатов расчетов и экспериментов.

ВЫВОДЫ

1. Предложен метод для расчета с учетом ползучести напряженного и деформированного состояния заземленного по концам стержня при одностороннем высокотемпературном нагреве.

2. Проведено экспериментальное изучение усилия, возникающего в стеклопластиковом

стержне при одностороннем высокотемпературном нагреве.

3. Наблюдается вполне удовлетворительное совпадение результатов расчетов и экспериментов для стержня при одностороннем нагреве, что свидетельствует о достаточно высокой точности применяемых математических моделей теплового деформирования и ползучести изучаемого стеклопластика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Исаханов Г. В.** Прочность неметаллических материалов при неравномерном нагреве. К.: Наукова Думка, 1971. 180 с.
2. **Павлов В. П.** Тепловая деформация, прочность и термовязкоупругость стеклопластиков при высокой переменной во времени температуре в условиях термодеструкции // Экспериментальные исследования и математическое моделирование. Уфа: УГАТУ, 2004. 218 с.

ОБ АВТОРЕ



Павлов Виктор Павлович, доцент каф. сопротивления материалов. Дипл. инж.-мех. по авиац. двигателям (УАИ, 1973). Канд. техн. наук по динамике, прочности машин, приборов и аппаратуры (ЧГТУ, 1979). Иссл. в обл. механики полимерных композиционных материалов.