

УДК 624.45.001

А. С. ГИШВАРОВ, ЧИН СЫСИ

МЕТОД КОМПЛЕКСНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК АВИАЦИОННЫХ ГТД

Рассмотрен метод комплексной оптимизации экспериментального исследования характеристик авиационных ГТД: высотно-скоростных характеристик, характеристик узлов двигателя (компрессора, камеры сгорания, турбины), прочностных характеристик лопаток турбин др. с применением разработанного авторами модифицированного метода планирования эксперимента, обеспечивающего повышение эффективности исследования в плане как повышения точности результатов, так и сокращения материальных и временных затрат на исследование. *Планирование эксперимента; исследование характеристик ГТД; эффективность плана эксперимента; оптимизация плана эксперимента*

Существует лишь один заменитель
воображения – эксперимент.

Ф. Боргезе

ВВЕДЕНИЕ

Современный период развития авиационной техники характеризуется высокими требованиями к ее надежности, сжатыми сроками создания и внедрения в эксплуатацию. В комплексе разнообразных задач, которые приходится решать при создании, производстве и эксплуатации авиационных газотурбинных двигателей (ГТД), большое место принадлежит экспериментальным исследованиям характеристик двигателя. На испытания двигателя приходится до 90% всех затрат, выделяемых на разработку новых конструкций двигателей. При этом затрачивается 11000 ... 16000 часов, нарабатываемых в 180 ... 230 испытаниях [1]. Создаваемая техника отличается высоким ресурсом, требующим экспериментального подтверждения. Например, самолеты последнего поколения Ту-204 и Ил-96-300 имеют назначенный ресурс гидросистемы 45 тыс. часов, а ее элементы – 60 тыс. часов.

Экспериментальные исследования проводятся на стендах и установках, представляющих собой сложные сооружения, оснащенные комплексом энергетического оборудования, топливопитания, газоздушными коммуникациями, системами управления, контроля и измерений [2]. Особо сложными и дорогими являются стенды для испытаний дви-

гателя и его элементов в высотно-скоростных условиях [3, 4].

Эксплуатация дорогостоящего оборудования стендов сопряжена с очень большими затратами, сокращение которых возможно за счет внедрения в практику исследования методов математического планирования эксперимента, обеспечивающего значительные преимущества в плане сокращения времени испытаний и затрачиваемых средств, позволяя представлять экспериментальный материал в виде аналитических зависимостей, выбирать оптимальные решения, осуществлять более глубокий анализ полученного материала, давать более определенные и точные рекомендации и выводы [5–15].

Во многих случаях при исследовании характеристик ГТД приходится сталкиваться с ситуацией, когда целью является определение прогнозных значений параметров исследуемого процесса (например, оценка значений интересующего экспериментатора параметра в будущие моменты времени, лежащие вне интервала наблюдения) на основе изучения, анализа и обобщения его предыстории.

В некоторых случаях приходится оценивать значение выходной величины изучаемого процесса в тех точках пространства входных переменных, непосредственные измерения в которых невозможны или практически трудно осуществимы, ввиду высокой стоимости измерений в этих точках или невозможности выделить полезный сигнал на фоне помех (мала эффективность измерения) и др.

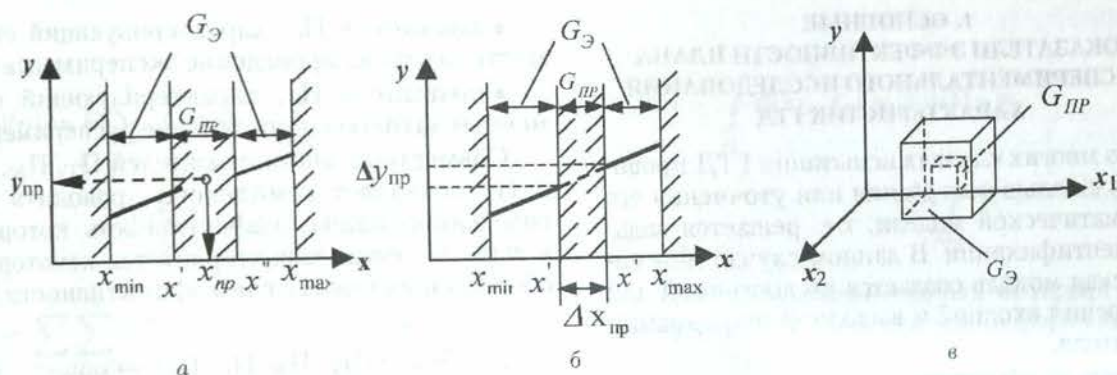


Рис. 1. Схема прогнозирования параметра $y = f(x)$ при внутренней экстраполяции (интерполяции): а — прогнозирование в точку x_{np} ; б — прогнозирование в интервал Δx_{np} ; в — прогнозирование в область G_{np} ; $G_{Э} \sim [x_{min} \dots x', x'' \dots x_{max}]$ — область проведения экспериментов; x_{min}, x_{max} — нижняя и верхняя границы значений x

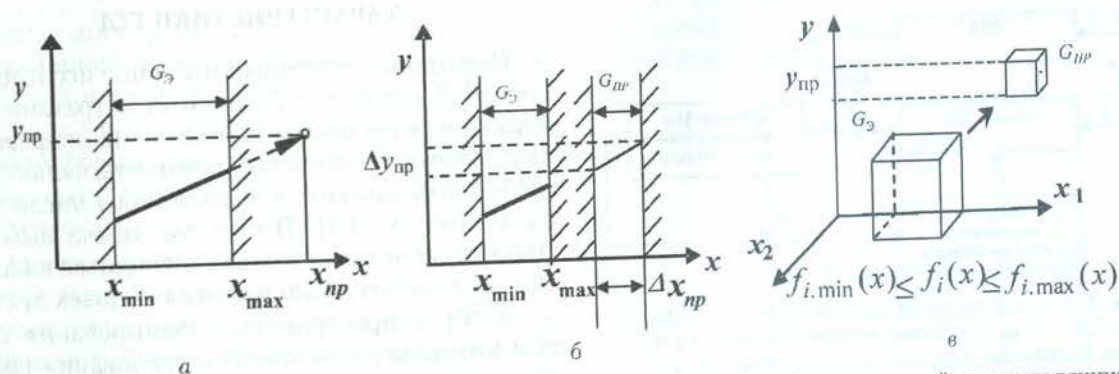


Рис. 2. Схема прогнозирования параметра $y = f(x)$ и $y = f(x_1, x_2)$ при внешней экстраполяции: а — прогнозирование в точку x_{np} ; б — прогнозирование в интервал Δx_{np} ; в — прогнозирование в область G_{np} ; $G_{Э} \sim [x_{min} \dots x_{max}]$ — область проведения экспериментов; x_{min}, x_{max} — нижняя и верхняя границы значений x

Поставленная таким образом задача представляет собой задачу прогнозирования (экстраполяции), которая по постановке может быть как прямой, так и обратной. При этом в обоих случаях возможны как внутренняя (рис. 1), так и внешняя (рис. 2) экстраполяции.

Анализ экспериментальных исследований, проведенных в области авиадвигателестроения с применением планирования эксперимента [2, 4, 8, 16–29], позволяет сделать следующие выводы:

- на практике преимущественно применяются D-оптимальные планы эксперимента, которые не всегда соответствуют цели и задачам проводимого исследования, исключая возможность проведения целенаправленной оптимизации, исходя из конкретного содержания задачи (например, когда предъявляются дополнительные требования к качеству формируемой по результатам эксперимента модели; когда проведение эксперимен-

тов в анализируемой области представляется сложным или невозможным и др.);

- область планирования эксперимента, как правило, рассматривается в виде совокупности независимых факторов, задаваемых ограничениями 1-го рода, в то время как в действительности факторы могут быть частично или полностью взаимосвязаны, образуя область планирования сложной формы в виде ограничений 2-го рода;

- отсутствует комплексный учет основных показателей эффективности плана эксперимента при его выборе (точности результатов исследования, стоимости, объема и длительности исследования).

Поэтому актуальным является проведение исследований по дальнейшему развитию методов оптимального планирования экспериментального исследования характеристик ГТД, обеспечивающих повышение точности результатов и снижение материальных и временных затрат на исследование.

1. ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГТД

Во многих случаях испытания ГТД проводятся с целью построения или уточнения его математической модели, т.е. решается задача идентификации. В данном случае математическая модель создается по доступной для измерения входной и выходной информации двигателя.

Одна из общих схем идентификации приведена на рис. 3, в которой предусматривается перестройка модели в процессе минимизации показателя близости $I(\varepsilon)$.

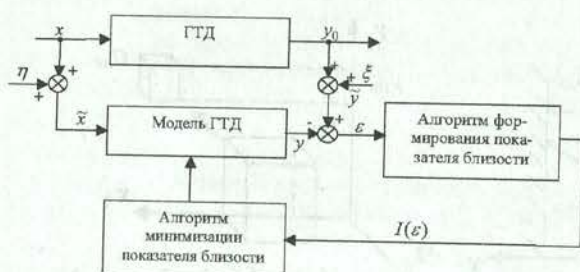


Рис. 3. Схема построения математической модели ГТД: x, y_0 — соответственно входной и выходной сигналы объекта; η, ξ — помехи; \tilde{x}, \tilde{y} — входной и выходной сигналы модели, $\varepsilon = \tilde{y} - y$

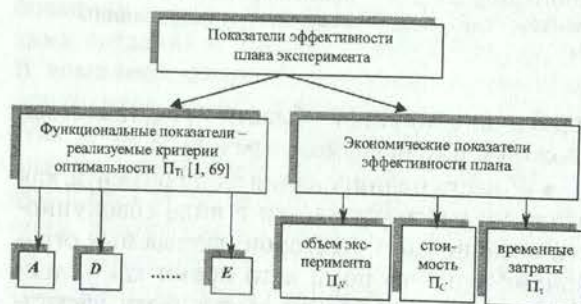


Рис. 4. Структура основных показателей эффективности плана эксперимента

При проведении исследований ГТД с применением планированного эксперимента основные требования сводятся к получению требуемого результата при наименьших временных и материальных затратах. Для комплексной оценки эффективности плана эксперимента (ПЭ) введем в рассмотрение показатели, характеризующие его функциональное и экономическое качество (рис. 4):

- показатель P_T , характеризующий точность регрессионной модели, определяемой в ходе экспериментального исследования;
- показатель P_N , характеризующий объем исследования, т.е. количество опытов в ПЭ;

- показатель P_C , характеризующий стоимость затрат на проведение эксперимента;
- показатель P_T , характеризующий временные затраты на проведение эксперимента.

Совместный учет показателей P_T, P_N, P_C и P_T позволяет комплексно проводить оптимизацию плана, эффективность которого в данном случае характеризуется некоторым обобщенным показателем эффективности Ξ :

$$\Xi = f(P_T, P_N, P_C, P_T) \rightarrow \text{opt.} \quad (1)$$

2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА, МИНИМИЗИРУЮЩЕГО ДИСПЕРСИЮ ПРОГНОЗНОЙ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГТД

Поскольку экспериментальное исследование ГТД связано с большими затратами, то практическую ценность имеют не непрерывные, а точные планы эксперимента, являющиеся оптимальными для заданного числа наблюдений N [13]. При этом задача выбора точного оптимального плана сводится к нахождению такого расположения N точек x_i ($i = \overline{1, N}$) в пространстве планирования G_x , при котором выполняются требования соответствующего критерия оптимальности.

В теории планирования эксперимента показатели эффективности, характеризующие точность результатов исследования, разделены на 2 группы [13, 14]:

- показатели, связанные с точностью оценки коэффициентов $\theta = (\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ регрессионной модели $y = f(x_i, \theta_i)$;
- показатели, связанные с ошибкой оценки параметра модели y .

Первую группу образуют показатели D -, A -, E -оптимальности (P_A, P_D, P_E) и показатель ортогональности плана (P_G). Вторую группу образуют показатели G - и Q -оптимальности (P_G, P_Q), ротатабельности ($P_{\text{рот}}$), равномерности ($P_{\text{ун}}$) и максимума точности оценки координат экстремума (P_d).

Задачу оценки неизвестных коэффициентов θ можно рассматривать как задачу оценки регрессионной функции. Для решения прогнозных задач мерой отклонения оценки регрессионной функции $\hat{y} = \sum_{j=0}^k f_j(x) \hat{\theta}_j$ от истинной зависимости $\bar{y} = \sum_{j=0}^k f_j(x) \bar{\theta}_j$ является дисперсия предсказанных по уравнению регрессии значений выходного параметра модели исследуемой характеристики ГТД [15]:

$$\begin{aligned}
 d(y) &= E\left[\sum_{j=0}^k f_j(x)\hat{\theta}_j - \sum_{j=0}^k f_j(x)\bar{\theta}_j\right]^2 = \\
 &= E\left[\sum_{j=0}^k f_j(x)(\hat{\theta}_j - \bar{\theta}_j)\right]^2 = \\
 &= \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k f_i(x)f_j(x)E[(\hat{\theta}_i - \bar{\theta}_i)(\hat{\theta}_j - \bar{\theta}_j)] = \\
 &= \sigma^2 f^T(x)(F^T F)^{-1} f(x) = \\
 &= \sigma^2 f^T(x) C f(x) = \\
 &= \sigma^2 f^T(x) M^{-1} f(x), \quad (2)
 \end{aligned}$$

где σ^2 — дисперсия погрешности контроля регрессионной функции (выходного параметра модели) в эксперименте; $M = \frac{1}{N} F^T F$ — матрица, представляющая собой нормированную информационную матрицу (Фишера), не зависящую от числа точек плана N , но зависящую от их расположения.

Оценки $\hat{\theta}_j$ отличаются от истинных значений коэффициентов, причем ошибка тем больше, чем больше дисперсия ошибок наблюдений. Показателями точности оценок $\hat{\theta}_j$ и величины \bar{y} являются дисперсии $\sigma_{\hat{\theta}_j}^2$ и $\sigma_{\bar{y}}^2$ соответственно. Эти дисперсии зависят не только от дисперсии ошибок наблюдений σ^2 , но и от выбранной структуры модели и точек постановки опытов, т. е. матрицы F . Нормированная дисперсия функции регрессии $d(x)$ не зависит от числа точек измерений, но зависит от их расположения.

Таким образом, для решения прогнозных задач оптимальным является план ε^* (G -оптимальный план), который минимизирует на множестве всех возможных планов величину дисперсии предсказания в заданной точке x_0 :

$$K_T = d(x_0, \varepsilon^*) = \min \Pi_T = \min d(x_0, \varepsilon). \quad (3)$$

В случае экстраполяции в некоторую область G_x , недоступную для наблюдений, в качестве критерия оптимальности может быть принята величина максимальной или средней по этой области дисперсии предсказания. Тогда план ε^* будет оптимальным в случае, если

$$\begin{aligned}
 K_T = d(x_G, \varepsilon^*) &= \min \Pi_T = \\
 &= \min_{\varepsilon} \max_{x_G \in G_x} d(x_G, \varepsilon), \quad (4)
 \end{aligned}$$

или если он минимизирует на множестве всех планов ε величину:

$$\begin{aligned}
 K_T &= \int_G d(x_G, \varepsilon^*) = \min \Pi_T = \\
 &= \min_{\varepsilon} \int_{G_x} d(x_G, \varepsilon) dx_G. \quad (5)
 \end{aligned}$$

При этом доверительный интервал функции регрессии вычисляется по формуле

$$\begin{aligned}
 \sigma_y^2 &= f(x)^T (X^T X) f(x) \sigma^2 = \\
 &= \frac{1}{N} f(x)^T M^{-1} f(x) \sigma^2. \quad (6)
 \end{aligned}$$

В случае если дисперсия σ^2 неизвестна, то используется оценка, вычисленная по экспериментальным данным.

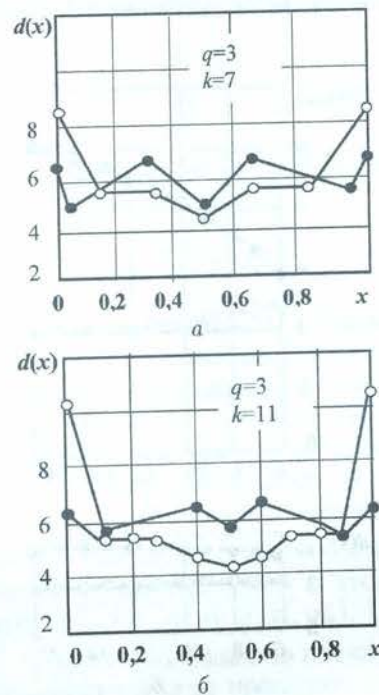


Рис. 5. Распределение нормированной дисперсии функции регрессии: \circ — дисперсия при равномерном расположении точек измерений; \bullet — расположение точек в соответствии с G -оптимальным планом

На рис. 5 показано распределение нормированной дисперсии

$$d(x) = f(x)^T M^{-1} f(x) = N(\sigma_y^2/\sigma^2) \quad (7)$$

внутри области планирования эксперимента $X \in 0 \dots 1$ в предположении $\sigma^2 = 1$ при $q = 3$, $k = 7$ (а) и $k = 11$ (б) (q — степень аппроксимирующего полинома, k — количество коэффициентов регрессионной модели)

для равномерного размещения точек на интервале $[0, 1]$. Из рис. 5 видно, что особенно равномерно размещения точек являются наибольшие значения дисперсии на краях диапазона измерений параметра характеристик ГТД.

Иное размещение точек следует из G -оптимального плана: точки подобраны так, чтобы получить

$$K_T = \min_X \sigma_{y, \max}^2 = \min_X \max_x \sigma_y^2(x). \quad (8)$$

С учетом (6) вместо (8) можно записать:

$$\min_X \max_x \sigma_y^2 = \min_X \max_x f(x)^T M^{-1} f(x) (\sigma^2/N). \quad (9)$$

Зависимость максимального значения нормированной дисперсии $d(x)$ от количества опытов в плане эксперимента приведена на рис. 6.

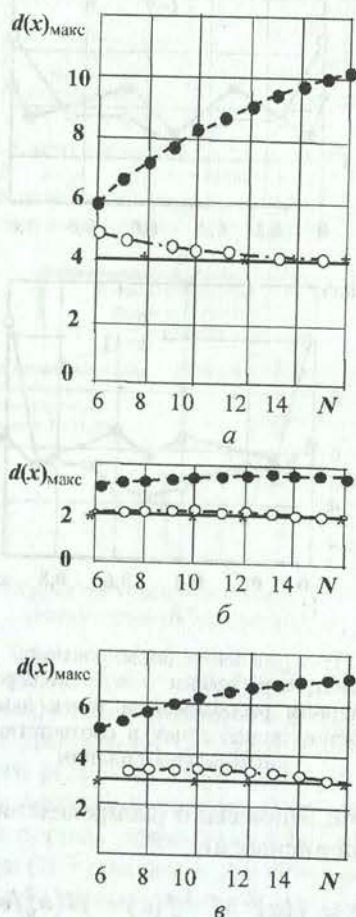


Рис. 6. Зависимость максимальной нормированной дисперсии функции регрессии от числа измерений: $a - q = 4$; $b - q = 2$; $v - q = 3$; \bullet — равномерное расположение точек; \circ — расположение точек по G -оптимальному плану; * — план с числом точек, равным числу коэффициентов модели

G -оптимальные планы имеют одну важную особенность: расположение точек измерения не зависит от значений коэффициентов модели (зависит от вида модели, т. е. для полинома — от его степени), ввиду чего план может быть определен заранее и будет являться универсальным для данной модели.

Пример распределения дисперсии погрешности оценки, приведенный на рис. 5 для $q = 3$, $k = 7$ и $k = 11$, показывает, что по сравнению с традиционным равномерным размещением точек при G -оптимальном плане дисперсия на краях диапазона измерений уменьшается, а в центральной части диапазона увеличивается. Максимального значения дисперсия достигает в нескольких точках.

Видно, что $d(x)_{\max}$ почти не зависит от числа точек, зато для равномерного расположения точек дисперсия возрастает.

Выбор плана эксперимента по критериям (3)–(5) позволяет эффективно решать прогнозные (экстраполяционные) задачи при исследовании характеристик авиационных ГТД.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА С УЧЕТОМ ОБЪЕМА И СТОИМОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Показатель эффективности плана Π_N характеризует количество опытов N в плане эксперимента и является одним из важнейших параметров. Понятие опыта в различных планах испытаний различно, однако чаще всего опыт состоит в испытании одного образца изделия до истечения определенного времени или до достижения этим образцом некоторого (например, критического) состояния. Количество образцов N_0 устанавливается при формировании плана эксперимента.

В случае восстанавливаемых изделий количество опытов N и количество участвующих в испытаниях образцов изделия (N_0) могут быть неравны ($N_0 \neq N$). Необходимое количество опытов m может быть получено:

- в результате испытания m образцов (когда на каждом образце проводится один опыт);
- испытанием меньшего количества образцов (когда на всех или на некоторых образцах проводятся несколько опытов, в пределе все N опытов могут быть проведены на одном образце).

Таким образом, в общем случае

$$1 \leq N_0 \leq N \in [2 \dots \infty]. \quad (10)$$

Таблица 1

| № опыта | Матрица плана эксперимента | | | Результат y_i | Затраты на эксперимент | |
|---------|----------------------------|-----|----------|----------------------|------------------------|---------------------------|
| | X_1 | ... | X_k | | стоимость | длительность |
| 1 | x_{11} | ... | x_{k1} | $y_1 \dots y_{1.m1}$ | $c_1 \dots c_{1.m1}$ | $\tau_1 \dots \tau_{2m1}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| N | x_{1N} | ... | x_{kN} | $y_N \dots y_{N.mN}$ | $c_N \dots c_{N.mN}$ | $\tau_1 \dots \tau_{2m1}$ |

При выборе значения N_0 должно учитываться, с одной стороны, естественное стремление уменьшить количество образцов, участвующих в испытаниях. Особенно важно это в тех случаях, когда техническими условиями оговорено, что образцы, частично выработавшие свой ресурс в испытаниях, не могут поставляться заказчику. С другой — желание сократить общую (календарную) продолжительность испытаний. При испытаниях на надежность каждый опыт в плане эксперимента связан с определенными затратами времени (иногда весьма значительными — месяцы и даже годы). В связи с этим уменьшение N_0 по сравнению с N , когда возрастает количество опытов, проводимых последовательно на одном образце, неизбежно приводит к резкому возрастанию общей (календарной) продолжительности испытаний. Исходя из этого, нецелесообразно уменьшать N_0 по сравнению с N .

План ϵ является ненасыщенным, если $N > k + 1$, насыщенным, если $N = k + 1$, и сверхнасыщенным, если $N < k + 1$ (где k — число констант модели, подлежащих определению по результатам эксперимента).

Критерием эффективности плана в данном случае является условие:

$$K_N = \min \Pi_N. \tag{11}$$

Применение критерия насыщенности K_N целесообразно на первом этапе исследования, когда важно получить хотя бы приближенное представление об исследуемой характеристике, затрачивая при этом минимум временных и материальных средств.

В общем случае показатель Π_N связан с показателями точности Π_T , стоимости Π_C и длительности реализации эксперимента Π_τ , т.е. $\Pi_N = f(\Pi_T, \Pi_C, \Pi_\tau)$. При этом, как правило, с увеличением N точность получаемых решений, стоимость и длительность эксперимента возрастают.

Очевидно, реализация опытов в плане эксперимента требует затрат, которые, в общем случае, могут отличаться друг от друга (табл. 1).

При этом общая стоимость затрат на реализацию плана эксперимента определяется по формуле

$$\Pi_C = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} C_{ij},$$

где C_{ij} — стоимость i -го опыта, реализуемого в эксперименте m_i раз.

При одинаковой стоимости повторных экспериментов в каждой строке плана

$$\Pi_C = \sum_{i=1}^N m_i \cdot c_i.$$

Показатель стоимости Π_C может быть разделен на две составляющие:

$$\Pi_C = \Pi_C^{(1)} + \Pi_C^{(2)},$$

из которых составляющая $\Pi_C^{(1)}$ представляет собой величину постоянных (как правило, разовых) затрат на проведение эксперимента (затраты на подготовку стенда к снятию характеристик ГТД, на создание установки для проведения автономных испытаний камеры сгорания двигателя и т.д.), а составляющая $\Pi_C^{(2)}$ зависит только от условий проведения эксперимента в каждом опыте и количества повторных опытов: $c_i = f(x_i, m_i)$. Поэтому при $\Pi_C^{(1)} \approx \text{idem}$ оптимизацию плана по критерию стоимости можно проводить с учётом только второй составляющей.

Критерием эффективности плана эксперимента по стоимости является минимизация показателя Π_C :

$$K_C = \min \Pi_C = \min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} c_{ij}. \tag{12}$$

4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА ПО КРИТЕРИЮ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

Показатель длительности эксперимента Π_τ характеризует общую (суммарную) длительность исследования, проводимого согласно выбранному плану эксперимента (табл. 1):

$$\Pi_{\tau} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} \tau_{ij}, \quad (13)$$

где N — количество опытов в ПЭ; m_i — количество повторений i -го опыта в плане; τ_{ij} — длительность i -го опыта ($\tau_{ij} = \tau_{i\xi}$, $i \neq \xi$).

Учет данного показателя при выборе и оптимизации плана эксперимента оправдан и является целесообразным при решении следующих задач:

- когда объектом исследования являются динамические процессы, реализуемые на протяжении довольно длительного времени (занимающего месяцы, годы), и решается задача по определению закономерности изменения определяющего параметра изделия во времени по результатам многофакторных испытаний;

- решается обратная задача по временному прогнозированию, т.е. при заданной погрешности прогнозной оценки параметра по времени и заданном объеме эксперимента N требуется определить временной интервал, на котором необходимо провести эксперимент, и спектр плана эксперимента.

Фактически первая задача представляет собой задачу экспериментального определения надежности изделий, которая может характеризоваться совокупностью параметров, например, временем безотказной работы.

В случаях испытаний на безотказность и долговечность, когда основной режим — это нормальное функционирование изделия, одной из наиболее общих и показательных характеристик испытаний является суммарная наработка в процессе испытаний всех испытываемых образцов τ_{Σ} (суммарный расход ресурса изделия, затрачиваемый на испытания). Величина τ_{Σ} непосредственно связана со стоимостью испытаний, поскольку ей пропорциональны расход энергии, расход ЗИП, затраты рабочего времени и т. п.

Критерием эффективности плана эксперимента при испытаниях на безотказность и долговечность является условие

$$K_{\tau} = \min \Pi_{\tau} = \min \tau_{\Sigma}. \quad (14)$$

При заданном значении ошибки δ_a определения констант модели a оптимальный план эксперимента определится из следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \varphi(\hat{a}, \delta_a, x_1, x_2, \dots, x_k) &= Q; \\ \tau_{\Sigma}(x_1, x_2, \dots, x_k, \alpha_i) &\rightarrow \min. \end{aligned} \quad (15)$$

Очевидно, что введение критерия (15) обеспечивает единственность решения задачи по выбору спектра плана эксперимента при любом значении k .

На практике определить закономерность изменения определяющего параметра динамической характеристики ГТД можно двумя способами [30]:

- время включается в план эксперимента в качестве фактора;
- все опыты плана эксперимента проводятся за одинаковое время.

Фактор времени является одним из основных при проведении исследований по сокращению длительности ресурсных испытаний, которое может реализоваться несколькими способами [9, 30, 31]:

- форсированием параметров режима нагружения;
- прогнозированием параметров изделия во времени без форсирования параметров режима нагружения;
- комбинированием форсирования и прогнозирования.

В первом случае, как правило, решается задача планирования эксперимента по определению коэффициента ускорения — отношения длительности эксплуатационных испытаний к ускоренным.

Во втором случае эффект сокращения длительности эксперимента достигается за счет прогнозирования параметра изделия [9]. При этом возможны следующие три варианта (рис. 7).

Вариант А. Сокращение длительности за счет оптимального размещения опытов на временной оси (рис. 7, б). Проведение эксперимента по плану ε_2 позволяет обеспечить такое же значение дисперсии прогнозируемого значения «у» при неизменном объеме эксперимента ($N_Y = N_H$), но за более короткое время τ_H :

$$\sigma^2(\varepsilon_1, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_2, \tau_Y); \quad N_Y = N_H, \quad (16)$$

где $\Delta\tau_1$ — эффект ПЭ по длительности; $\sigma^2(\varepsilon, \tau)$ — дисперсия прогнозируемого параметра при реализации эксперимента по плану ε , для которого верхняя граница по длительности равна τ . Областью определения τ является интервал $0 \dots \tau_H$. Для случая, когда все измерения значений y_i проводятся на одном изделии, критерий эффективности плана имеет вид:

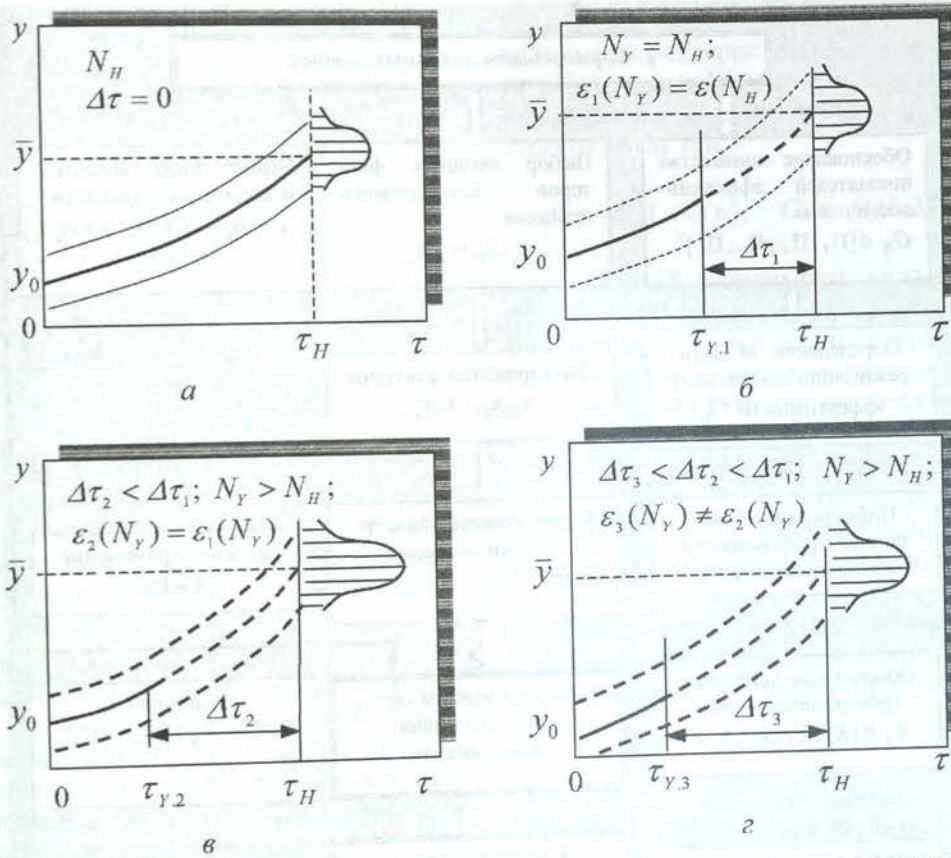


Рис. 7. Варианты сокращения длительности испытаний с применением прогнозирования параметра: а — динамика изменения параметра y в интервале $[0 \dots \tau_H]$; б — прогнозирование с проведением эксперимента по оптимальному плану $\varepsilon_1(N_Y) = \varepsilon(N_H)$ в интервале $[0 \dots \tau_{Y,1}]$ ($N_Y = N_H$); в — прогнозирование с увеличением числа повторных опытов в интервале $[0 \dots \tau_{Y,2}]$ ($N_Y > N_H, \varepsilon_2(N_Y) = \varepsilon_2(N_Y)$); г — прогнозирование с проведением эксперимента по оптимальному плану $\varepsilon_3(N_Y) \neq \varepsilon_2(N_Y)$ в интервале $[0 \dots \tau_{Y,3}]$

тельность реализации опытов по плану ε_Y :

$$K_\tau = \min \Pi_\tau = \min_j [\max \tau_j];$$

$$\sigma^2(\varepsilon_1, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_2, \tau_Y);$$

$$j = \overline{1, N_Y}; \quad N_Y = N_H.$$

$$K_\tau = \min \Pi_\tau = \min \sum_{j=1}^{N_Y} \tau_j;$$

$$\sigma^2(\varepsilon_H, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_Y, \tau_Y);$$

$$N_Y = N_H.$$

Вариант Б. Очевидно, что эффект от сокращения длительности испытаний может быть еще большим за счет увеличения количества повторных экспериментов на интервале $0 \dots \tau_Y$ (рис. 7, в):

$$K_\tau = \min \Pi_\tau = \min_j [\max \tau_j];$$

$$\sigma^2(\varepsilon_H, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_Y, \tau_Y);$$

$$j = \overline{1, N_Y}; \quad N_Y > N_H.$$

Вариант В. Из (17) и (18) следует, что минимизация показателя Π_τ может проводиться за счет варьирования как спектром плана (координатами размещения точек эксперимента на интервале оси $0 \dots \tau_H$), так и количеством опытов N_Y ($N_Y \in 1 \dots \infty$) (рис. 7, г):

$$K_\tau = \min \Pi_\tau = \min \sum_{j=1}^{N_Y} \tau_j;$$

$$\sigma^2(\varepsilon_H, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_Y, \tau_Y);$$

$$N_Y \in 1 \dots \infty.$$

Для случая, когда реализация каждого опыта в плане эксперимента требует отдельного изделия (образца), критерием эффективности является минимизация показателя, характеризующего общую (суммарную) дли-

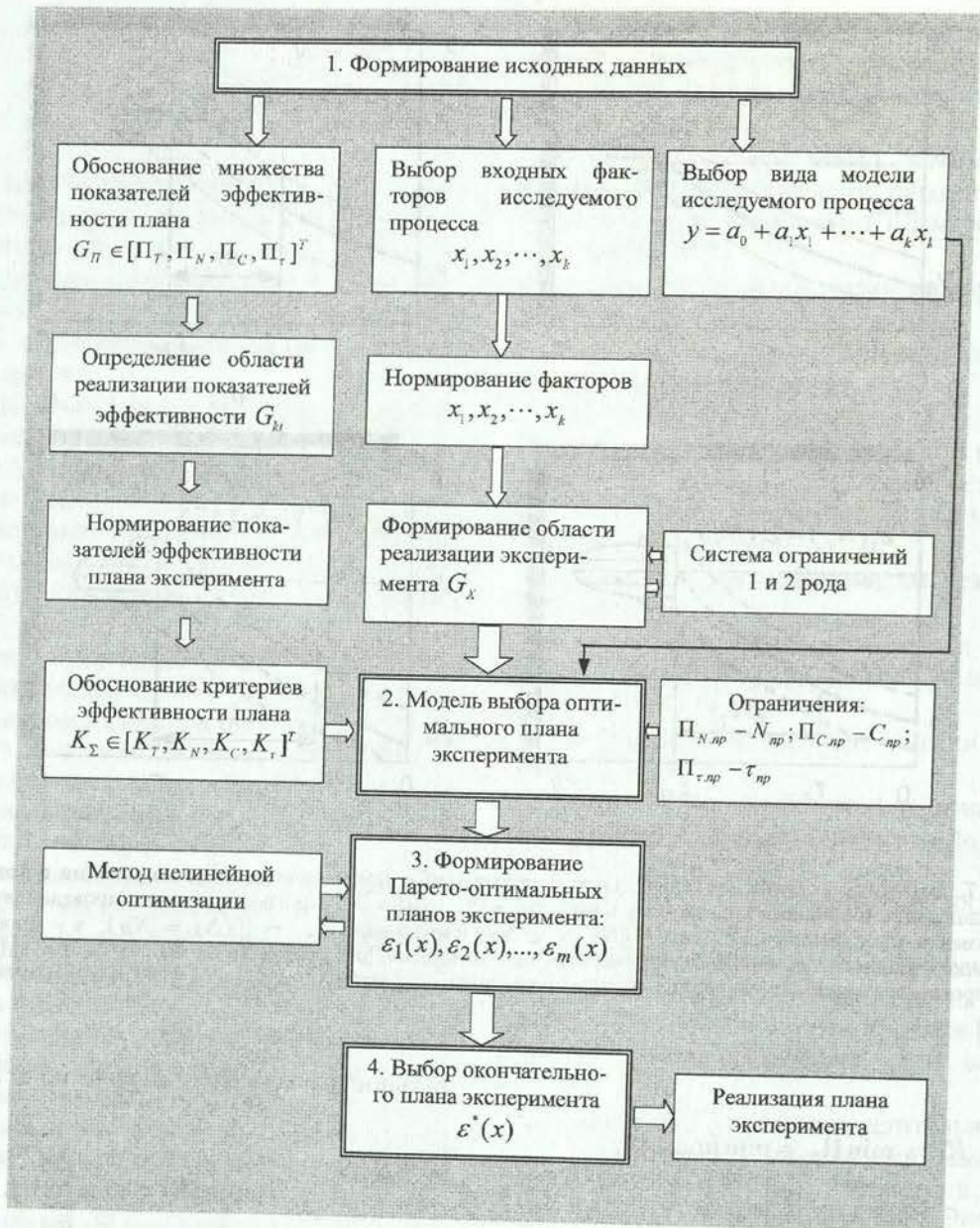


Рис. 8. Структура комплексной оптимизации плана эксперимента: $C_{пр}, \tau_{пр}$ — ограничения по материальным и временным затратам; $N_{пр}$ — ограничение по количеству опытов или выделяемых на эксперимент образцов изделия или по количеству опытов в плане

5. КОМПЛЕКСНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА

Основной целью комплексной оптимизации исследования с применением планирования эксперимента является выбор плана, обеспечивающего достижимое значение эффективности проводимого исследования одновременно по всем основным показателям: точности моделирования исследуемых характеристик изделия, а также материальных и временных затрат на исследование.

Комплексная оптимизация плана эксперимента проводится согласно схеме, приведен-

ной на рис. 8. Область реализации показателей эффективности формируется с учетом ограничений по материальным и временным затратам на эксперимент, включая ограничение по количеству опытов в плане или ограничение по количеству образцов изделия, выделяемых на исследование.

Множество Парето-оптимальных планов формируется многократной оптимизацией векторного функционала K_{Σ} , являющегося сверткой нормированных значений показателей эффективности плана эксперимента K_T, K_N, K_C и K_{τ} :

$$\begin{aligned}
 K_{\Sigma} &= [K_T, K_N, K_C, K_{\tau}]^T = \\
 &= \max[A\Pi_T^H + B\Pi_N^H + C\Pi_C^H + D\Pi_{\tau}^H]; \\
 \Pi_T^H &= \Pi_T^*/\Pi_T; \quad \Pi_N^H = (k+1)/N; \\
 \Pi_C^H &= \sum_{i=1}^{N^*} \sum_{j=1}^{n_i^*} C_{ij}^* / \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} C_{ij}; \\
 \Pi_{\tau}^H &= \sum_{i=1}^{N^*} \sum_{j=1}^{n_i^*} \tau_{ij}^* / \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \tau_{ij},
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

где A, B, C, D — положительные числа, используемые в методе Парето.

Многократная оптимизация обеспечивается варьированием в (21) значений коэффициентов A, B, C и D в интервале $0 \dots 1$ при условии $A + B + C + D = 1$.

Очевидно, что на практике поиск оптимального плана имеет смысл, когда на параметры N, C_{Σ} и τ_{Σ} наложены ограничения, обусловленные финансовыми возможностями исследователя и располагаемым временным ресурсом (особенно при проведении испытаний на надежность и ресурс):

$$N \leq N_{\text{пр}}; \quad C_{\Sigma} \leq C_{\text{пр}}; \quad \tau_{\Sigma} \leq \tau_{\text{пр}}, \tag{22}$$

где $N_{\text{пр}}, C_{\text{пр}}, \tau_{\text{пр}}$ — предельные (верхние) ограничения по объему (качеству) опытов, стоимости и длительности планируемого экспериментального исследования.

Возможны частные случаи представления функционала K_{Σ} . Например, если в эксперименте длительность реализации опытов не является значимой, то оптимизируется функционал $K_{\Sigma} = [K_T, K_N, K_C]^T$ и т. д.

6. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОМПЛЕКСНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК АВИАЦИОННЫХ ГТД

По результатам проведенных исследований была разработана методика выбора оптимального плана, которая апробировалась при решении задач по экспериментальному исследованию характеристик ГТД.

Моделирование высотно-скоростной характеристики двигателя

При создании и совершенствовании авиационных двигателей важным является получение их высотно-скоростных характеристик, определяемых испытаниями на высотных стендах типа термобарокамеры. При

этом, как правило, определяют серию дроссельных характеристик на нескольких высотах H и числе M полета, и задача сводится к получению зависимостей тяги и расхода топлива от H, M и n :

$$R = f(H, M, n), \quad G_i = f(H, M, n). \tag{23}$$

Поскольку зависимости вида (23) имеют сложный характер, то при проведении эксперимента применяют планы второго порядка, позволяющие определить зависимость искомой функции от исследуемых факторов в виде полинома 2-го порядка.

По методике был получен план эксперимента (табл. 2), дисперсия которого (при неизменном числе опытов в плане) в 1,6 раза меньше дисперсии ранее применяемого плана эксперимента [4].

Если дисперсию плана сохранить равной дисперсии ранее применяемого плана, то количество опытов в плане уменьшается в 1,4 раза.

Моделирование характеристики компрессора вспомогательного ГТД ТА-6А

На предприятии-изготовителе характеристика компрессора вспомогательного ГТД ТА-6А определяется экспериментально испытаниями двигателя на 7 приведенных частотах вращения — $n_{\text{пр}} = [37, 63, 74, 80, 5, 93, 96, 99]^T \%$.

Общее количество контролируемых точек в эксперименте — 86. Характеристика снимается в интервале нагрузок ($n_{\text{пр}} = 37 \dots 99\%$; $G_{\text{в.пр}} = 1,0 \dots 6,5 \text{ кг/с}$).

Оптимальное планирование позволило в данном случае при неизменном количестве опытов ($N = 86$) и уровней частот вращения ($n_y = 7$), снизить дисперсию оценки π_k^* :

- в 1,9 раза по сравнению с планом эксперимента, применяемым на предприятии;
- в 1,3 раза по сравнению с D -оптимальным планом эксперимента.

В качестве окончательного выбран план (табл. 3), который при заданной точности содержит 45 опытов, т. е. в 1,9 раза меньше, чем в используемом плане.

Моделирование характеристики камеры сгорания ГТД

Эффективность работы основной камеры сгорания ГТД характеризуется несколькими

Таблица 2

| № опыта | Исходный план ε | | | | Оптимальный план ε^* | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|------|--|-------|----------------------------------|------|--|-------|
| | x_1 (n, %) | | x_2 (P_n^* , кг/см ²) | | x_1 (n, %) | | x_2 (P_n^* , кг/см ²) | |
| | код. | фак. | код. | фак. | код. | фак. | код. | фак. |
| 1 | -1 | 85,2 | -1 | 0,27 | -1,414 | 84,0 | -0,172 | 0,415 |
| 2 | -1 | 85,2 | 1 | 0,62 | -1,414 | 84,0 | 1,414 | 0,692 |
| 3 | 1 | 90,8 | -1 | 0,27 | 1,414 | 92,0 | -1,414 | 0,197 |
| 4 | 1 | 90,8 | 1 | 0,62 | -0,127 | 87,6 | 0,146 | 0,471 |
| 5 | -1,414 | 84,0 | 0 | 0,445 | 1,414 | 92,0 | 0 | 0,445 |
| 6 | 1,414 | 92,0 | 0 | 0,445 | -0,163 | 87,5 | -0,172 | 0,415 |
| 7 | 0 | 88,0 | -1,414 | 0,197 | 1,414 | 92,0 | 1,414 | 0,692 |
| 8 | 0 | 88,0 | 1,414 | 0,692 | 0,052 | 88,0 | -1,414 | 0,197 |
| 9 | 0 | 88,0 | 0 | 0,445 | 0,133 | 88,4 | 1,414 | 0,692 |
| 10 | 0 | 88,0 | 0 | 0,445 | -1,414 | 84,0 | -1,414 | 0,197 |
| 11 | 0 | 88,0 | 0 | 0,445 | -0,119 | 87,7 | 0,172 | 0,475 |
| 12 | 0 | 88,0 | 0 | 0,445 | 0,069 | 88,2 | -1,414 | 0,197 |
| 13 | 0 | 88,0 | 0 | 0,445 | 1,414 | 92,0 | 0,124 | 0,467 |
| Дисперсия плана $d(x, \varepsilon)$ | | | | | | | | |
| d | 0,458 | | | | 0,288 | | | |

Примечание: «код.» — кодированное значение фактора; «фак.» — фактическое значение фактора.

Таблица 3

**Оптимальный план эксперимента
для построения характеристики компрессора ВГД ТА-6А**

| № опыта | Факторы | | | | № опыта | Факторы | | | |
|---------|-----------------------|-------|----------------------------|-------|---------|-----------------------|-------|----------------------------|-------|
| | x_1 ($n_{пр}$, %) | | x_2 ($G_{в.пр}$, кг/с) | | | x_1 ($n_{пр}$, %) | | x_2 ($G_{в.пр}$, кг/с) | |
| | код. | факт. | код. | факт. | | код. | факт. | код. | факт. |
| 1 | 0,63 | 87,53 | 0,54 | 4,99 | 24 | -0,98 | 37,62 | -0,74 | 1,63 |
| 2 | 1,00 | 99 | 1,00 | 6,2 | 25 | 0,87 | 94,97 | 0,57 | 5,07 |
| 3 | 0,87 | 94,97 | 0,61 | 5,18 | 26 | 0,63 | 87,53 | 0,19 | 4,07 |
| 4 | -0,44 | 54,36 | -0,56 | 2,11 | 27 | -0,98 | 37,62 | -0,78 | 1,53 |
| 5 | -0,06 | 66,14 | -0,17 | 3,13 | 28 | 0,63 | 87,53 | 0,20 | 4,10 |
| 6 | -0,57 | 50,33 | -0,77 | 1,55 | 29 | -0,57 | 50,33 | -0,83 | 1,40 |
| 7 | -0,98 | 37,62 | -0,92 | 1,16 | 30 | 1,00 | 99 | 1,00 | 6,20 |
| 8 | 0,63 | 87,53 | 0,60 | 5,15 | 31 | 1,00 | 99 | 0,70 | 5,41 |
| 9 | -0,57 | 50,33 | -0,85 | 1,34 | 32 | -0,06 | 66,14 | 0,15 | 3,97 |
| 10 | 1,00 | 99 | 0,76 | 5,57 | 33 | 0,63 | 87,53 | 0,31 | 4,39 |
| 11 | -0,06 | 66,14 | -0,30 | 2,79 | 34 | 0,63 | 87,53 | 0,69 | 5,39 |
| 12 | -0,06 | 66,14 | -0,15 | 3,18 | 35 | -0,44 | 54,36 | -0,43 | 2,45 |
| 13 | -0,06 | 66,14 | -0,22 | 3,00 | 36 | -0,44 | 54,36 | -0,70 | 1,74 |
| 14 | 0,63 | 87,53 | -0,16 | 3,16 | 37 | 0,63 | 87,53 | 0,42 | 4,68 |
| 15 | -0,06 | 66,14 | -0,19 | 3,08 | 38 | -0,06 | 66,14 | -0,51 | 2,24 |
| 16 | -0,06 | 66,14 | -0,43 | 2,45 | 39 | 0,63 | 87,53 | 0,33 | 4,44 |
| 17 | -0,06 | 66,14 | -0,33 | 2,71 | 40 | 1,00 | 99 | 0,69 | 5,39 |
| 18 | -0,57 | 50,33 | -0,51 | 2,24 | 41 | 0,63 | 87,53 | 0,53 | 4,97 |
| 19 | 1,00 | 99 | 0,68 | 5,36 | 42 | -0,44 | 54,36 | -0,46 | 2,37 |
| 20 | -0,98 | 37,62 | -0,91 | 1,19 | 43 | -0,98 | 37,62 | -0,99 | 0,98 |
| 21 | 0,63 | 87,53 | 0,49 | 4,86 | 44 | 0,87 | 94,97 | 0,68 | 5,36 |
| 22 | -0,06 | 66,14 | -0,19 | 3,08 | 45 | -0,98 | 37,62 | -0,72 | 1,69 |
| 23 | 0,63 | 87,53 | 0,17 | 4,02 | - | - | - | - | - |

показателями: коэффициентом полноты сгорания топлива η_z , коэффициентом сохранения полного давления $\sigma_{K,C}$, а также диапазоном изменения этих величин в зависимости от режима работы камеры, который ограничивается ее срывными характеристиками [2, 3, 18, 27, 32].

Основными параметрами, определяющими величину коэффициента полноты сгорания топлива, являются коэффициент избытка воздуха (α), давление (p_K), температура (T_k^*) и скорость потока воздуха (W_k) на входе в камеру. Ввиду сложности рабочего процесса в камере сгорания определить зависимость $\eta_z = f(\alpha, p_k, T_k^*, W_k)$ аналитическим путем не представляется возможным, поэтому она определяется экспериментально [3].

В работе [18] авторами было проведено экспериментальное исследование по оценке влияния режимных и конструктивных параметров на коэффициент полноты сгорания топлива η_z камеры сгорания с противоточным подводом первичного воздуха:

$$\eta_z = f(\alpha_\Sigma, p_2, W_2, K_\Phi),$$

где α_Σ — коэффициент избытка воздуха; p_2 , W_2 — давление и скорость воздуха на входе в камеру; K_Φ — относительный расход воздуха через противоточный экран, определяемый по формуле $K_\Phi = F_{\Phi p} / F_{\Sigma 0} \approx G_{\Phi p} / G_B$ (F — площадь, G — расход воздуха). При этом использовался стандартный РКЦ план [18]. Было решено оценить возможность повышения эффективности данного плана.

Комплексная оптимизация плана проводилась по критериям эффективности Π_T , Π_N и Π_C .

Стоимость затрат на обеспечение требуемого давления воздуха на входе в камеру сгорания $P_{2,max}$ была принята пропорциональной мощности источника сжатого воздуха (компрессора) $N_{ком.}$ и длительности эксперимента τ .

Нормированная оценка эффективности плана по показателю Π_C проводилась по формуле

$$\Pi_C^H \sim (N_{ком.} \tau)^{-1} \sim (a P_{2,max})^{-1},$$

где a — коэффициент, значение которого зависит от мощности компрессора $N_{ком.}$ ($a = f[N_{ком.}]$).

Очевидно, что снижение затрат на эксперимент возможно за счет «сужения» интервала $(P_{2,min} \dots P_{2,max}) = (1 \dots P_{2,max})$ путем уменьшения значения верхней границы P_2 .

Оптимизация плана проводилась в области, задаваемой ограничениями:

$$2,0 \leq \alpha_\Sigma \leq 4,0;$$

$$0,12 \leq K_\Phi \leq 0,48;$$

$$1,0 \leq P_2 \leq 4 \text{ кг/см}^2;$$

$$35 \leq W_2 \leq 75 \text{ м/с}.$$

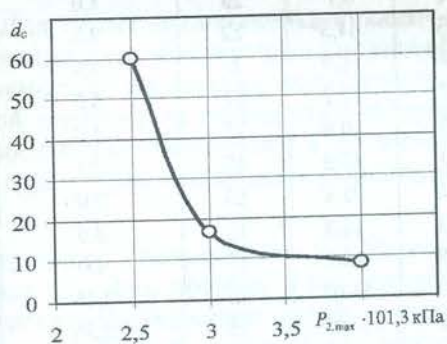


Рис. 9. Зависимость дисперсии оценки η_z от интервала планирования эксперимента ΔP_2 , определяемого координатами верхней границы давления воздуха на входе в камеру сгорания ($\Delta P_2 = 1 \dots P_{2,max}$) ($N = 29$ опытов); $\Omega_{пр} \sim 2,0 \leq \alpha_\Sigma \leq 4,0$; $0,12 \leq K_\Phi \leq 0,48$; $35 \leq W_2 \leq 75 \text{ м/с}$

На рис. 9 приведена зависимость дисперсии прогнозной оценки коэффициента полноты сгорания топлива от верхнего граничного значения давления воздуха ($P_{2,max}$) при 29 опытах в плане. Видно, что уменьшение $P_{2,max}$ ниже 303,9 кПа ведет к резкому росту дисперсии оценки η_z .

Если дисперсию оценки η_z сохранить на уровне, соответствующем РКЦ плану ($d = 54,5$), то значение $P_{2,max}$ может быть снижено до 273,5 кПа. При этом затраты на эксперимент сократятся в 1,5 раза по сравнению с РКЦ планом.

В табл. 4 приведены Парето-оптимальные значения показателей эффективности Π_T , Π_N и Π_C . В качестве окончательного выбран насыщенный план эксперимента с дисперсией ($d = 22,4$), в 2,4 раза меньшей, чем РКЦ план, при этом энергетические затраты на эксперимент сокращаются в 1,3 раза.

Планирование эксперимента при моделировании циклической долговечности лопаток турбин

Статистические характеристики долговечности лопаток турбин зависят от материала лопаток, технологии их изготовления, термической обработки, остаточных напряжений, геометрии лопаток, точности эксперимента и

Таблица 4

Парето-оптимальные значения показателей эффективности плана эксперимента при исследовании характеристики камеры сгорания ($d^* = 8,7$; $k = 14$; $P_{2, \max}^* = 2,5$)

| № п/п | Фактические значения показателей | | | Нормированные значения показателей | | | $\sum \Pi_i^H$ |
|-------|----------------------------------|-------------|--------------------------|------------------------------------|---------------------|-----------------------------|----------------|
| | $\Pi_T = d$ | $\Pi_N = d$ | $\Pi_C \sim P_{2, \max}$ | $\Pi_T^H = d^*/d$ | $\Pi_N^H = (k+1)/N$ | $\Pi_C^H = 2,5/P_{2, \max}$ | |
| 1 | 62,5 | 29 | 2,5 | 0,14 | 0,52 | 1,00 | 1,66 |
| 2 | 18,5 | 29 | 3,0 | 0,47 | 0,52 | 0,83 | 1,82 |
| 3 | 11,7 | 29 | 3,5 | 0,74 | 0,52 | 0,71 | 1,97 |
| 4 | 8,7 | 29 | 4,0 | 1,00 | 0,52 | 0,63 | 2,15 |
| 5 | 64,5 | 22 | 2,5 | 0,13 | 0,68 | 1,00 | 1,81 |
| 6 | 18,9 | 22 | 3,0 | 0,46 | 0,68 | 0,83 | 1,97 |
| 7 | 12,2 | 22 | 3,5 | 0,71 | 0,68 | 0,71 | 2,10 |
| 8 | 10,6 | 22 | 4,0 | 0,82 | 0,68 | 0,63 | 2,13 |
| 9 | 73,9 | 15 | 2,5 | 0,12 | 1,0 | 1,00 | 2,12 |
| 10 | 22,4 | 15 | 3,0 | 0,39 | 1,0 | 0,83 | 2,22 |
| 11 | 14,3 | 15 | 3,5 | 0,61 | 1,0 | 0,71 | 2,32 |
| 12 | 13,2 | 15 | 4,0 | 0,66 | 1,0 | 0,63 | 2,29 |
| 13 | 14,07 | 15 | 3,15 | 0,618 | 1,0 | 0,79 | 2,41 |
| 14 | 13,89 | 15 | 3,35 | 0,626 | 1,0 | 0,746 | 2,37 |

других факторов. Поэтому данные циклических (усталостных) испытаний, полученных на образцах, не решают задачи определения долговечности лопаток [33]. Для получения надежных характеристик необходимо проводить испытания на натуральных лопатках. Поведение остаточной долговечности и ее дисперсии являются отправным пунктом для контроля стабильности производства, его качества и для оценки работоспособности лопаток.

Примером исследования циклической долговечности лопаток является работа [33], в которой автором рассматривались усталостные характеристики новых лопаток турбин и лопаток, отработавших в эксплуатации. Оценка работоспособности лопаток проводилась по остаточной долговечности и ее дисперсии при поломке лопаток после различной наработки их в эксплуатации.

Для построения полной диаграммы усталости было испытано по 15–30 лопаток на четырех уровнях амплитуд A (табл. 5, столбец 2).

Выбор оптимального плана эксперимента проводился для интервала нагрузок по амплитуде 1,35... 2,0 мм с прогнозированием в точку $A = 1,35$ мм.

В качестве оптимального выбран план (табл. 5, столбец 5) с дисперсией, равной 2,17, что в 1,2 раза меньше дисперсии исходного плана.

Было установлено, что при прогнозировании долговечности лопаток в область меньших амплитуд ($A = 1,3$ мм и $A = 1,25$ мм) оптимальные планы уменьшают дисперсию оценки долговечности лопаток соответственно в 2,4 и 2 раза.

Планирование эксперимента при исследовании длительной прочности материалов

Длительная прочность $\sigma_{B/\tau}^t$ является основной характеристикой материала, определяющей возможность применения его для нагруженных горячих деталей ГТД (рабочие лопатки и диски турбины, корпуса и оболоч-

Таблица 5

| Амплитуда A , мм | Число лопаток, выделяемых на испытания при различных планах эксперимента, шт. | | | |
|-----------------------|---|-------------|------------------|------------------|
| | исходном | равномерном | D -оптимальном | G -оптимальном |
| 1,35 | 20 | 21 | 28 | 21 |
| 1,50 | 30 | 21 | — | — |
| 1,70 | 20 | 21 | 28 | 42 |
| 2,00 | 15 | 22 | 29 | 22 |
| Дисперсия плана d_i | 2,58 | 2,42 | 2,43 | 2,17 |

ки, опоры, валы). При этом другие характеристики могут рассматриваться только в случае, если коэффициент запаса по длительной прочности укладывается в требуемые нормы [31].

Предел длительной прочности — это постоянное напряжение, приложенное к образцу или детали при постоянной температуре и приводящее к их разрушению в течение заданного промежутка времени.

Время до разрушения τ связано с действующим напряжением σ уравнением [31]

$$\tau = A/\sigma^m,$$

где A и m — постоянные для данного материала и температуры коэффициенты.

В логарифмической системе координат это уравнение прямой линии.

Планирование эксперимента проводилось для сплава ЖС6К в интервале нагрузок: $25 \text{ кг/мм}^2 \leq \sigma \leq 30 \text{ кг/мм}^2$; $1123 \text{ К} \leq T \leq 1173 \text{ К}$.

Учитывая, что в данной области режимов нагружения длительность опытов весьма значительна, планирование эксперимента проводилось в области форсированного нагружения:

$$\Omega_{\text{ПЭ}} = \begin{cases} 30 \text{ кг/мм}^2 \leq \sigma \leq 40 \text{ кг/мм}^2; \\ 1173 \text{ К} \leq T \leq 1273 \text{ К}, \end{cases}$$

в которой наибольшая длительность опыта соответствует точке с координатами $\sigma = 30 \text{ кг/мм}^2$ и $T = 1173 \text{ К}$ и составляет ~ 274 часа, что вполне является приемлемым.

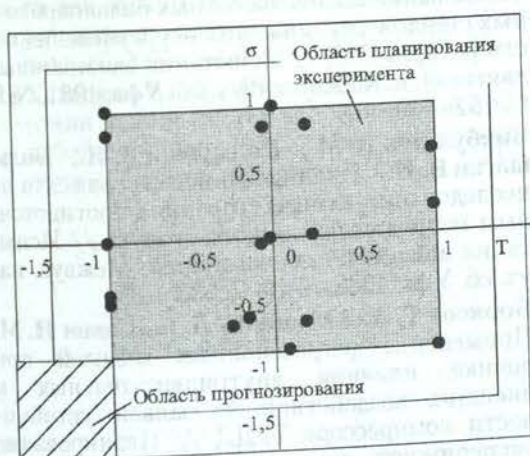


Рис. 10. G-оптимальный план эксперимента в прогнозируемую область $T = 1123 \dots 1173 \text{ К}$, $\sigma = 25 \dots 30 \text{ кг/мм}^2$

Оптимальный план эксперимента для рассматриваемой задачи показан графически на рис. 10.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Таким образом, проведенное теоретическое и экспериментальное исследование показало, что возможна комплексная оптимизация экспериментального исследования характеристик авиационных ГТД, основанная на совместном учете основных функциональных и экономических качеств плана.

2. Для плана эксперимента показателями эффективности, обладающими: полнотой; реализуемостью (допускают возможность численной оценки); устойчивостью и чувствительностью (критичностью) к оптимизируемым параметрам плана эксперимента, являются:

- точность результатов моделирования (показатель P_T), которая в зависимости от цели исследования может характеризоваться дисперсией оценки констант или выходного параметра регрессионной модели исследуемой характеристики ГТД;
- объем эксперимента (показатель P_N), характеризуемый количеством опытов в плане эксперимента;
- материальные затраты на проведение эксперимента (показатель P_C);
- временные затраты на проведение эксперимента (показатель P_T).

Ввиду противоречивости показателей и критериев эффективности выбор плана эксперимента всегда носит характер компромиссного решения. Оптимальная область компромиссных решений определяется методом Парето по функционалу K_{Σ} , представляющему собой свертку нормированных значений критериев эффективности, а окончательный выбор плана эксперимента проводится разработчиком программы исследования из области оптимальных по Парето решений.

3. Для заданного вида уравнения регрессии еще до проведения эксперимента представляется возможным целенаправленное изменение дисперсии выходного параметра исследуемой характеристики ГТД в интересующей исследователя области факторного пространства, которая в общем случае может не совпадать с областью проведения эксперимента.

Для G-оптимальных планов расположение точек измерения не зависит от значений коэффициентов регрессионной модели, а зависит от вида модели, ввиду чего план может быть определен заранее и является универсальным для данной модели.

4. Учитывая высокую стоимость экспериментального моделирования характеристик ГТД, приемлемым для практики является применение точного планирования эксперимента, которое (в отличие от непрерывного планирования эксперимента) проводится для дискретно заданного количества опытов в плане. При этом, ввиду непригодности аналитического метода построения плана, возможно только численное (итерационное) определение оптимального плана.

5. В случае, когда регрессионная модель является нелинейной по параметрам (коэффициентам), задача существенно усложняется и построение плана без априорного знания коэффициентов невозможно. При этом следует свести задачу к более простой, например, используя метод линеаризации.

6. Разработанная по результатам проведенного исследования методика комплексной оптимизации плана эксперимента успешно апробирована при решении различных задач по планированию экспериментального исследования характеристик авиационных ГТД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов Н. Д. Обеспечение надежности современных авиадвигателей // Проблемы надежности и ресурса в машиностроении: Сб. науч. тр. М.: Наука, 1988. С. 51–68.
2. Черкез А. Я., Онищик И. И. и др. Испытания воздушно-реактивных двигателей. М.: Машиностроение, 1992. 304 с.
3. Литвинов Ю. А., Боровик В. О. Характеристики и эксплуатационные свойства авиационных газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1979. 288 с.
4. Лурье В. Б., Петров С. Б., Черкез А. Я. Определение высотно-скоростных характеристик ТРД с использованием методов теории планирования эксперимента // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 7–27.
5. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. 279 с.
6. Гишваров А. С., Салихов Р. З. и др. Обоснование программы ускоренных периодических испытаний турбогенератора // Авиационная промышленность. 1989. № 12. С. 47–52.
7. Гишваров А. С., Минигалеев С. М. Оптимальное планирование эксперимента в задачах прогнозирования надежности элементов узлов ГТД // Механика деформируемых тел и конструкций: Тр. ИМ БНЦ РАН. Уфа: УГАТУ, 1997. С. 127–135.
8. Гишваров А. С. Математическое моделирование процессов ГТД на основе совмещенного планирования // Испытания авиационных двигателей: Межвуз. науч. сб. Уфа: УГАТУ, 1995. № 19. С. 54–60.
9. Гишваров А. С. Оптимальное планирование экспериментов в задачах прогнозирования надежности ГТД // Проблемы машиноведения, конструкционных материалов и технологий: Сб. тр. АН РБ. Уфа: Гилем, 1997. С. 47–52.
10. Гишваров А. С., Каганов А. М. Планирование экспериментов при математическом моделировании сложных технических изделий // Проблемы механики и управления: Сб. науч. тр. ИМ УНЦ РАН. Уфа: Гилем, 1996. С. 298–302.
11. Гишваров А. С., Максимов М. А., Чин Сы-си. Оптимизация экспериментального исследования характеристик ГТД // Вестник СГАУ. Самара, СГАУ, 2003. Ч. 2. С. 462–468.
12. Ермаков С. М., Бродский В. З. и др. Математическая теория планирования эксперимента. М.: Наука, 1983. 318 с.
13. Налимов В. В., Голикова Т. И. Логические основания планирования эксперимента. М.: Металлургия, 1981. 151 с.
14. Федоров В. В. Теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1971. 312 с.
15. Хартман К., Лецкий Э. и др. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов. М.: Мир, 1977. 553 с.
16. Аксенов Н. К., Митин Б. М., Уваров В. Н. Исследование тепловыделения в шариковом подшипнике опоры ротора ГТД с применением теории планирования эксперимента // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 53–77.
17. Артемова О. Н., Косяков А. В. и др. Использование высокочастотных балансировочных стенов для снижения неуравновешенности роторов ГТД // Испытания авиационных двигателей: Межвуз. науч. сб. Уфа, 1981. № 9. С. 152–160.
18. Бикбулатов А. М., Надыршин А. Я., Большагин В. И. Планирование эксперимента по исследованию камеры сгорания с противоточным подводом первичного воздуха // Испытания авиационных двигателей: Межвуз. науч. сб. Уфа: 1982. № 10. С. 133–135.
19. Борисов Г. А., Олыштейн Л. Е., Савин Н. М. Применение регрессионных моделей при оценке влияния внутриводятельных и внешних воздействий на запасы устойчивости компрессора ТРДД // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 188–202.
20. Гельмедов Ф. Ш., Савин Н. М., Черкез А. Я. Оптимизация углов установки лопаток направляющих аппаратов многоступенчатого компрессора // Планирование эксперимента при

- исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 173–187.
21. **Довжик С. В., Рушайло А. М., Соркин Л. И.** Регрессионная модель массы реактивного сопла ГТД // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 228–235.
 22. **Кравец М. Б., Савин Н. М., Шумилин В. А.** Использование регрессионных моделей при исследовании характеристик осевой ступени в системе многоступенчатого компрессора // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 128–142.
 23. **Лавров Б. А.** Планирование эксперимента при испытании элементов авиаконструкции. Куйбышев: КуАИ, 1989. 72 с.
 24. **Лурье В. Б., Хориков А. А.** Экспериментальное исследование автоколебаний бандажированных лопаток компрессора с использованием методов теории планирования эксперимента // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 116–127.
 25. **Малярский М. Ф., Папин В. А. и др.** Применение симплексного метода планирования эксперимента при оптимизации программы регулирования направляющих аппаратов многоступенчатого осевого компрессора // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 90–105.
 26. **Петров С. В., Акоюян Э. Г. и др.** Планирование экспериментов при летных исследованиях характеристик двигателей и силовых установок // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 28–52.
 27. **Пыховский Л. Д.** Планирование эксперимента при отработке камер сгорания ГТД // Испытания авиационных двигателей: Межвуз. науч. сб. Уфа: УАИ, 1975. № 3. С. 25–35.
 28. **Халецкий Ю. Д., Шипов Р. А.** Об использовании планирования экспериментов при разработке математической модели сотового глушителя шума вентиляторов ТРДД // Планирование эксперимента при исследовании ГТД и их элементов: Сб. тр. ЦИАМ. М.: ЦИАМ, 1981. № 973. С. 106–115.
 29. **Черкез А. Я.** Возможности применения теории планирования эксперимента при испытаниях и доводке ГТД // Испытания авиационных двигателей: Межвуз. науч. сб. Уфа: УАИ, 1975. № 3. С. 3–13.
 30. **Гишваров А. С.** Теория ускоренных ресурсных испытаний технических систем. Уфа: Гилем, 2000. 338 с.
 31. **Кузнецов Н. Д., Цейтлин В. И.** Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1976. 216 с.
 32. **Акимов В. М., Бакулев В. И. и др.** Теория и расчет воздушно-реактивных двигателей. М.: Машиностроение, 1987. 430 с.
 33. **Морозов Л. В.** Характеристики долговечности лопаток турбины // Прочность и динамика авиационных двигателей: Сб. тр. М.: Машиностроение, 1979. Вып. 5. С. 91–102.

ОБ АВТОРАХ



Гишваров Анас Саидович, проф., зав. каф. авиац. двигателей. Дипл. инж.-мех. по авиац. двигателям (УАИ, 1973). Д-р техн. наук по тепл. двигателям ЛА (УГАТУ, 1993). Теоретич. и экспер. иссл. в обл. надежности, ресурса и испытаний техн. систем.



Чин Сыси, зам. рук. авиадвигательного предприятия (КНР). Дипл. инж.-мех. по авиац. двигателям (УГАТУ, 2001). Канд. техн. наук по тепл. электроракетн. двигателям и энергоустановкам ЛА (УГАТУ, 2004). Проблемы эксперим. исследования техн. систем.