Вестник УГАТУ
Уфа: УГАТУ, 2004
Т. 5, № 2 (10). С. 74–76

УДК 539.26

С. Н. САЗОНОВ

О СОБСТВЕННОЙ ЭНЕРГИИ НАМАГНИЧЕННОГО ТЕЛА

Предложен вариант вывода формулы для магнитостатической энергии магнетика, не использующий представления о решётке магнитных диполей. Приводится пример, когда в этой формуле употребление вектора магнитной индукции предпочтительнее, чем вектора напряженности поля магнитных зарядов. В рамках данного подхода обсуждается выражение для критического магнитного поля сверхпроводящего перехода. *Магнитный диполь; намагниченность; магнитная индукция; сверхпроводник*

При рассмотрении вопроса о доменной структуре ферромагнетиков необходимо учитывать потенциальную энергию взаимодействия магнитных диполей, составляющих эти ферромагнетики. Данную энергию называют магнитостатической и рассчитывают по формуле

$$W = -\frac{1}{2}\int\limits_V \vec{M}(\vec{r})\vec{H}(\vec{r})\,dV, \qquad (1)$$

где интегрирование ведётся по объёму тела, $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r})$ – намагниченность тела в точке с радиус-вектором $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{H}$ – напряженность магнитного поля в этой точке, рассчитываемая из уравнения $\mathrm{div}\boldsymbol{H} = -4\pi\mathrm{div}\boldsymbol{M}$. Обычно последнюю называют напряженностью поля магнитных зарядов, отличая её от внешнего по отношению к данной системе тел намагничивающего поля $\boldsymbol{H}_{ex}$, создаваемого соленоидом или магнитом. Ниже для простоты будем считать $\boldsymbol{H}_{ex} = 0$, что соответствует состоянию термического размагничения ферромагнетика или состоянию остаточной намагниченности. Формулу (1) можно получить предельным переходом от суммы

$$W = -\frac{1}{2}\sum_j \vec{\Re}_j\vec{H}'_j, \qquad (2)$$

взятой по решетке диполей, с предварительной заменой истинного микроскопического поля $\boldsymbol{H}'_j$, действующего на j-й диполь, полем $\boldsymbol{H}$, усреднённым по физически бесконечно малому объёму ($\Re$ – магнитный момент диполя). Такой способ вывода (1) используется, например, в работах [1, 2]. Связь микрополя $\boldsymbol{H}'_j$ и среднего поля $\boldsymbol{H}$ задаётся соотношением [1]

$$\vec{H}'_j = \vec{H} + \frac{4}{3}\pi\vec{M} + \Delta\vec{H}, \qquad (3)$$

где $\Delta\boldsymbol{H}$ – поле в центре однородно намагниченной сферы малого диаметра. Для всех типов кубических решёток $\Delta\boldsymbol{H} = 0$, что и будет считаться в дальнейшем (учёт тетрагональности решётки сильно усложняет ситуацию). Формула (2), в свою очередь, легко выводится с помощью представления магнитного диполя как пары магнитных зарядов, создающих определённый потенциал в месте нахождения другой пары (см. [2:33]). Возникает, однако, вопрос, можно ли получить формулу (1), оставаясь изначально в рамках приближения сплошной среды и не используя процедуры усреднения решёточной суммы (2) подобно тому, как в курсах общей физики выводится формула для энергии заряженного конденсатора. Один из возможных способов этого продемонстрирован ниже.

1. ВЫВОД ОСНОВНОЙ ФОРМУЛЫ

Пусть тело V состоит из молекул, являющихся магнитными диполями, ориентированными сонаправленно друг другу. В качестве конечного состояния системы диполей при расчёте энергии возьмём ту же кристаллическую решётку, но с нулевой намагниченностью во всём объёме. Тогда повсюду будет равно нулю и макроскопическое магнитное поле, поэтому в макроприближении диполь не чувствует присутствия других диполей. При учёте дискретности строения вещества это утверждение уже не корректно – различные комбинации векторов $\Re_j$, удовлетворяющие условию $\boldsymbol{M} = 0$, могут иметь разную

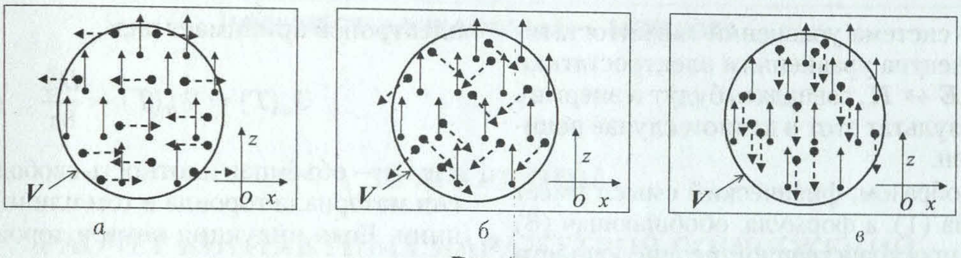

Рис. 1

энергию. Однако в данном приближении отсутствие магнитной индукции позволяет считать диполь-дипольную энергию равной нулю.

Пусть все N спинов, формирующих магнитный момент образца, ориентированы вдоль оси Oz (сплошные векторы на рис. 1, *а–в*). Сам образец будем для простоты считать шаром. Кроме того, предположим, что внутри него присутствуют N электронов проводимости (рис. 1, *а* — векторы, показанные штриховкой). Эти электроны делокализованы по объёму и спины у одной их половины вначале направлены в положительную сторону оси Ox (подмножество A), а у другой — в противоположную (подмножество B). Затем некая механическая сила разворачивает делокализованные спины в направлении, противоположном оси Oz (рис. 1, *б* — промежуточное состояние системы, рис. 1, *в* — окончательное). Пусть $\boldsymbol{M}_1$ и $\boldsymbol{M}_2$ — векторы намагниченности подсистем A и B соответственно, причём $|\boldsymbol{M}_1| = |\boldsymbol{M}_2| = M_s/2$, где M_s — намагниченность насыщения. Очевидно, что магнитная индукция, создаваемая электронами проводимости, пропорциональна модулю равнодействующей $\boldsymbol{M}_1$ и $\boldsymbol{M}_2$. Тогда если угол между этими векторами в какой-то момент равен 2ϕ, то

$$\vec{B}(\varphi) = -\vec{B}\,\frac{\left|\vec{M}_1 + \vec{M}_2\right|}{M_s} = -\vec{B}\cos\varphi, \qquad (4)$$

где $\boldsymbol{B}$ — начальное значение индукции, соответствующее рис. 1, *а*. Суммарная же индукция, действующая на магнитный момент делокализованного электрона со стороны всех остальных:

$$\vec{B}(\varphi) = \vec{B}(1 - \cos\varphi). \qquad (5)$$

Поворот векторов $\boldsymbol{M}_1$ и $\boldsymbol{M}_2$ на угол $d\varphi$ требует совершения работы внешней силы

$$dA = \left(\vec{N}_1 \vec{d\varphi} - \vec{N}_2 \vec{d\varphi}\right) V, \qquad (6)$$

где $\boldsymbol{N}_i$ — крутящие моменты, действующие на векторы $\boldsymbol{M}_i$ $(i = 1, 2)$, а знак минус появляется в силу того, что при схлопывании двух векторов один из них поворачивается по часовой стрелке, а другой — против. Далее используются очевидные алгебраические преобразования:

$$\begin{aligned} dA &= \left(\left(\left[\vec{M}_1; \vec{B}\right] \vec{d\varphi}\right) - \left(\left[\vec{M}_2; \vec{B}\right] \vec{d\varphi}\right)\right) V = \\ &= \left[\vec{d\varphi}; \vec{M}_1 - \vec{M}_2\right] \vec{B} V = \\ &= -(\vec{M}\vec{B}) \sin\varphi \, d\varphi \, V. \qquad (7) \end{aligned}$$

Подставляя (5) в (7) и проводя интегрирование, получим

$$\begin{aligned} \Delta A &= -\int\limits_{\varphi=\frac{\pi}{2}}^{\varphi=0} (\vec{M}\vec{B}) \sin\varphi (1 - \cos\varphi) \, d\varphi \, V = \\ &= \frac{1}{2} \vec{M}\vec{B} V. \qquad (8) \end{aligned}$$

Взятая со знаком «минус», эта величина и даёт магнитостатическую энергию, которая, как видно, отличается от (1) на константу, равную $2\pi M_s^2$. При расчётах доменной структуры наличие этой константы в формуле собственной энергии никак себя не проявляет, но всё же формулы (1) и (8) не эквивалентны. Так, для намагниченного тороида $\boldsymbol{B} = 4\pi \boldsymbol{M}$ и из (8) получим

$$W = -\frac{1}{8\pi} B^2 V < 0. \qquad (9)$$

A priori эта величина и должна быть отрицательной, поскольку намагниченный тороид создаёт внутри себя поле, эквивалентное полю соленоида с текущим по поверхности током и каждый магнитный момент находится в этом поле как в потенциальной яме относительно координаты ϕ. Совершенно иной результат даёт в данном случае формула (1). А именно, согласно (1), энергия тороида равна нулю. Можно сказать, что (1) действительно описывает энергию «магнитных зарядов»: как бы ни менялась касательная намагниченность внутри тороида, например при изменении его температуры, эти заряды не появятся и их энергия должна считаться равной нулю. Ситуация здесь аналогична случаю тороида из поляризованного сегнетоэлектрика, а поскольку система уравнений магнитостатики эквивалентна уравнениям электростатики с заменой $\boldsymbol{E} \leftrightarrow \boldsymbol{H}$, совпадать будут и энергии. Однако результат этот в данном случае неинформативен.

Таким образом, физический смысл имеет не формула (1), а формула, обобщающая (8) на случай пространственной неоднородности намагниченности, а именно:

$$W = -\frac{1}{2}\int\limits_V \vec{M}(\vec{r})\vec{B}(\vec{r})\,dV\,. \qquad (10)$$

В заключение отметим, что хотя выше использовалась терминология, относящаяся к ферромагнетикам, те же результаты применимы и к слабым магнетикам во внешнем поле. Необходимо только перейти от величины намагниченности насыщения M_s к величине намагниченности $M(B)$ в суммарном поле намагничивающей катушки и самого материала. Кроме того, можно отметить, что введение в рассмотрение электронов проводимости снимает проблему разницы между микрополем $\boldsymbol{H}'_j$ и макроскопической индукцией $\boldsymbol{B}$ как таковую — очевидно, что такой электрон, будучи, по квантово-механической терминологии, «размазанным» по пространству, в первом приближении подвергается действию именно усреднённого микрополя, т. е. макроскопической индукции.

2. НЕКОТОРЫЕ СЛЕДСТВИЯ

Пусть теперь материал тороида является одновременно сверхпроводником (СП) и ядерным ферромагнетиком. Магнитные моменты ядер создают внутри образца намагниченность $\boldsymbol{M}$ и индукцию $\boldsymbol{B} = 4\pi\boldsymbol{M}$. В сверхпроводящем состоянии по его поверхности будут циркулировать токи, своим полем компенсирующие $\boldsymbol{B}$. Так как природа магнитного момента (орбитальный или спиновый) делокализованных электронов при выводе (8) роли не играет, можно представлять себе, что в модели рис. 1, *в* поверхностные токи создают компенсирующую намагниченность, условно показанную штрихованными векторами. Магнитостатическая энергия системы при этом равна нулю. Переход СП в нормальное состояние соответствует исчезновению компенсирующей намагниченности (рис. 1, *а*) и понижению магнитной энергии в соответствии с (10). Условие сосуществования нормальной (n) и сверхпроводящей (s) фаз в пренебрежении стрикционными эффектами и кинетической энергией вращения электронов принимает вид

$$\Im_s(T) = \Im_n(T) - \frac{B_{cr}^2}{8\pi}\,, \qquad (11)$$

где $\Im_j$ — объёмная плотность свободной энергии материала тороида в том или ином состоянии. Если индукция внутри тороида в нормальном состоянии, когда намагниченность его электронной подсистемы близка к нулю, создаётся не ядерными спинами, а охватывающей тороид катушкой, то в последней формуле достаточно сделать замену $B_{cr} \to H_{cr}$, чтобы получить стандартное выражение для критического поля СП-перехода [3:306]:

$$\Im_s(T) = \Im_n(T) - \frac{H_{cr}^2}{8\pi}\,, \qquad (12)$$

Обычно эту формулу выводят, рассматривая сверхпроводник как диамагнетик с восприимчивостью $\chi = -1/4\pi$ и интегрируя работу намагничения квазиупругого диполя $dA = -\boldsymbol{H}d\boldsymbol{M}$. В модели, описанной выше, интегрирование уже было проведено при выводе (8) несколько другим способом и остаётся только воспользоваться окончательным результатом.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает признательность проф. Р. З. *Валиеву* (зав. кафедрой общей физики УГАТУ) в ходе дискуссий с которым у него сложились основные идеи данной работы, а также проф. Р. М. *Вахитову* (БГУ) за ряд полезных замечаний по содержанию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Браун У. Ф.** Микромагнетизм. М.: Наука, 1979. 160 с.
2. **Тикадзуми С.** Физика ферромагнетизма: магнитные свойства вещества. М.: Мир, 1983. 304 с.
3. **Киттель Ч.** Статистическая термодинамика. М.: Наука, 1977. 336 с.

ОБ АВТОРЕ

Сазонов Сергей Николаевич, ст. препод. каф. общей физики. Дипл. физик-препод. (БГУ, 1984). Иссл. в обл. электродинамики ферромагнетиков и сверхпроводников.