

УДК 517.958:532.5

Г. Т. БУЛГАКОВА, Т. А. ФАЙЗУЛИН

НЕРАВНОВЕСНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Рассматривается модель неравновесной фильтрации газированной жидкости вблизи давления насыщения в предположении немонотонной зависимости относительной фазовой проницаемости жидкой фазы от газонасыщенности. Установлено, что в этом случае возможно нарушение устойчивости стационарных режимов и возникновение периодических и стохастических автоколебаний давления и газонасыщенности. Показано, что на забое скважины наблюдаются незатухающие колебания расхода фильтрующейся жидкости во времени, вызванные немонотонными изменениями газонасыщенности и давления в области фильтрации газированной жидкости. *Неравновесная фильтрация; газированная жидкость; численные методы исследования; относительные фазовые проницаемости; нефтедобыча; феноменологическая модель; нелинейная динамика; детерминированные хаотические колебания; странный аттрактор*

ВВЕДЕНИЕ

Пластовая система представляет собой сложную динамическую систему, для анализа, проектирования и управления которой необходимы подходы, основанные на принципах и методах теории больших систем [1]. В соответствии с принципом целостности для описания большой системы недостаточно одной, пусть даже самой изощренной модели. Необходимо использование целой иерархии моделей, способных адекватно описать различные уровни организации системы. Исследования последних лет доказали, что в эволюции динамических систем большую роль играют неустойчивости, природу которых изучает теория самоорганизации, или синергетика [2]. В связи с этим становится очевидным, что динамические системы целесообразно описывать на языке предельных состояний, аттракторов и т.д. В связи с неустойчивостью и сложностью динамических систем при их описании проявляется ограниченность детерминированного подхода, который не способен описать не только различные уровни организации систем, но и взаимодействие между этими уровнями. В этом случае возможен феноменологический подход к моделированию сложных динамических систем.

В рамках феноменологического подхода к моделированию сложных систем мы не претендуем на то, что рассматриваемые модели могут быть использованы для управления

технологическим процессом. Феноменологические модели предназначены для исследования характерных свойств, которые позволяют выработать стратегию приемов управления, а реальный мониторинг нефтегазодобычи выполняется с помощью простых моделей подземной гидрогазодинамики.

В представленной работе в рамках феноменологического подхода рассматривается модель фильтрации газированной нефти при давлении ниже давления насыщения.

Движение нефти при давлениях ниже давления насыщения (фильтрация газированной жидкости) является классической проблемой, решению которой посвящены работы многих ученых [3–6]. Однако в последние годы получены экспериментальные данные, находящиеся в противоречии со сложившимися представлениями о физике процесса [7, 8].

В работе [7] обнаружено аномальное увеличение расхода газированной жидкости в области давления насыщения и уменьшение его при дальнейшем снижении уровня давления, что необъяснимо в рамках классического подхода. Авторы работы объясняют этот эффект докритическим зародышеобразованием (накоплением в пористой среде и последующим выносом мельчайших газовых пузырьков), приводящим к уменьшению объемной вязкости газожидкостной смеси. Но это уменьшение составляет всего 10–15%, тогда как расход возрастает в 2,5–3 раза [7]. Анализ диаграмм изменения газонасыщенно-

сти во времени, проведенный в [8], приводит к заключению о неоднородности потока. На общем фоне роста газонасыщенности по мере увеличения объема прокачки наблюдаются частые колебания её в отдельных сечениях пласта.

Для объяснения указанных эффектов в представленной работе развивается феноменологический подход к описанию фильтрации газированной жидкости в рамках схемы «газового подшипника» [9]. Экспериментально показано [10], что в микрокапиллярах, ввиду адсорбции газа, происходит ослабление сцепления жидкости с поверхностью капилляра и уже при толщине 0,15 нм адсорбционного слоя имеет место значительное проскальзывание жидкости, в результате чего относительная проницаемость для жидкой фазы ведет себя немонотонно. В связи с этим представляет существенный интерес дать качественную и, по возможности, количественную оценку влияния немонотонного изменения относительной фазовой проницаемости (ОФП) жидкой фазы на фильтрационные характеристики газированной жидкости.

1. УРАВНЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Рассмотрим изотермическую нестационарную фильтрацию газированной жидкости, пользуясь представлениями теории фильтрации многокомпонентных систем [6]. Для определенности рассматривается фильтрация нефти с растворенным газом. Пренебрегая растворимостью жидкости в газе, запишем уравнения неразрывности масс фаз и компонентов в одномерном случае в виде

$$\frac{\partial m \rho_1 s_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} m \rho_1 s_1 v_1 = -J_{12(2)}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial m \rho_2 s_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} m \rho_2 s_2 v_2 = J_{12(2)}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial m \rho_1 g s_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} m \rho_1 g s_1 v_1 = -J_{12(2)}; \quad \sum_{i=1}^2 s_i = 1. \quad (3)$$

Приведенные уравнения выписаны для двух фаз (1 — жидкая, 2 — газовая) и двух компонент (1 — нефть, 2 — газ). Здесь s_i , v_i , ρ_i — насыщенность, истинная скорость движения и истинная плотность i -й фазы; m — пористость системы, g — массовая концентрация растворенного газа в нефтяной фазе; $J_{ij(k)}$ — интенсивность переноса массы при разгазировании жидкости, отнесенная к

единице объема пористой среды; t — время; x — пространственная переменная. Скорость движения i -й фазы определяется из закона Дарси:

$$m s_i v_i = -\frac{k f_i}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (4)$$

где k — абсолютная проницаемость среды; p — давление; f_i , μ_i — относительная фазовая проницаемость и вязкость i фазы.

Как правило, рассматривается равновесная модель фильтрации газированной жидкости, в рамках которой межфазный обмен описывается с помощью известной изотермы растворимости газа в жидкости. В частности, для фазовой концентрации обычно принимается изотерма растворимости Генри: $g = g_e = \alpha p$, $\alpha = \text{const}$, где $g_e(p)$ — равновесная фазовая концентрация.

Мы же предполагаем, что фазовые переходы имеют неравновесный характер. В этом случае зависимость массовой концентрации растворенного газа от давления описывается неравновесной моделью вида

$$\frac{dg}{dt} = -\frac{g - g_e(p)}{\tau}, \quad (5)$$

где $\frac{dg}{dt}$ — субстанциональная производная, $\frac{dg}{dt} = \frac{\partial g}{\partial t} + v_1 \frac{\partial g}{\partial x}$. Скорость v_1 определяется из (4), τ — время релаксации.

Для простоты плотность нефти и вязкости фаз принимаем постоянными: $\rho_1, \mu_1, \mu_2 = \text{const}$. Такой выбор при решении модельной задачи вполне оправдан, так как функциональная зависимость этих величин от насыщенности или давления не влияет на качественные закономерности фильтрации газированной жидкости [6]. Считая выделившийся газ идеальным, полагаем

$$\rho_2 = \frac{\rho_{2s}}{p_s} p,$$

где ρ_{2s} — плотность газа в сечении начала газовыделения, p_s — давление насыщения.

Замыкающие соотношения для (1)–(5) зависят от фазового состояния двухкомпонентной системы. Если $p > p_s$, система находится в однофазном состоянии, и тогда $s_2 = 0$, $J_{12(2)} = 0$. При $p \leq p_s$ образуется область локального разгазирования, в которой происходит двухфазная фильтрация.

Начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned} t = 0, \quad x > 0; \quad p = p_0; \quad g = g_e^0 = \text{const}; \\ t > 0, \quad x = 0; \quad p = p_0 > p_s, \quad s_2 = s = 0; \\ t > 0, \quad x = L; \quad p = p_k < p_s. \end{aligned} \quad (6)$$

Система уравнений (1–6) описывает фильтрацию газожидкостной смеси в одномерной модели пористой среды размера L , на входе которой поддерживается давление p_0 , выше давления насыщения, а на выходе — давление p_k , ниже давления насыщения.

Для замыкания системы уравнений (1)–(6) необходимо задание зависимостей коэффициентов ОФП f_i от газонасыщенности s_2 . Из анализа экспериментальных исследований [10] следует, что эффект «проскальзывания» жидкости определяет немонотонный характер изменения относительной проницаемости для жидкой фазы.

В [9] зависимости для относительной проницаемости жидкой фазы были получены по схеме «газового подшипника», согласно которой в зоне начала газовыделения газовая фаза в основном образуется в слое, прилегающем к стенке порового канала пористой среды. В зоне контакта жидкости с твердой поверхностью поровых каналов реализуются наиболее благоприятные условия (из-за наличия источников зародышеобразования) для выделения растворенного в жидкости газа. В результате образования на поверхности капилляров зародышей газа пристенный слой жидкости, насыщенный зародышами газа, обладает меньшей вязкостью, чем центральный, в результате чего реализуется течение с проскальзыванием. Полученное в [9] выражение для относительной проницаемости жидкой фазы зависит от вязкости жидкости, что определяет и соответствующую зависимость значения расхода жидкости в точке максимума, что не согласуется с экспериментом [7]. В зависимости от величины $\mu_0 = \mu_2/\mu_1$ максимум относительной проницаемости нефтяной фазы соответствует значениям газонасыщенности более 50%. Но, как показывают эксперименты и расчеты [6], такие значения газонасыщенности соответствуют снижению давления на выходе из пористой среды до $0,5p_s$ и более. При такой газонасыщенности пузырьки газа интенсифицируют разгазирование жидкости в соседних участках пор, что способствует возникновению сплошных газонасыщенных каналов. Подпитка газом из окружающей жидкости обеспечивает их устойчивость относительно капиллярной дисперсии или, по крайней мере, быстрое восстановление связности. Это приводит к увеличению фильтрационного сопротивления для жидкой фазы и соответствующему снижению ее расхода.

Таким образом, выражение для ОФП жидкости в [9] не согласуется с данными экспе-

риментов [7]. Из них следует, что максимум этой функции должен соответствовать значениям газонасыщенности, меньшим некоторой критической насыщенности s_* , характеризующей насыщенность связанного газа. Поэтому в дальнейшем будем предполагать, что функция фазовой проницаемости жидкой фазы имеет вид, представленный на рис. 1. Здесь нужно иметь в виду, что в качестве относительной проницаемости принята величина

$$f_i = k_i/k_{i0},$$

где k_{i0} — проницаемость, замеренная по фазе i , когда она целиком заполняет поровый объем, k_i — фазовая проницаемость.

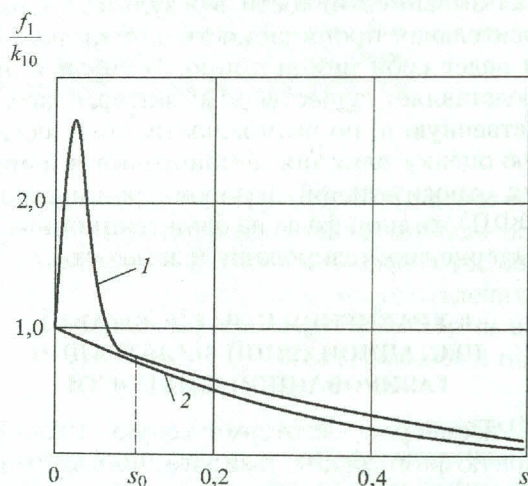


Рис. 1. Относительные фазовые проницаемости: 1 — расчетная; 2 — по Викову-Ботсету [2]

Экспериментальные исследования фильтрации газированной жидкости в модели пористой среды [11] показывают, что при достижении некоторого критического перепада давления стационарные режимы фильтрации теряют устойчивость, наблюдаются незатухающие колебания расхода фильтрующейся жидкости во времени. Поэтому был проведен анализ устойчивости стационарных режимов фильтрации газированной жидкости с учетом немонотонной функции фазовой проницаемости жидкой фазы.

2. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Для анализа особенностей процесса фильтрации газированной жидкости при давлении ниже давления насыщения были проведены многовариантные численные расчеты поля давления и насыщенности при изменении значений гидродинамических параметров фаз в следующих пределах:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 0,001 \div 0,01; \quad \tau = 0,01 \div 1; \\ p_k &= 0,5 \div 0,9 p_s; \quad p_0 = 1,1 \div 1,3 p_s; \\ \mu_2 &= 0,01 \text{ МПа}\cdot\text{с}; \quad g_s = 0,11; \quad \rho_1 = 700 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_2 &= 68 \text{ кг/м}^3; \quad L = 1 \text{ м}; \quad k = 0,00095 \text{ мкм}^2; \\ m &= 0,2. \end{aligned}$$

Относительная фазовая проницаемость нефти задавалась в модельном виде

$$f_1(s) = 1 + M \left(\frac{s}{s_0} \right)^m \times \left(\exp \left(-\beta \left(\left| \frac{s}{s_0} - 1 \right|^\gamma - 1 / (1300 (2s + 10s_0)) \right) \right) \right), \quad (7)$$

где $M, m, \beta, \gamma, s_0 = \text{const}$. Здесь $M = 5; m = 1,5; \beta = 0,5; \gamma = 1,5; s_0 = 0,015$. Параметры относительной проницаемости жидкой фазы подбирались таким образом, чтобы максимум функции соответствовал значениям газонасыщенности s , при которых весь выделившийся газ адсорбируется на стенках пор. Выделяющийся газ приобретает подвижность, образуя связанную фазу, при средней газонасыщенности $s = s_* \approx 0,1$. $\rho_1 = 700 \text{ кг/м}^3, \rho_2 = 68 \text{ кг/м}^3, L = 1 \text{ м}, k = 0,95 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}^2 = 0,00095 \text{ мкм}^2, m = 0,2$. Расчеты показали, что в области фильтрации газированной нефти возникают периодические во времени изменения давления и насыщенности. Область устойчивости определяется двумя параметрами: μ_0 и перепадом давления $\Delta p = p_s - p_k$. При μ_0 не менее 0,01 движение устойчиво до величины перепада $\Delta p_{кр} = 0,5 \text{ МПа}$. С уменьшением μ_0 до 0,001 критическое значение $\Delta p_{кр}$ увеличивается до 1 МПа. Если $0,001 < \mu_0 < 0,01$ и $\Delta p > \Delta p_{кр}$, возникает периодический автоколебательный режим, который устойчив в указанном интервале значений параметра μ_0 . Рост величины τ при постоянном перепаде давления уменьшает среднюю газонасыщенность. С увеличением перепада давления при фиксированном значении τ увеличивается частота и амплитуда колебаний, среднее значение газонасыщенности. При $\mu_0 \leq 0,001$ увеличение перепада Δp до 3 МПа приводит к потере устойчивости предельного цикла в фазовой плоскости переменных p и s . По мере роста Δp и времени релаксации τ возникают квазипериодические движения.

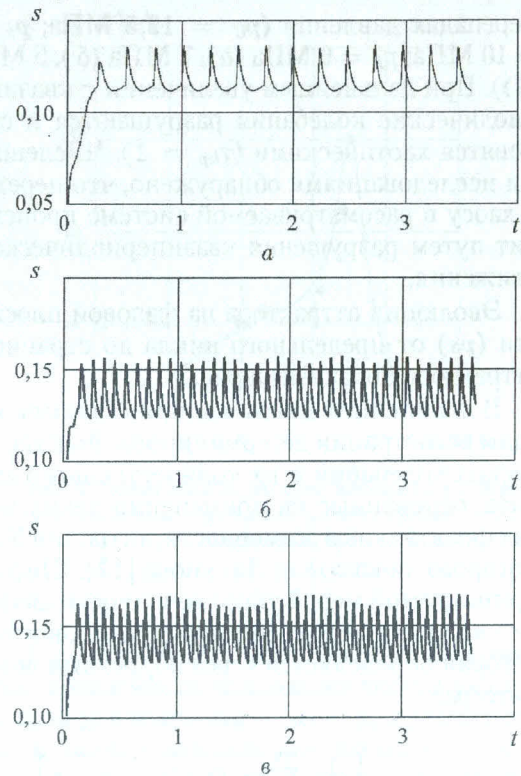


Рис. 2. Зависимость газонасыщенности на выходе модели от времени: $\mu_0 = 0,001; \tau = 0,01;$ $p_s - p_k = 1 \text{ МПа}$ (а), 3 МПа (б), 5 МПа (в)

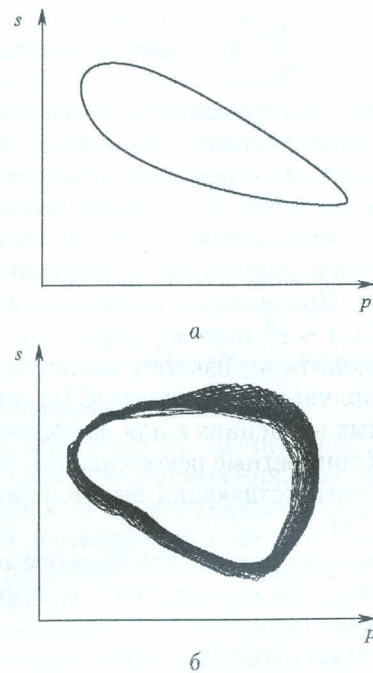


Рис. 3. Эволюция аттрактора на фазовой плоскости (ps). Решение системы уравнений (1)–(6) при изменении параметров: а – $\Delta p = 3 \text{ МПа}; \tau = 0,01; \mu_0 = 0,01;$ б – $\Delta p = 5 \text{ МПа}; \tau = 1; \mu_0 = 0,001$

На рис. 2 представлены распределения насыщенности на выходе модели ($x = 1$) от времени при $\mu_0 = 0,001, \tau = 0,01$ и различных

перепадах давления ($p_0 = 12,5$ МПа; $p_s = 10$ МПа; $p_k = 9$ МПа (а), 7 МПа (б), 5 МПа (в)). При дальнейшем увеличении τ квазипериодические колебания разрушаются и становятся хаотическими ($\tau_{кр} = 1$). Численными исследованиями обнаружено, что переход к хаосу в рассматриваемой системе происходит путем разрушения квазипериодического движения.

Эволюция аттрактора на фазовой плоскости (ps) от предельного цикла до странного аттрактора показана на рис. 3.

В нелинейной динамике применяются методы регистрации детерминированных хаотических колебаний и их количественного анализа, основанные на применении таких мер, как фрактальные размерности, энтропия Колмогорова, показатели Ляпунова [12]. Широко применяемой мерой упорядоченности движения является корреляционная размерность d , которая определяется через корреляционный интеграл

$$C(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N h(\varepsilon - I\bar{x}_i - \bar{x}_j I) \right], \quad (8)$$

где $h(z)$ — функция Хевисайда: $h(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0, \\ 0, & z < 0, \end{cases}$ \bar{x}_i — вектор, описывающий положение изображающей точки в фазовом пространстве в момент времени $t_i = t_0 + il$, $i = 1 \dots N$, l — некоторый заданный промежуток времени, N — объем выборки. Величина $C(\varepsilon)$ определяет относительное число пар точек, расстояние между которыми не больше ε . При малых ε корреляционный интеграл $C(\varepsilon) \sim \varepsilon^d$, поэтому размерность d можно определить по наклону зависимости $\ln C$ от $\ln \varepsilon$, полученной расчетом $C(\varepsilon)$ по (8) при различных значениях ε для достаточно больших N (конкретные рекомендации по проведению соответствующих вычислений приведены в [12]).

Часто оказывается, что измеряемой является лишь одна из координат вектора $\bar{x}(t)$. В этом случае размерность странного аттрактора может быть восстановлена с помощью процедуры Паккарда–Такенса [12], описание которой приводится ниже.

Пусть x_i — реализация одной из координат фазового пространства системы $x(t)$: $x_i = x(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$. Введем в рассмотрение новое фазовое пространство (пространство вложения) размерности m , точки которого определяются векторами $\bar{Y}_j^{(m)} =$

$\{x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+m-1}\}$, сконструированными из последовательных значений величины x ($j = 1, 2, \dots, n = N - m + 1$). При изменении t мы получим в этом пространстве траекторию, воспроизводящую некоторое множество, корреляционную размерность которого ν_m можно вычислить через корреляционный интеграл

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{j,k=1}^n h(\varepsilon - |\bar{Y}_j^{(m)} - \bar{Y}_k^{(m)}|)$$

по наклону зависимости $\ln C_m$ от $\ln \varepsilon$. Изменяя размерность векторов \bar{Y} , проанализируем зависимость d_m от m . Очевидно, что при малых m размерность d_m с ростом m должна увеличиваться. Однако если регистрируемый случайный сигнал есть проявление детерминированного хаоса, то при некотором $m = m_0$ величина d_m перестает расти. Достигнутое при этом значение d_{m_0} принимается за размерность d странного аттрактора исходной системы и называется размерностью реализации. Если же рост d_m продолжается без насыщения, то это свидетельствует о том, что наблюдаемый сигнал шумовой (т. е. невоспроизводим с помощью алгоритма).

Таким образом, обычный шумовой случайный процесс можно рассматривать как движение системы на аттракторе бесконечной размерности. Конечная размерность d означает, что данный сигнал можно воссоздать с помощью динамической системы. При решении задач управления технологическими процессами важно отличать детерминированный хаос от обычных «шумов» или помех. Дело в том, что наличие внутреннего порядка в детерминированном хаосе позволяет, в принципе, управлять им, в то время как шумовой хаос неуправляем.

Показано, что минимальное число динамических переменных, необходимое для описания наблюдаемого движения, равно $[d] + 1$, где $[d]$ — целая часть d . Эта оценка может быть использована, в частности, для решения одной из самых сложных задач, возникающих при идентификации модели рассматриваемого процесса — задачи определения ее сложности.

Величина корреляционной размерности является мерой упорядоченности движения и в качестве таковой может служить диагностическим критерием, определяющим состояние объектов управления. Для зависимости $s(t)$ при $\Delta p = 5$ МПа, $\mu_0 = 0,001$, $\tau = 1$ были вычислены характеристики нерегулярно-ко-

лебательного процесса: корреляционная размерность и энтропия Колмогорова. Корреляционная размерность вычислялась по методике Паккарда–Такенса. Оценка снизу для энтропии Колмогорова вычислялась по формуле

$$K = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \ln(c_m(\varepsilon)/c_{m+1}(\varepsilon)).$$

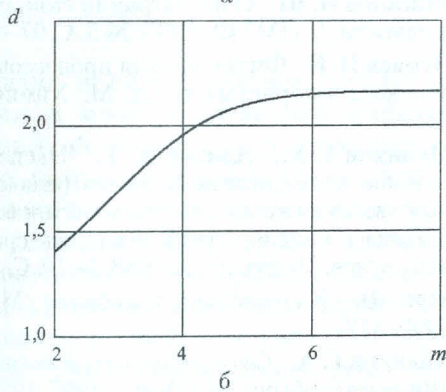
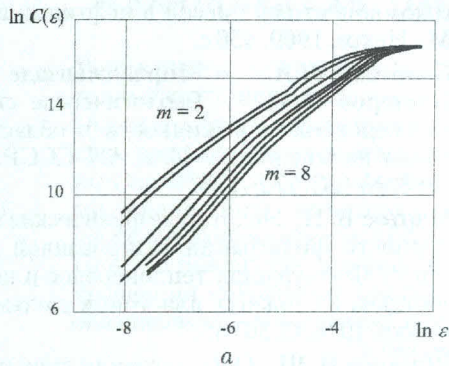


Рис. 4. Определение фрактальной размерности: а — зависимости корреляционной функции $C(\varepsilon)$ от ε (длина ячейки в фазовом пространстве) при различных размерностях пространства вложения m ; б — корреляционная размерность d как функция размерности пространства вложения m .

Зависимости корреляционной функции $C(\varepsilon)$ от ε (длина ячейки в фазовом пространстве) при различных размерностях m пространства вложения и корреляционной размерности d как функции размерности пространства вложения приведены на рис. 4. Расчеты показали, что в данном случае энтропия Колмогорова положительна и равна $K = 0,14$. Из рис. 4, б видно, что при $m = 5$ величина корреляционной размерности d выходит на стационарный уровень $d \approx 2,2$. Это говорит о том, что колебательный процесс для газонасыщенности $s(t)$ при указанных выше параметрах является детерминированным хаосом, т. е. определяется внутренней структурой газожидкостной системы. Минимальное число переменных, необходимых для моделирования процесса неравновесного разгазирования нефти, равно трем.

$Q, \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{с}$

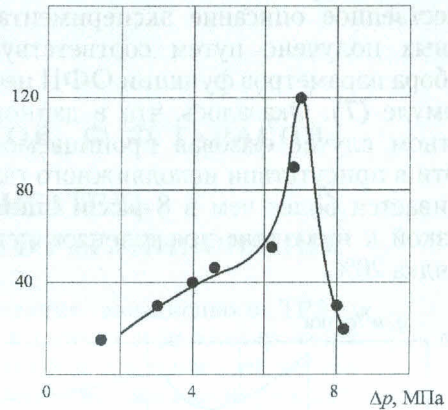


Рис. 5. Зависимость расхода жидкости от перепада давления: численный расчет (кривая) и эксперимент (•)

На рис. 5 представлены результаты расчетов зависимости расхода жидкости Q от перепада давления $\Delta p = p_0 - p_k$ применительно к экспериментальным данным, полученным в работе [7]. В пористой среде с проницаемостью $35 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$, представленной смесью кварцевого песка со средним размером частиц 10^{-4} м и монтмориллонита, размещаемой в термостатируемой медной трубке длиной $L = 6 \text{ м}$ и диаметром $d = 10^{-2} \text{ м}$, исследовалась фильтрация растворов углекислого газа при давлениях, близких к давлению насыщения. На рис. 5 данные эксперимента представлены точками. Начальное давление в образце пористой среды $p_0 = 10 \text{ МПа}$. Давление насыщения $p_s = 3,2 \text{ МПа}$. Расход жидкости Q рассчитывался по формуле $Q = \frac{k}{\mu_1} S \frac{n_0 - n_k}{L}$, где S — площадь поперечного сечения трубки; $n_0 - n_k = \int_{p_k}^{p_0} f_1(\bar{s}(p)) dp$, \bar{s} — осредненная по времени газонасыщенность.

При давлениях p_s , значительно превышающих давление насыщения, удельный расход жидкости пропорционален перепаду давления в соответствии с законом Дарси. Снижение давления на выходе образца пористой среды p_k до давления насыщения приводит к возрастанию расхода более, чем в 2,5 раза. Активное выделение газа при давлении $p_k < p_s$ вызывает быстрое снижение расхода вследствие резкого уменьшения проницаемости пористой среды для двухфазной системы «газ–жидкость».

Это приводит к тому, что в области выделения газа из раствора реализуется большая газонасыщенность и происходит нарушение сжимаемости жидкой фазы.

Удовлетворительное качественное и количественное описание экспериментальных данных получено путем соответствующего подбора параметров функции ОФП нефти по формуле (7). Оказалось, что в данном конкретном случае фазовая проницаемость по нефти в присутствии неподвижного газа увеличивается более чем в 8 раз и становится близкой к нулю уже при газонасыщенности порядка 20%.

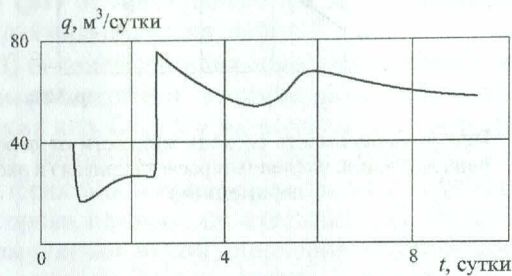


Рис. 6. Флуктуация дебита нефти при запуске скважины 393 Леонидовского месторождения глубинным центробежным насосом

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численными исследованиями установлено, что «эффект проскальзывания» жидкой фазы, выражающийся в немонотонной зависимости ОФП нефти от газонасыщенности, приводит к возникновению автоколебаний поля давлений, насыщенности и дебита эксплуатационной скважины, характер которых определяется близостью пластового давления к давлению насыщения. Роль малых пузырьков газа, показанная в расчетах, точно соответствует промысловым наблюдениям — эффект увеличения дебита скважины в момент начала разгазирования, рис. 6 [13].

Таким образом, предложенная феноменологическая модель фильтрации газированной жидкости качественно объясняет результаты экспериментов и натурных исследований фильтрации нефти при локальном разгазировании залежи и может быть использована в гидродинамических расчетах процессов нефтедобычи при давлениях ниже давления насыщения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мирзаджанзаде А. Х., Аметов И. М. и др. Подземная гидродинамика: задачи и возможности // Нефтяное хозяйство. 1987. № 12. С. 30–33.
2. Мирзаджанзаде А. Х., Аметов И. М., Боксерман А. А. Новые перспективные направления исследований в нефтегазодобыче // Нефтяное хозяйство. 1992. № 11. С. 14–15.

3. Маскет М. Физические основы добычи нефти. М.: Гостоптехиздат, 1953. 607 с.
4. Wyckoff R. D., Botset H. F. The flow gas liquid mixtures through unconsolidated sands // Physics. 1936. Vol. 7.
5. Эфрос Д. А. Исследование фильтрации неоднородных систем. М.: Недра, 1963. 351 с.
6. Розенберг М. Д., Кундин С. А. и др. Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах. М.: Недра. 1969. 456 с.
7. Болотов А. А., Мирзаджанзаде А. Х., Пестеров И. И. Реологические свойства растворов газов в жидкости в области давления насыщения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 1. С. 172–175.
8. Маргос В. Н. Некоторые физические закономерности фильтрации газированной жидкости // Фильтрация, теплоперенос и нефтегазоотдача в сложных пластовых системах. М.: Наука. 1978. С. 36–45.
9. Шаганов В. Ш. О фильтрации газированной жидкости // ПМТФ. 1993. № 5. С. 97–105.
10. Чураев Н. В. Физикохимия процессов массопереноса в пористых телах. М.: Химия. 1990. 271 с.
11. Меликов Г. Х., Азизов М. Г. Экспериментальное исследование влияния релаксационных свойств газожидкостных систем на фильтрацию в неоднородных пористых средах // Изв. вузов. Нефть и газ. 1988. № 10. С. 35–38.
12. Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 312 с.
13. Халиков Г. А. Газовые методы интенсификации нефтедобычи. М.: Недра, 1997. 192 с.

ОБ АВТОРАХ



Булгакова Гузель Талгатовна, проф. каф. математики. Дипл. физик-теоретик (БГУ, 1974). Д-р физ.-мат. наук по механике жидкости, газа и плазмы (БГУ, 2000). Иссл. в обл. гидромеханики нефтяного пласта, фильтрации газожидкостных потоков, численно-аналитических методов.



Файзулин Тимур Айратович, асп. каф. математики. Дипл. спец. в обл. прикладной математики и информатики (УГАТУ, 2003). Готовит дис. о нелинейных и неравновесных процессах двухфазной фильтрации под рук. проф. Г. Т. Булгаковой.