

УДК 533.6.013.42

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЫ В ЖИДКОСТИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ПЛОСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

М. А. ИЛЬГАМОВ,* М. М. ШАКИРЬЯНОВ**

*Академия наук Республики Башкортостан
Тел: (3472) 22 12 05 E-mail: ilgamov@anrb.ru

**Факультет авиационных двигателей УГАТУ
Тел: (3472) 23 07 27

Исследуется динамическая реакция системы жидкость–упругая пластина на удар плоского поршня по поверхности жидкости

Нелинейные колебания; ударная волна; динамическая реакция

Вопросы взаимодействия нестационарных акустических волн давления с тонкими упругими оболочками и пластинами, погруженными в жидкость, рассмотрены во многих работах (см., например, [1–2]).

В настоящей статье исследуется динамическая реакция системы жидкость–упругая пластина на удар плоского поршня с начальной скоростью v_0 по поверхности жидкости (рис. 1).

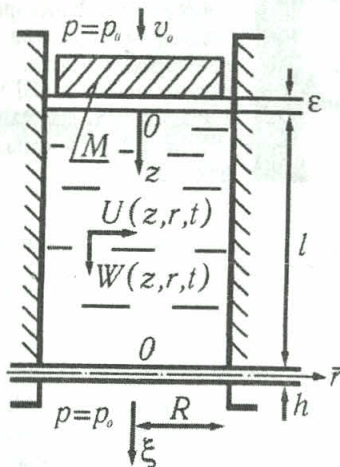


Рис. 1

Жидкость заключена в абсолютно жесткий круговой цилиндр радиуса R , нижний торец которого закрыт круглой упругой пластиной, находящейся до падения ударной волны в недеформированном состоянии под действи-

ем равных давлений p_0 с обеих сторон. Предполагается, что между поршнем и жидкостью имеется тонкая безынерционная газовая прослойка толщиной ϵ . Изучение движения системы проводится для момента времени, соответствующего началу отражения ударной волны от упругого дна.

Анализ влияния тонкого газового слоя между поршнем и поверхностью жидкости на параметры волны, распространяющейся в одном направлении, приведен в [3]. Следуя этой работе, уравнения, приближенно описывающие движение газовой прослойки, запишутся

$$\partial^2 W_g / \partial z^2 = 0, \quad (1)$$

$$p_g = p_0 \left\{ \frac{\epsilon}{\epsilon - [W_g(-\epsilon) - W_g(0)]} \right\}^{\chi_g} \approx p_0 + \frac{p_0 \chi_g}{\epsilon} [W_g(-\epsilon) - W_g(0)]. \quad (2)$$

Здесь $W_g(z, t)$ — перемещение частицы газа в направлении оси z , p_0, p_g — начальное и текущее значения давления в газе, χ_g — показатель адиабаты.

Начальные и граничные условия для уравнений (1), (2) имеют вид

$$\partial W_g / \partial t = v_0, \quad W_g = 0 \quad (z = -\epsilon, t = 0), \quad (3)$$

$$M \partial^2 W_g / \partial t^2 = p_0 - p_g \quad (z = -\epsilon, t > 0), \quad (4)$$

$$W_g = W, \quad p_g = p \quad (z = 0, t > 0), \quad (5)$$

где p — значение давления в жидкости, $W(z, r, t)$ — перемещение частицы жидкости по оси z .

При исследовании данной задачи ограничимся случаем, когда возмущения в жидкой среде описываются линейными уравнениями, а колебания пластины — нелинейной системой.

Линеаризованные уравнения осесимметричного движения жидкости в цилиндрических координатах следующие:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) + \frac{\partial W}{\partial z} \right]; \\ \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) + \frac{\partial W}{\partial z} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь a_0 — скорость звука в невозмущенной жидкости, $U(z, r, t)$ — перемещение частицы жидкости в радиальном направлении r .

Давление в жидкости вычисляется по формуле

$$p = p_0 - \chi B_0 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) + \frac{\partial W}{\partial z} \right], \quad (7)$$

где χ, B_0 — константы жидкости.

Если не учитывать тангенциальные силы инерции и ввести функцию напряжений $F(r, t)$, то нелинейные колебания пластины описываются системой двух уравнений

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^2 \nabla^2 w &= L(w, F) + \frac{1}{h} (p - p_0) - \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{E} \nabla^2 \nabla^2 F &= -\frac{1}{2} L(w, w), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} L(w, F) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial F}{\partial r} \right), \\ \nabla^2 \nabla^2 w &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] \right\}, \\ D &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \end{aligned}$$

E, ν, μ, h и $w(r, t)$ — соответственно модуль упругости, коэффициент Пуассона, плотность, толщина и прогиб пластины.

Решение уравнений (6)–(8) должно удовлетворять начальным и граничным

условиям:

$$W = U = \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} = 0,$$

$$p = p_0 \quad (t = 0, 0 < z \leq l), \quad (9)$$

$$U = 0 \quad (r = 0; R, t > 0), \quad (10)$$

$$W = w \quad (z = l, t > l/a_0), \quad (11)$$

$$w = \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \quad (z = l, t = l/a_0), \quad (12)$$

$$w = \frac{\partial w}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} - \frac{\nu}{r} \frac{\partial F}{\partial r} = 0 \quad (r = R). \quad (13)$$

Динамическая краевая задача (1)–(13) решается методом последовательных приближений, основанным на малой податливости упругих элементов. Согласно этому методу в первом приближении поле давлений в жидкости определяется в предположении об абсолютной жесткости пластины, а последующие приближения позволяют определить прогибы пластины и уточнить движение жидкости [4–6].

В первом приближении имеем

$$\frac{\partial^2 W_1^{(1)}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 W_1^{(1)}}{\partial \xi^2} = 0, \quad (14)$$

$$P^{(1)} = \frac{1}{\bar{B}_0} - \chi \frac{h_1}{l_1} \frac{\partial W_1^{(1)}}{\partial \xi},$$

$$W_1^{(1)} = W_1^{(+)}, \quad \frac{\partial W_1^{(1)}}{\partial \tau} = \frac{\partial W_1^{(+)}}{\partial \tau}, \quad (15)$$

$$(\tau = 0, -1 < \xi \leq 0),$$

$$W_1^{(1)} = 0 \quad (\xi = 0, \tau = 0). \quad (16)$$

Здесь введены следующие безразмерные величины: $\tau = a_0 t / l - 1$; $\xi = z / l - 1$; $P^{(1)} = p^{(1)} / B_0$; $l_1 = l / R$; $h_1 = h / R$; $\bar{B}_0 = B_0 / p_0$; $W_1^{(1)} = W^{(1)} / h$; $W_1^{(+)} = W^{(+)} / h$; $W^{(+)}$ — выражение для перемещений частицы жидкости в падающей волне.

Соотношения для $W_1^{(+)}$ и $\partial W_1^{(+)} / \partial \tau$ находятся из (1)–(7) и для момента времени $\tau = 0$ имеют вид

$$\bar{U}^{(n)} = 0 \quad (\bar{r} = 0; 1, \tau > 0), \quad (22)$$

$$W_1^{(+)} = \frac{\bar{v}_0 l_1 M_1}{2\alpha h_1} \times \left\{ 2\alpha - (1 + \alpha) \exp \left[\frac{\chi_g (1 - \alpha)}{2\chi \bar{B}_0 \varepsilon_1} \xi \right] + (1 - \alpha) \exp \left[\frac{\chi_g (1 + \alpha)}{2\chi \bar{B}_0 \varepsilon_1} \xi \right] \right\},$$

$$\frac{\partial W_1^{(+)}}{\partial \tau} = \frac{\bar{v}_0 l_1}{\alpha h_1} \left\{ \exp \left[\frac{\chi_g (1 - \alpha)}{2\chi \bar{B}_0 \varepsilon_1} \xi \right] - \exp \left[\frac{\chi_g (1 + \alpha)}{2\chi \bar{B}_0 \varepsilon_1} \xi \right] \right\}. \quad (17)$$

$$M_1 = \frac{M}{\rho_0 l}; \quad \bar{v}_0 = \frac{v_0}{a_0};$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{l}; \quad \alpha = \sqrt{1 - \frac{4\chi \bar{B}_0 \varepsilon_1}{\chi_g M_1}},$$

где ρ_0 — плотность невозмущенной жидкости.

Уравнения для последующих приближений ($n \geq 2$) следующие:

$$\frac{\partial^2 \bar{U}^{(n)}}{\partial \tau^2} = l_1 \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{l_1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{U}^{(n)}) + \frac{\partial \bar{W}^{(n)}}{\partial \xi} \right],$$

$$\frac{\partial^2 \bar{W}^{(n)}}{\partial \tau^2} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{l_1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{U}^{(n)}) + \frac{\partial \bar{W}^{(n)}}{\partial \xi} \right], \quad (18)$$

$$P^{(n)} = \frac{1}{\bar{B}_0} - \chi h_1 \left[\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{U}^{(n)}) + \frac{1}{l_1} \frac{\partial \bar{W}^{(n)}}{\partial \xi} \right], \quad (19)$$

$$D_1 \nabla_1^2 \nabla_1^2 \bar{w}^{(n)} = \frac{h_1^4}{\bar{B}_E} L_1 (\bar{w}^{(n)}, \bar{F}^{(n)}) + \left(P^{(n-1)} - \frac{1}{\bar{B}_0} \right) - \frac{\chi h_1^2}{\rho_1 l_1^2} \frac{\partial \bar{w}^{(n)}}{\partial \tau^2},$$

$$\nabla_1^2 \nabla_1^2 \bar{F}^{(n)} = -\frac{1}{2} L_1 (\bar{w}^{(n)}, \bar{w}^{(n)}), \quad (20) \quad \text{где}$$

$$\bar{W}^{(n)} = W_1^{(+)}, \quad \frac{\partial \bar{W}^{(n)}}{\partial \tau} = \frac{\partial W_1^{(+)}}{\partial \tau},$$

$$\bar{U}^{(n)} = \frac{\partial \bar{U}^{(n)}}{\partial \tau} = 0 \quad (\tau = 0, -1 \leq \xi \leq 0), \quad (21)$$

$$\bar{W}^{(n)} = \bar{w}^{(n)} \quad (\xi = 0, \tau > 0), \quad (23)$$

$$\bar{w}^{(n)} = \frac{\partial \bar{w}^{(n)}}{\partial \tau} = 0, \quad (\xi = 0, \tau = 0), \quad (24)$$

$$\bar{w}^{(n)} = \frac{\partial \bar{w}^{(n)}}{\partial \bar{r}} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \bar{F}^{(n)}}{\partial \bar{r}^2} - \frac{\nu}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial \bar{r}} = 0 \quad (\bar{r} = 1), \quad (25)$$

где

$$D_1 = \frac{h_1^4}{12 \bar{B}_E (1 - \nu^2)}; \quad \bar{B}_E = \frac{B_0}{E};$$

$$\bar{F}^{(n)} = \frac{F^{(n)}}{E h^2}; \quad \bar{r} = \frac{r}{R}; \quad \bar{w}^{(n)} = \frac{w^{(n)}}{h};$$

$$\bar{W}^{(n)} = \frac{W^{(n)}}{h}; \quad \bar{U}^{(n)} = \frac{U^{(n)}}{h}; \quad \rho_1 = \frac{\rho_0}{\mu};$$

$$L_1 (\bar{w}^{(n)}, \bar{F}^{(n)}) = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\partial \bar{w}^{(n)}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial \bar{r}} \right);$$

$$\nabla_1^2 \nabla_1^2 \bar{w}^{(n)} = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left\{ \bar{r} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{w}^{(n)}}{\partial \bar{r}} \right) \right] \right\}.$$

Применяя преобразование Лапласа, из первого уравнения (14) получаем

$$s^2 \bar{W}_1^{(1)} - \frac{\partial \bar{W}_1^{(1)}}{\partial \xi^2} = s W_1^{(+)} + \frac{\partial W_1^{(+)}}{\partial \tau}, \quad (26)$$

$$\bar{W}_1^{(1)} = \int_0^\infty W_1^{(1)} e^{-s\tau} d\tau.$$

Решением (26) является функция

$$\bar{W}_1^{(1)} = \tilde{A} e^{s\xi} + \tilde{B}^{-s\xi} + \frac{a_0}{s} + \frac{s a_1 + b_1}{s^2 - c_0^2} e^{c_0 \xi} + \frac{s a_2 + b_2}{s^2 - d_0^2} e^{d_0 \xi}, \quad (27)$$

$$a'_0 = \frac{M_1 \bar{v}_0 l_1}{h_1}; \quad a_1 = -\frac{1 + \alpha}{2\alpha} a'_0;$$

$$a_2 = \frac{1 - \alpha}{2\alpha} a'_0; \quad b_1 = \frac{\bar{v}_0 l_1}{\alpha h_1};$$

$$b_2 = -b_1; \quad c_0 = \frac{\chi_g (1 - \alpha)}{2\chi \bar{B}_0 \varepsilon_1}; \quad d_0 = \frac{\chi_g (1 + \alpha)}{2\chi \bar{B}_0 \varepsilon_1}.$$

В выражении (27) для рассматриваемых малых значений τ ($\tau < 1$) следует принять $\tilde{B} = 0$. Значение постоянной интегрирования \tilde{A} находится из условия (16)

$$\tilde{A} = -\frac{a'_0}{5} + \frac{sa_1 + b_1}{s^2 - c_0^2} - \frac{sa_2 + b_2}{s^2 - d_0^2}. \quad (28)$$

Переходя к оригиналам в (27) с учетом (28), получаем

$$\begin{aligned} W_1^{(1)} = & e^{c_0\xi} \left(a_1 \operatorname{ch} c_0\tau + \frac{b_1}{c_0} \operatorname{sh} c_0\tau \right) + \\ & + e^{d_0\xi} \left(a_2 \operatorname{ch} d_0\tau + \frac{b_2}{d_0} \operatorname{sh} d_0\tau \right) - \\ & - a_1 \operatorname{ch} c_0(\tau + \xi) - \frac{b_1}{c_0} \operatorname{sh} c_0(\tau + \xi) - \\ & - a_2 \operatorname{ch} d_0(\tau + \xi) - \frac{b_2}{d_0} \operatorname{sh} d_0(\tau + \xi). \quad (29) \end{aligned}$$

Приступим к решению задачи (18)–(25) последующих приближений. В качестве функции прогиба пластины и компонентов смещения частицы жидкости (для всех приближений) принимаются зависимости

$$\begin{aligned} \bar{w}^{(n)} = & w_1^{(n)}(\tau) (1 - \bar{r}^2)^2, \\ \bar{U}^{(n)} = & U_1^{(n)}(\xi, \tau) \bar{r} (1 - \bar{r}^2), \quad (30) \end{aligned}$$

$$\bar{W}^{(n)} = W_1^{(n)}(\xi, \tau) + W_2^{(n)}(\xi, \tau) \bar{r}^2 (2 - \bar{r}^2).$$

Подставим функции (30) в уравнения (18), (20) и проинтегрируем полученные соотношения по методу Бубнова–Галеркина. В результате найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W_1^{(n)}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 W_1^{(n)}}{\partial \xi^2} = & 0, \\ \frac{\partial^2 W_2^{(n)}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 W_2^{(n)}}{\partial \xi^2} = & \frac{6l_1}{13} \frac{\partial U_1^{(n)}}{\partial \xi}, \\ \frac{\partial^2 U_1^{(n)}}{\partial \tau^2} + 56l_1^2 U_1^{(n)} = & 4l_1 \frac{\partial W_1^{(n)}}{\partial \xi}, \quad (31) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 w_1^{(n)}}{\partial \tau^2} + \omega^2 w_1^{(n)} + \beta \omega^2 (w_1^{(n)})^3 = \delta q^{(n-1)}, \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} q^{(n-1)} = & -h_1 \times \\ & \times \left(\frac{1}{l_1} \frac{\partial W_1^{(n-1)}}{\partial \xi} + U_1^{(n-1)} + \frac{2}{5l_1} \frac{\partial W_2^{(n-1)}}{\partial \xi} \right); \\ \omega^2 = & \frac{80(h_1 l_1)^2}{9\chi \bar{B}_E (1 - \nu^2)} \rho_1; \\ \beta = & \frac{(23 - 9\nu)(1 + \nu)}{56}; \quad \delta = \frac{5}{3} \left(\frac{l_1}{h_1} \right)^2 \rho_1. \end{aligned}$$

Интегрирование обыкновенного нелинейного дифференциального уравнения (32) с начальными условиями (24) производится численно по методу Рунге–Кутты. Это решение затем аппроксимируется полиномом

$$w_1^{(n)} = \sum_{i=0}^N \gamma_i^{(n)} \tau^i \quad (\gamma_0^{(n)} = \gamma_1^{(n)} = 0),$$

где $\gamma_i^{(n)}$ — его коэффициенты.

Применение преобразования Лапласа к системе (31) с учетом начальных условий (21) дает

$$\begin{aligned} s^2 \tilde{W}_1^{(n)} - \frac{\partial^2 W_1^{(n)}}{\partial \xi^2} = & sW_1^{(+)} + \frac{\partial W_1^{(+)}}{\partial \tau}, \\ \frac{\partial^2 \tilde{W}_2^{(n)}}{\partial \xi^2} - s^2 \left(1 - \frac{k_3^2}{s^2 + k_2^2} \right) \tilde{W}_2^{(n)} = & 0, \quad (33) \\ \tilde{U}_1^{(n)} = & \frac{4l_1}{s^2 + k_1^2} \frac{\partial \tilde{W}_2^{(n)}}{\partial \xi}, \\ k_1 = 56l_1^2, \quad k_2^2 = & \frac{752}{13} l_1^2, \quad k_3^2 = \frac{24}{13} l_1^2. \end{aligned}$$

Решение системы (33) имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{W}_1^{(n)} = & \tilde{A}_1 e^{s\xi} - \tilde{B}_1 e^{-s\xi} + \frac{a'_0}{s} + \\ & + \frac{sa_1 + b_1}{s^2 - c_0^2} e^{c_0\xi} + \frac{sa_2 + b_2}{s^2 - d_0^2} e^{d_0\xi}, \\ \tilde{W}_2^{(n)} = & \tilde{C}_1 \exp \left(s\xi \sqrt{1 - \frac{k_3^2}{s^2 + k_2^2}} \right) + \\ & + \tilde{C}_2 \exp \left(-s\xi \sqrt{1 - \frac{k_3^2}{s^2 + k_2^2}} \right), \\ \tilde{U}_1^{(n)} = & \frac{4l_1}{s^2 + k_1^2} \frac{\partial \tilde{W}_2^{(n)}}{\partial \xi}. \quad (34) \end{aligned}$$

Далее ограничиваемся рассмотрением движения волны, отраженной от дна, до ее прихода к поршню. Поэтому $\tilde{B}_1 = \tilde{C}_2 = 0$. Значения оставшихся постоянных находим из кинематического условия (23)

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 = & \sum_{i=0}^N i! \gamma_i^{(n)} \frac{1}{s^{i+1}} - \frac{a'_0}{s} - \frac{sa_1 + b_1}{s^2 - c_0^2} - \frac{sa_2 + b_2}{s^2 - d_0^2}, \\ \tilde{C}_1 = & - \sum_{i=0}^N \frac{i!}{s^{i+1}} \gamma_i^{(n)}. \quad (35) \end{aligned}$$

Приближенно переходя к оригиналам в (34), получаем

$$\begin{aligned}
 W_1^{(n)} &= W_1^{(1)} + \sum_{i=0}^7 \gamma_i^{(n)} (\tau + \xi)^i, \\
 W_2^{(n)} &= - \sum_{i=0}^7 \gamma_i^{(n)} (\tau + \xi)^i - \\
 &\quad - \xi \left[\frac{\gamma_2^{(n)} \bar{\alpha}_1}{3} (\tau + \xi)^3 + \frac{\gamma_3^{(n)} \bar{\alpha}_1}{4} (\tau + \xi)^4 + \right. \\
 &\quad + \frac{2\gamma_2^{(n)} \bar{\alpha}_2 + 4!\gamma_4^{(n)} \bar{\alpha}_1}{5!} (\tau + \xi)^5 + \\
 &\quad + \left. \frac{6\gamma_3^{(n)} \bar{\alpha}_2 + 5!\gamma_5^{(n)} \bar{\alpha}_1}{6!} (\tau + \xi)^6 \right] - \\
 &\quad - \frac{\xi^2}{2} \left[\frac{\gamma_2^{(n)} \bar{\alpha}_1^2}{12} (\tau + \xi)^4 + \frac{\gamma_3^{(n)} \bar{\alpha}_1^2}{20} (\tau + \xi)^5 \right], \\
 U_1^{(n)} &= -4l_1 \left\{ \frac{\gamma_2^{(n)}}{3} (\tau + \xi)^3 + \frac{\gamma_3^{(n)}}{4} (\tau + \xi)^4 + \right. \\
 &\quad + \frac{4!\gamma_4^{(n)} + 2\gamma_2^{(n)} \beta_1}{5!} (\tau + \xi)^5 + \\
 &\quad + \frac{5!\gamma_5^{(n)} + 6\gamma_3^{(n)} \beta_1}{6!} (\tau + \xi)^6 + \\
 &\quad + \left. \xi \left[\frac{\gamma_2^{(n)} \bar{\alpha}_1}{12} (\tau + \xi)^4 + \frac{\gamma_3^{(n)} \bar{\alpha}_1}{20} (\tau + \xi)^5 \right] \right\}, \quad (36)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \bar{\alpha}_1 &= \frac{1}{2} (k_1^2 - k_2^2), \\
 \bar{\alpha}_2 &= \frac{1}{8} (3k_2^4 - 2k_1^2 k_2^3 - k_1^4), \\
 \beta_1 &= -\frac{1}{12} (k_1^2 + k_2^2).
 \end{aligned}$$

При получении соотношений (36) принято $N = 7$.

Вычисление коэффициентов $\gamma_i^{(n)}$ продолжается до тех пор, пока абсолютное значение отношения $(\gamma_i^{(n)} - \gamma_i^{(n-1)}) / \gamma_i^{(n)}$ не станет меньше некоторой заданной величины (Δ).

Обсуждаемые ниже результаты получены при следующих значениях основных параметров: $\chi_g = 1,4$; $\chi = 7,1$; $\bar{B}_0 = 0,32 \cdot 10^4$; $M_1 = 2$; $\bar{v}_0 = 0,01$; $h_1 = 0,06$.

Влияние тонкой воздушной прослойки на прогиб центра титановой пластины и давление на ее поверхность показаны на рис. 2 и 3 ($\rho_1 = 0,222$; $\nu = 0,32$; $\bar{B}_E = 0,28 \cdot 10^{-2}$; $l_1 = 0,91$). Из рис. 2 видно, что при нали-

чии прослойки ($\varepsilon_1 = 0,3 \cdot 10^{-5}$ — штриховые линии) давление на поверхность пластины возрастает постепенно, а не скачкообразно, как это было в отсутствии прослойки ($\varepsilon_1 = 0$ — сплошные линии). При этом наблюдается также значительное уменьшение максимума давления, поэтому при наличии прослойки прогибы пластины (рис. 3) раньше достигают своего экстремума.

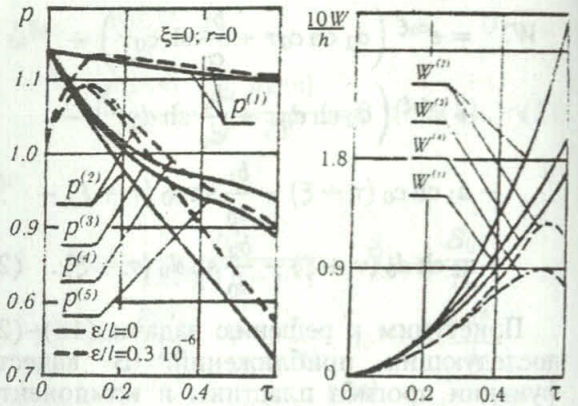


Рис. 2

Рис. 3

На рис. 4 для момента времени $\tau = 0,5$ показана эпюра давления на поверхность стальной пластины ($\rho_1 = 0,128$; $\nu = 0,3$; $\bar{B}_E = 0,16 \cdot 10^{-2}$; $l_1 = 1$; $\varepsilon_1 = 0$) по радиусу.

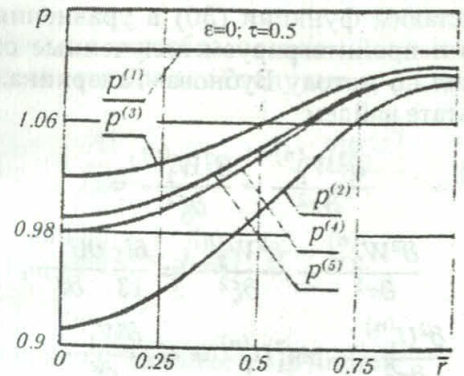


Рис. 4

Видно, что в рассматриваемый момент времени в окрестности центра пластины давление в жидкости может быть отрицательным. Это обстоятельство в реальной жидкости может вызвать явление кавитации. Однако в данной статье этот вопрос не рассматривается и поэтому прогибы пластины, найденные без учета кавитации, могут отличаться от экспериментальных значений прогибов, так как кавитация в действительности наступает при сравнительно небольших величинах отрицательного давления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григолюк Э. И., Горшков А. Г. Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью. Л.: Судостроение, 1976. 200 с.
2. Галиев Ш. У. Динамика взаимодействия элементов конструкций с волной давления в жидкости. Киев: Наукова думка, 1977. 172 с.
3. Павлов А. А., Ильгамов М. А. Исследование ударной волны в жидкости // Сб. тр. сем. по теории оболочек. Казанск. физ.-техн. ин-т АН СССР, 1974. Вып. IV. С. 181–195.
4. Ильгамов М. А., Шакирьянов М. М. Нелинейное взаимодействие упругой пластины и идеальной сжимаемой жидкости при ударном нагружении // Исследование по теории пластин и оболочек: Сб. науч. тр. Казань: КГУ, 1971. Вып. X. С. 286–297.
5. Ильгамов М. А., Шакирьянов М. М. Взаимодействие упруго-смещающейся преграды и идеальной сжимаемой жидкости при ударном нагружении // Сб. тр. семинара по теории оболочек. Казанск. физ.-техн. ин-т АН СССР, 1973. Вып. III. С. 278–290.
6. Павлов А. А., Шакирьянов М. М. Колебания круглой пластины в жидкости при воздействии плоской ударной волны // Тез. докл. Всесоюз. конф. по проблемам нелинейных колебаний механических систем. Киев: Нау-

кова думка, 1974. С. 143–144.

ОБ АВТОРАХ



Ильгамов Марат Аксанович, профессор, чл.-кор. РАН, вице-президент АН РБ. Дипл. инж.-механик (УАИ, 1957), д-р физ.-мат. наук по прочности и пластичности (КГУ, Казань, 1970). Исследования в области механики твердого деформируемого тела, аэроупругости.



Шакирьянов Марат Масгульянович, доцент кафедры теоретической механики УГАТУ. Дипл. инж.-механик (УАИ, 1969). Канд. физ.-мат. наук по механике твердого деформируемого тела (Казанский ун-т, 1978). Исследования в области механики твердого деформируемого тела, аэрогидроупругости.

