

УДК 621.833.6

ПЛАНЕТАРНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ С ОДНОВЕНЦОВЫМИ САТЕЛЛИТАМИ

И. А. БОЛОТОВСКИЙ, О. Ф. ВАСИЛЬЕВА, Т. В. ЖУКОВА, Л. Л. РУСАК

Факультет авиационно-технологических систем УГАТУ

Тел: (3472) 23 07 34 E-mail: okmim@ugatu.ac.ru

Описывается новый эффективный метод анализа и синтеза планетарных механизмов с одновенцовыми сателлитами

Планетарный механизм; одновенцовый сателлит; формула строения; многорядный механизм

Несмотря на развитие электрических методов передачи и преобразования движения, механические методы навсегда сохранят свое доминирующее значение. Основным из них является метод, использующий зубчатые передачи.

Различают рядовые зубчатые механизмы с неподвижными осями колес и планетарные механизмы. Планетарные имеют ряд общеизвестных преимуществ: компактность, меньшую нагруженность зубчатых колес и валов за счет разделения потока мощности по сателлитам и ветвям кинематической цепи, возможность получить широкий диапазон передаточных отношений при малом числе колес, меньший вес и габариты при прочих равных с рядовыми механизмами условиях.

Среди планетарных встречаются механизмы с одновенцовыми и многовенцовыми сателлитами. Даже при двух венцах добиться полной идентичности сателлитов технологически трудно. Различие в относительном расположении венцов на разных сателлитах ведет к неравномерности распределения нагрузки между ними, к шуму и вибрациям при работе. У механизмов с многовенцовыми сателлитами усложняется подбор чисел зубьев, сужаются возможности синтеза. Механизмы с одновенцовыми сателлитами позволяют реализовать множество разнообразных конструкций, удовлетворяющих любые требования проектировщика; поэтому от применения планетарных механизмов с многовенцовыми сателлитами стоит вообще отказаться.

Планетарным механизмам с одновенцовыми сателлитами посвящены работы [1–3] и ряд других, что подтверждает актуальность использования и изучения этих механизмов. Приводимый в этих работах подход к изучаемой проблеме не выявляет все множество существующих схем. Рассматриваются схемы, скорее всего, случайно подобранные; изложение методов исследования является очень сложным.

Авторами данной статьи разработан системный подход к исследованию планетарных механизмов с одновенцовыми сателлитами, позволяющий охватить все множество существующих схем, классифицировать и охарактеризовать их, выполнить разнообразные задачи анализа и синтеза как редукторов, так и коробок скоростей. Система основана на использовании так называемых «формул строения механизмов». Использование этих формул открыло совершенно новые возможности анализа и синтеза механизмов и оказалось очень эффективным. Сущность системы подробно изложена в работах [4–8] и некоторых других. Ниже дается краткое изложение, а также принятые обозначения и терминология.

Единственно возможным типом механизма с одновенцовым сателлитом является однорядный механизм, в котором сателлит находится одновременно во внешнем и внутреннем зацеплении с двумя центральными колесами. Он общеизвестен под названием «механизм Джемса». Его кинематическая и структурная схемы приведены на рис. 1.

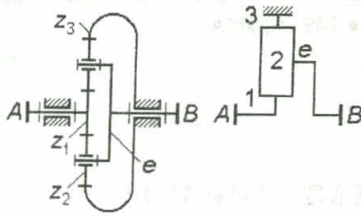


Рис. 1

Из двух или нескольких однорядных механизмов можно составить множество редукторов, мультипликаторов и коробок скоростей для автомобилей, тракторов, танков, судовых и стационарных двигателей, строительных, дорожных и многих других машин.

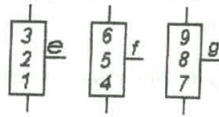


Рис. 2

В первых трех рядах центральным колесам с внешними зубьями присваивают номера 1, 4 и 7, центральным колесам с внутренними зубьями — номера 3, 6 и 9, сателлитам — номера 2, 5 и 8, водилам — буквенные обозначения e , f и g (рис. 2). Входной вал обозначают буквой A , выходной — буквой B . Передаточные отношения обращенных механизмов обозначают буквам p , q и r и вычисляют по формулам

$$p = -\frac{z_3}{z_1}, \quad q = -\frac{z_6}{z_4}, \quad r = -\frac{z_9}{z_7}.$$

Неподвижное звено (стойку) обозначают цифрой 0. Основными называют звенья, геометрические центры которых совпадают с основной осью механизма, т. е. центральные колеса и водила (сателлиты в число основных звеньев не входят).

Передаточное отношение реального механизма обозначается буквами i_{AB} . Оно является функцией передаточных отношений обращенных механизмов

$$i_{AB} = i_{AB}(p, q, r).$$

Из конструктивных соображений целесообразно ограничить абсолютные значения p , q и r интервалом 2...7.

Однорядный механизм в дальнейшем назван «базовым».

При компоновке многорядного механизма некоторые основные звенья базовых механизмов могут быть связаны друг с другом жесткими материальными связями (валами, дисками, барабанами и т. п.). Эти связи названы

«внутренними»; они превращают одинарные звенья базовых механизмов в двойные, тройные и т. д.

Совокупность базовых механизмов с наложенными на их звенья внутренними связями названа «исходным механизмом». Условное обозначение исходного механизма — ряд цифр, характеризующих входящие в него звенья (например, тип 32211 — одно тройное звено, два двойных два одинарных). Двухрядный механизм содержит четыре центральных колеса, поэтому сумма цифр, входящих в обозначение типа механизма, должна быть равна шести. Трехрядный механизм содержит шесть центральных колес и три водила, поэтому сумма цифр, входящих в обозначение типа механизма, должна быть равна девяти.

В табл. 1 перечислены типы всех существующих одно-, двух- и трехрядных механизмов и указано их общее количество.

Таблица 1

Число рядов	Обозначение типа механизма	Число основных звеньев	Число степеней свободы	Количество вариантов схем
2	21111	5	3	9
2	2211	4	2	18
3	21111111	8	5	27
3	2211111	7	4	216
3	3111111	7	4	27
3	222111	6	3	558
3	321111	6	3	324
3	22221	5	2	324
3	33111	5	2	108
3	32211	5	2	810

К основным звеньям исходного механизма должны быть присоединены муфты входного вала A и выходного B ; кроме того, некоторые звенья могут быть застопорены (связаны с неподвижным звеном, стойкой). Эти связи называют внешними. В то же время некоторые звенья исходного механизма могут оставаться «холостыми», т. е. свободными от внешних связей; этим звеньям присвоено обозначение X .

Общее число элементов в обозначении комплекта внешних связей должно совпадать с числом основных звеньев исходного механизма, для которого этот комплект предназначен (например, исходному пятизвенному механизму с одной степенью свободы должен соответствовать комплект внешних связей $A, B, 0, X, X$).

Все существующие разновидности комплектов внешних связей для механизмов с одной степенью свободы приведены в табл. 2.

Таблица 2

Число элементов в комплекте	Структура комплекта	Число вариантов
8	ABXX0000	840
7	ABXX000	420
6	ABXX00	180
5	ABXX0	60

Ряд пар круглых скобок, в каждую из которых вписано одно из основных звеньев, назван «формулой строения механизма». Например формула строения исходного механизма типа 22221 может иметь вид (34)(eg)(f7)(69)(1) (рис. 3). После того как в эти скобки будут внесены элементы комплекта внешних связей, например A, X, 0, X, B, будет получена формула строения нового, «реального» механизма, в данном примере — (34A)(eg)(f70)(69)(1B) (рис. 4). Символ X в формулу строения реального механизма не вносится, игнорируется.

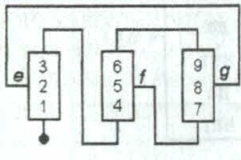


Рис. 3

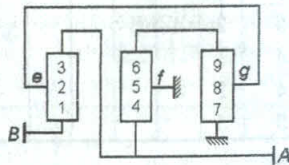


Рис. 4

Таким образом, синтез схемы реального механизма, т. е. нахождение формулы его строения, сводится к наложению на формулу строения исходного механизма символов комплекта внешних связей.

По формулам строения могут быть построены структурная и кинематическая схемы, проведены кинематические и силовые расчеты, проработана конструкция. Эти формулы и схемы дают полное представление о составе и свойствах механизма, о его пригодности и целесообразности, о числе степеней свободы; они позволяют ввести в ЭВМ полные сведения о структуре механизма и на этой основе автоматизировать расчеты.

Число степеней свободы может быть подсчитано по общеизвестной формуле П. Л. Чебышева, которая в применении к рассматриваемым механизмам приводится к виду $w = n - k$, где n — число подвижных основных

звеньев механизма, т. е. число скобок в формуле строения за исключением той, которая содержит «ноль»-стойку; k — число базовых механизмов, т. е. число рядов.

Ниже приводится табл. 3 всех существующих двух- и трехрядных механизмов.

Таблица 3

Число рядов	Обозначение типа механизма	Число основных звеньев	Число степеней свободы	Образец формулы строения	Число вариантов
2	21111	5	3	(14)(3)(6)(e)(f)	9
2	2211	4	2	(14)(ef)(3)(6)	18
3	21111111	8	5	(36)(1)(e)(4)(f)(7)(g)(9)	27
3	2211111	7	4	(14)(e9)(3)(f)(6)(7)(g)	216
3	3111111	7	4	(169)(e)(3)(4)(f)(7)(g)	27
3	222111	6	3	(14)(3f)(e7)(6)(g)(9)	558
3	321111	6	3	(147)(fg)(e)(3)(6)(9)	324
3	22221	5	2	(34)(eg)(f7)(69)(1)	324
3	33111	5	2	(147)(3fg)(e)(6)(9)	108
3	32211	5	2	(147)(3f)(6g)(e)(9)	810

Любой комплект внешних связей может быть наложен на любой из начальных механизмов при соблюдении единственного условия: число элементов в комплекте связей и число основных звеньев исходного механизма должны быть одинаковыми. Общее количество структурных схем и структурных формул реальных механизмов можно определить, перемножив количество существующих схем исходных механизмов на количество соответствующих комплектов внешних связей. Таким образом, общее количество схем двух- и трехрядных механизмов с одной степенью свободы превышает несколько сотен тысяч; если же рассматривать также механизмы с числом степеней свободы до четырех, то их количество превышает два миллиона. Среди них есть схемы по разным причинам непригодные, есть схемы нерациональные, но есть также большое количество схем, которые с успехом можно использовать для редукторов, мультипликаторов и коробок скоростей.

Передаточные отношения механизмов с однозвенцовыми сателлитами можно вычислить по формуле Виллиса. Эти формулы, связывающие угловые скорости звеньев каждого из рядов, имеют вид

$$\omega_1 - \omega_e = p(\omega_3 - \omega_e);$$

Таблица 4

Передаточные отношения однорядного планетарного механизма
типа «Джемс»

№	$\frac{ p }{ q }$	z_1 (z_4)	z_2 (z_5)	z_3 (z_6)	Макс. число спутников	Варианты возможных чисел спутников						Возможность передачи без смещения
						1	2	3	4	5	6	
1	2,00000	24	12	48	7	2	3	4	6			да
2	2,00000	25	12	50	8	3	5					нет
3	2,00000	26	13	52	7	2	3	6				да
4	2,00000	27	13	54	8	3						нет
5	2,00000	28	14	56	8	2	3	4	6	7		да
.....												
38	2,01695	59	30	119	8	2						да
39	2,01724	58	29	117	8	5	7					нет
40	2,01754	57	29	115	8	2	4					да
41	2,01818	55	28	111	8	2						да
42	2,01887	53	27	107	8	2	4	5	8			да
43	2,01961	51	26	103	8	2	7					да
44	2,02041	49	25	99	8	2	4					да
45	2,02083	48	24	97	8	5						нет
.....												
943	3,23529	34	38	110	5	2	3	4				да
944	3,24000	25	28	81	5	2						да
945	3,24138	29	32	94	5	3						нет
946	3,24242	33	37	107	5	2	4	5				да
947	3,25000	12	13	39	4	3						нет
948	3,25000	16	18	52	4	2	4					да
949	3,25000	20	22	65	5	5						нет

$$\omega_4 - \omega_f = q(\omega_6 - \omega_f);$$

$$\omega_7 - \omega_g = r(\omega_9 - \omega_g).$$

Они одинаковы для всего множества одно-, двух- и трехрядных механизмов.

Для вычисления передаточного отношения конкретного механизма нужно эти уравнения решить совместно с закономерностями, вытекающими из его формулы строения. Если, например, формула строения трехрядного механизма имеет вид $(e47)(360)(fg)(1A)(9B)$, это означает, что $\omega_e = \omega_4 = \omega_7$; $\omega_3 = \omega_6 = 0$; $\omega_f = \omega_g$; $\omega_1 = \omega_4$; $\omega_9 = \omega_B$. Подстановка этих значений в формулы Виллиса и соответствующие преобразования позволяют вычислить передаточное отношение указанного механизма:

$$i_{AB} = -(1-p)(1-q)r/(q-r).$$

Передаточные отношения однорядного редуктора, в зависимости от того, какое из звеньев 1, 3 или e является неподвижным, определяют следующие формулы:

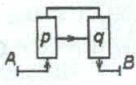
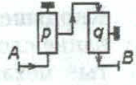
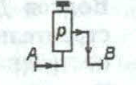
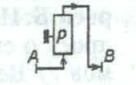
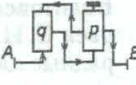
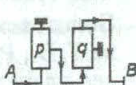
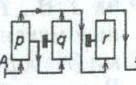
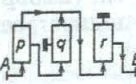
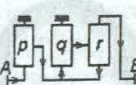
$$i_{AB} = i_{13}^e = p,$$

$$i_{AB} = i_{1e}^3 = 1 - p,$$

$$i_{AB} = i_{3e}^1 = (p-1)/p.$$

В каждом однорядном механизме должны соблюдаться общеизвестные требования к планетарным передачам — условия соосности, соседства и сборки (сцепляемости). Условие соосности в рассматриваемых механизмах обеспечивается конструкцией. Передаточные отношения, удовлетворяющие условиям соседства и сборки, сведены в специальную таблицу. Привести в рамках журнальной статьи всю таблицу невозможно:

Таблица 5

Диапазон i_{AB}	Структурная схема механизма	Формула передаточного отношения	Пример
$i_{AB} = 1...2,6666$		$i_{AB} = \frac{1-p}{1-q}$	$z_1 = 40, z_2 = 24,$ $z_3 = 88, z_4 = 40,$ $z_5 = 23, z_6 = 86$ $i_{AB} = 1,01587$
$i_{AB} = (-1)...(-4)$		$i_{AB} = \frac{1-p}{q}$	$z_1 = 40, z_2 = 23,$ $z_3 = 86, z_4 = 40,$ $z_5 = 24, z_6 = 88$ $i_{AB} = -1,43182$
$i_{AB} = 3...8$		$i_{AB} = 1 - p$	$z_1 = 20, z_2 = 29,$ $z_3 = 78,$ $i_{AB} = 4,9$
$i_{AB} = (-2)...(-7)$		$i_{AB} = p$	$z_1 = 20, z_2 = 29,$ $z_3 = 78,$ $i_{AB} = -3,9$
$i_{AB} = 7...57$		$i_{AB} = 1 - p(1 - q)$	$z_1 = 16, z_2 = 28,$ $z_3 = 72, z_4 = 18,$ $z_5 = 32, z_6 = 82$ $i_{AB} = 25,99999$
$i_{AB} = (-6)...(-56)$		$i_{AB} = q(1 - p)$	$z_1 = 15, z_2 = 25,$ $z_3 = 66, z_4 = 15,$ $z_5 = 35, z_6 = 85$ $i_{AB} = -30,60000$
$i_{AB} = 16...440$		$i_{AB} = pr + (1 - p)qr$	$z_1 = 20, z_2 = 34,$ $z_3 = 88, z_4 = 20,$ $z_5 = 36, z_6 = 92,$ $z_7 = 17, z_8 = 35,$ $z_9 = 87,$ $i_{AB} = 149,63999$
$i_{AB} = (-25)...(-500)$		$i_{AB} = p(1 - r) +$ $+q(1 - p)(1 - r)$	$z_1 = 13, z_2 = 33,$ $z_3 = 79, z_4 = 14,$ $z_5 = 37, z_6 = 88,$ $z_7 = 12, z_8 = 33,$ $z_9 = 78,$ $i_{AB} = -379,2033$
$i_{AB} = 9,6 ... 160880 $		$i_{AB} = \frac{-r(1-p)(1-q)}{q-r}$	$z_1 = 16, z_2 = 32,$ $z_3 = 80, z_4 = 19,$ $z_5 = 27, z_6 = 74,$ $z_7 = 29, z_8 = 42,$ $z_9 = 113,$ $i_{AB} = 63053,99998$

она слишком велика. Здесь дается ее фрагмент (табл. 4) и необходимые пояснения.

Табл. 4 содержит:

- значения передаточных отношений p (эти же значения пригодны для q и r) для всех, без исключения, приемлемых значений чисел зубьев колес в интервале $z = 12...120$. Приемлемыми являются те значения, при которых сумма чисел зубьев центральных колес (например $z_1 + z_3$) не является простым числом, т. е. разлагается на множители и, следовательно, допускает применение не менее двух сателлитов. Механизмы с одним сателлитом нецелесообразны;
- числа зубьев колес, реализующих эти передаточные отношения;
- максимально допустимое по условию соседства количество сателлитов;
- количество сателлитов, удовлетворяющих условиям сборки (сцепляемости); в ряде случаев дается несколько вариантов;
- критерии «да» или «нет», облегчающие подход к геометрическому расчету передач. Критерий «да» означает, что могут быть реализованы как нулевые зацепления, так и зацепления со смещениями; критерий «нет» означает, что хотя бы одно из зацеплений должно быть со смещениями.

Таблица содержит 1595 позиций. Из них 530 – повторяющиеся, поскольку одно и то же значение p (и q , и r) может быть получено в нескольких вариантах (например $p = 2$ дают колеса с числами зубьев 60 и 30, 80 и 40 и многие другие). «Оригинальных» значений остается $1595 - 530 = 1065$.

Таким образом, табл. 4 дает:

- для однорядных механизмов 1065 значений передаточных отношений в 1595 вариантах;
- в двухрядных механизмах любому значению p может соответствовать любое значение q и поэтому таблица позволяет найти $1065 \times 1065 = 1\,134\,225$ передаточных отношений в $1595 \times 1595 = 2\,544\,025$ вариантах;
- для трехрядных механизмов количество возможных вариантов превышает один миллиард.

Несмотря на огромное количество существующих вариантов, отклонения $\Delta i_{AB} = 0$ иногда добиться невозможно, так как числа зубьев колес – целые числа. Однако отклонения, не превышающие 0,1%, всегда могут быть получены.

Для ориентировочного, предварительного выбора схемы редуктора, реализующего требуемое передаточное отношение, ниже при-

водится фрагмент сводной таблицы (табл. 5). Она охватывает как положительные, так и отрицательные передаточные отношения от наименьшего возможного значения, равного единице, до наибольшего достижимого для трехрядных механизмов значения – 167 880.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крейнс М. А., Розовский М. С. Зубчатые механизмы. М.: Наука. 1972. 428 с.
2. Кирдяшев Ю. Н., Иванов А. Н. Проектирование сложных зубчатых механизмов. Зубчатые механизмы. Л.: Машиностроение. 1973. 352 с.
3. Волков Д. П., Крайнев А. Ф. Трансмиссии строительных и дорожных машин. М.: Машиностроение. 1974. 424 с.
4. Болотовский И. А., Васильева О. Ф., Гурьев Б. И., Жукова Т. В., Русак Л. Л. К вопросу о синтезе сложных зубчатых механизмов // Вестник машиностроения. 1997. № 8. С. 6–11.
5. Болотовский И. А., Васильева О. Ф., Гурьев Б. И., Жукова Т. В., Русак Л. Л. Двухрядные планетарные механизмы с одновенцовыми сателлитами // Вестник машиностроения. 1999. № 6. С. 3–10.
6. Болотовский И. А., Васильева О. Ф., Жукова Т. В., Русак Л. Л. Подбор чисел зубьев колес планетарных механизмов с одновенцовыми сателлитами // Вестник машиностроения. 2000. № 2. С. 8–11.
7. Болотовский И. А., Васильева О. Ф., Жукова Т. В., Русак Л. Л. Трехрядные планетарные механизмы с одновенцовыми сателлитами (выбор типа механизма для редукторов) // Вестник машиностроения. 2000. № 6. С. 3–6.
8. Болотовский И. А., Васильева О. Ф., Жукова Т. В., Русак Л. Л. Трехрядные планетарные механизмы с одновенцовыми сателлитами (выбор схемы редуктора) // Вестник машиностроения. 2001. № 1. С. 3–8.

ОБ АВТОРАХ



Болотовский Израиль Аркадьевич, профессор кафедры основ конструирования механизмов и машин УГАТУ. Дипл. инж.-механик (Рыбинск. авиац. ин-т, 1937), канд. техн. наук по теории механизмов (Ин-т машиноведения АН СССР, 1952). Исследования в области зубчатых передач.



Васильева Ольга Филипповна, доцент той же кафедры. Дипл. инж.-механик (УАИ, 1966), канд. техн. наук по теории механизмов (МВТУ, 1976). Исследования в области зубчатых передач.



Русак Людмила Леонидовна, доцент той же кафедры. Дипл. инж.-механик (УАИ, 1964), канд. техн. наук по теории механизмов (МВТУ, 1977). Исследования в области зубчатых передач.



Жукова Татьяна Викторовна, инженер той же кафедры, инж.-программист БРЦ НИТ. Дипл. инж.-системотехник (УАИ, 1983). Исследования в области зубчатых передач.

Информация



Р.Х.Гафаров, В.С.Жернаков
Что нужно знать
о сопротивлении материалов
Учебное пособие

Под ред. засл. деят. науки и техн. РФ
д-ра техн. наук, проф. **В. С. Жернакова**

М.: Машиностроение, 2001

276 с. Ил. Библиогр.: 52 назв. ISBN 5-217-03090-9

Рецензенты: Кафедра строительных конструкций УГНТУ;
член-корреспондент РАН **М. А. Ильгамов**;
засл. деят. науки и техн. РФ д-р техн. наук, проф. **С. Ф. Чернявский**

Пособие призвано помочь студентам систематизировать значительный объем учебного материала и подготовиться к завершающему экзамену по курсу сопротивления материалов, а также годовому междисциплинарному экзамену в ходе государственной аттестации. Оно включает в себя опорный конспект по курсу, развернутое изложение основных понятий и положений в форме вопросов и ответов, триста задач по основным темам с подробными решениями. В приложении даются необходимые для решения задач данные. Допущено Минобрования России в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области техники и технологии.