

УДК 621.438

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУХА С ТВЕРДЫМИ ЧАСТИЦАМИ В ДОЗВУКОВОМ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ВОЗДУХОЗАБОРНИКЕ

Г. Г. ЕНИКЕЕВ*, А. Р. ГУЗАИРОВ**

*Факультет авиационных двигателей УГАТУ
Тел: (3472) 23 77 74 E-mail: enikeevg@ugatu.ac.ru

**ФГУП «НПП „Мотор“»

Обсуждаются научные проблемы движения воздуха с твердыми частицами в дозвуковом осесимметричном воздухозаборнике газотурбинного двигателя. Основное внимание уделяется составлению математической модели движения отдельных частиц. Получена замкнутая система уравнений движения отдельных частиц в поле несущего потока. Модель учитывает действие на твердую частицу сил аэродинамического сопротивления, Магнуса и тяжести. Модель также учитывает случайное распределение коэффициентов восстановления скорости и угла отскока твердых частиц. Показаны результаты решения системы уравнений для движения частицы кварца в криволинейном канале осесимметричного воздухозаборника. Отмечено, что при отскоке частиц от поверхности частицы движутся по различным траекториям, повторяемость которых определяется нормальным законом распределения

Математическая модель; двухфазная среда; воздухозаборник; твердая частица

ВВЕДЕНИЕ

Лопаточные машины авиационных двигателей, работающие в запыленной среде, подвержены воздействию мелких твердых частиц. Эрозионный износ поверхности лопаток и корпусных элементов конструкции приводит к ухудшению их прочностных и аэродинамических характеристик.

Запыленная среда представляет собой поток, в котором во взвешенном состоянии присутствует дисперсная фаза — твердые частицы — и дисперсионная фаза — несущий поток. Твердые частицы могут быть различного минералогического состава, неправильной формы и с разным удельным весом. В потоке газозвеси, обтекающем воздухозаборник, воздух и твердые частицы двигаются неодинаково. Происходит это в силу различных инерционных свойств фаз и в силу того, что твердые частицы после столкновения с ограничивающими поверхностями воздухозаборника начинают двигаться по траекториям, существенно отличающимся от линий тока воздуха. В результате отклонения траекторий твер-

дых частиц от линий тока воздуха в канале воздухозаборника формируется поток газозвеси с параметрами, отличными от начальных. Определение параметров газозвеси в любом сечении осесимметричного воздухозаборника с различной формой меридионального сечения и различными условиями обтекания является актуальной задачей. Ее решение позволяет сформулировать граничные условия для вычислительного или физического эксперимента эрозионного износа лопаток компрессора, произвести расчет эффективности очистки воздуха в роторных или баллистических воздухоочистителях. В настоящей работе предложена математическая модель движения многофазной среды в осесимметричном воздухозаборнике, которая является результатом теоретических и экспериментальных исследований сотрудников научно-исследовательской лаборатории специальных характеристик газотурбинных двигателей УГАТУ. Модель позволяет учитывать особенности осесимметричного и косоугольного обдува воздухозаборника дозвуковым полидисперсным потоком газозвеси и разброс пара-

метров отскока при столкновении твердых частиц с ограничивающими поверхностями наружной обечайки и центрального тела.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ

В основе математической модели движения газозвеси с твердыми частицами в осесимметричном воздухозаборнике лежат балансовые уравнения массы, импульса и энергии [10] для многофазной взаимопроникающей среды:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \rho_i \vec{v}_i &= \sum_{j=1}^N J_{ji}; \\ \rho_i \frac{d_i \vec{v}_i}{dt} &= \nabla^k \vec{\sigma}^k + \rho_i \vec{g}_i \cdot \vec{v}_i + \\ &+ \sum \left[\vec{R}_{ji} + J_{ji} (\vec{v}_{ji} + \vec{v}_i) \right]; \\ \rho_i \frac{d_i}{dt} \left(u_i + \frac{v_i^2}{2} \right) &= \nabla \cdot (\vec{c}_i + \vec{q}_i) + \rho_i \cdot \vec{g}_i + \\ &+ \sum \left[E_{ji} - J_{ji} \left(u_i + \frac{v_i^2}{2} \right) \right]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} i, j &= 1, 2, \dots, N; & J_{j,i} &= -J_{i,j}; \\ \vec{R}_{j,i} &= -\vec{R}_{i,j}; & E_{j,i} &= -E_{i,j}; \\ r_i &= \alpha_i r_i^0; & \alpha_i &= \frac{V_i}{V}; \\ \sum_{i=1}^m V_i &= V; & \sum_{i=1}^m \alpha_i &= 1, \end{aligned}$$

где i, j — индексы составляющих смеси; J_{ji} — величина, характеризующая интенсивность перехода массы из j -й в i -ю составляющую в единице объема среды и в единицу времени; $\rho_i, \rho_i^0, \vec{v}_i, \alpha_i$ — соответственно приведенная и истинная плотности, вектор скорости и объемная доля i -й составляющей; $\vec{\sigma}_i^k, \vec{g}_i, \vec{c}_i$ — соответственно тензор поверхностных сил, вектор массовых сил и вектор внешних поверхностных сил, приходящиеся на i -ю составляющую; \vec{R}_{ji} — межфазная сила, отнесенная к единице объема среды; E_{ji} — интенсивность обмена энергией между i -й и j -й составляющими; $u_i, (v_i^2/2)$ — соответственно удельные внутренняя и кинетическая энергии составляющих; \vec{v}_{ji} — скорость массы, претерпевающей фазовый переход $j \rightarrow i$ и находящейся в i -й составляющей; \vec{q}_i — вектор теплового потока к i -фазе, приходящийся на одну дисперсную частицу; V — объем.

Рассматриваемое течение характеризуется рядом эффектов, существенно усложняю-

щих задачу его теоретического исследования. В частности, необходимо учитывать силовое взаимодействие между фазами, дробление и агломерацию частиц, их вращение и т. д. Также неизбежны эффекты соударения частиц с ограничивающими поверхностями. В этом случае фракция «отраженных» частиц будет иметь значительные отличия в скорости по величине и направлению по сравнению с «падающими» частицами и частицами, которые движутся без соударения.

Так как учет всего многообразия рассмотренных явлений в расчетных уравнениях не представляется возможным, то на практике возникает необходимость введения упрощающих допущений, большинство из которых обычно используется при анализе многофазных течений [3, 10, 12, 13]. Эти допущения позволяют упростить решение поставленной задачи и в то же время учесть значимые для движения газозвеси эффекты. Допущения следующие: в потоке присутствуют твердые частицы определенного минералогического состава, имеющие известный закон распределения по размерам в однородной области; размеры дисперсных частиц во много раз больше расстояний между молекулами и во много раз меньше расстояний, на которых параметры пылевоздушного потока меняются существенно; объемная концентрация дисперсной фазы не очень велика, поэтому ее влияние на несущую фазу не учитывается; отсутствуют процессы непосредственного взаимодействия и столкновения между частицами, их дробление и агломерация; межфазный тепло- и массообмен отсутствует, существует также равновесие между фазами по температуре; при расчете течения несущей фазы рассматривается установившийся во времени адиабатный, несжимаемый, идеальный поток; эффекты вязкости в несущем потоке учитываются только в тонком слое на межфазных границах; при рассмотрении взаимодействия фаз учитываются аэродинамическая сила, действующая на отдельную дисперсную частицу со стороны воздушного потока, сила Магнуса, обусловленная возникновением вращения частицы после соударения с ограничивающими поверхностями и сила тяжести; дисперсная фаза присутствует в виде сферических частиц, сохраняющих свою форму, массу, размеры и температуру на всей траектории движения; отклонения от сферической формы учитываются только при воздействии на частицу аэродинамических сил и при использовании соотношений для расчета коэффициентов восстановления скорости и угла при ударе ча-

стицы о поверхность. Влиянием сил Архимеда, присоединенных масс, Бассэ пренебрегаем ввиду их малости, из-за отсутствия возмущений в несущей среде на расстоянии, сравнимом с размером частиц, и существенным различием плотностей дисперсной и несущей фаз; влияние пограничного слоя на поверхностях элементов проточной части на движение частиц не учитывается.

В соответствии с допущениями, энергетическое взаимодействие между фазами отражается только на дисперсной фазе, а именно: на изменении ее кинетической энергии, непосредственно связанной с величиной импульса. Поэтому можно ограничиться рассмотрением только уравнений сохранения масс и количества движения фаз.

Твердые частицы могут удариться и отскочить от ограничивающей поверхности воздухозаборника. Отскочившие частицы начинают двигаться в потоке с другими начальными скоростями. Поэтому поток частиц, отскочивших от поверхности, удобней рассматривать как другую фазу. Тогда каждой фазе в движущемся потоке газозвеси можно присвоить свой индекс: 1 — несущий поток; 2 — поток частиц, ни разу не ударившихся об ограничивающую поверхность воздухозаборника; 3 — поток частиц, ударившихся один раз; 4 — поток частиц, ударившихся два раза, и т. д.

Можно считать, что движение несущей фазы подчиняется уравнениям движения однофазной среды. Для воздушного потока это позволяет ограничиться только уравнением сохранения массы в виде, описывающем потенциальное течение несжимаемой, идеальной жидкости

$$\nabla \vec{v}_1 = 0. \quad (2)$$

Для дисперсной фазы с учетом сделанных допущений уравнения сохранения масс и импульсов примут вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i^0}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_i^0 v_i &= 0; \\ \rho_i^0 \frac{d_i \vec{v}_i}{dt} &= \rho_i^0 \vec{g}_i + \vec{F}_a + \vec{F}_m, \end{aligned} \quad (3)$$

где \vec{F}_a и \vec{F}_m — межфазные силы аэродинамического взаимодействия и Магнуса, приходящиеся на единицу объема смеси; $i = 2, 3, 4, \dots, N$.

В ряде работ [3, 4, 9, 11, 14] показано, что во многих практических задачах сплошную среду, описываемую уравнениями (2), можно рассматривать как совокупность множества

частиц фиксированной массы. При этом уравнение сохранения импульсов для твердой фазы сводится к уравнению движения одиночной частицы под действием различных сил со стороны воздушного потока. Тогда

$$\vec{F}_a = \sum_i^k n_k \vec{f}_{aik}; \quad \vec{F}_m = \sum_i^k n_k \vec{f}_{mik}, \quad (4)$$

где n_k — число частиц k -й фракции в единице объема смеси; k — число фракций в функции распределения частиц по размерам; \vec{f}_{aik} и \vec{f}_{mik} — силы, действующие на отдельную частицу [10].

Таким образом, решение задачи конкретного изучения движения газозвеси с твердыми частицами в воздухозаборнике сводится к определению поля течения воздушного потока с привлечением моделей течения однофазного газового потока, удовлетворяющих уравнению (2), и расчету движения в этом поле частиц.

2. ТЕЧЕНИЕ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА В ВОЗДУХОЗАБОРНИКЕ

В настоящее время существует ряд методов расчета обтекания воздухозаборников, которые можно разделить на методы, основанные на решении полного уравнения потенциала скорости течения идеальной сжимаемой жидкости [22], и методы наложения потоков [2, 19, 21].

Поле течения несущего воздушного потока в воздухозаборнике, с учетом его внешнего обтекания, было рассчитано методом наложения потенциальных потоков [2]. Метод разработан для пространственного обтекания осесимметричного дозвукового воздухозаборника [2, 4]. Указанный метод основывается на наличии разработанной методики расчета, удовлетворительном описании с его помощью характерных особенностей дозвукового течения, хорошем качественном и количественном совпадении получаемых решений с экспериментом [4].

Указанный метод был реализован в методике расчета потенциального обтекания осесимметричного воздухозаборника дозвуковым, несжимаемым потоком [2]. В методике в качестве простейших потоков используются распределенные по поверхности воздухозаборника вихри, пространственные источники, стоки и поступательный поток [2, 4]. Поверхность воздухозаборника, аппроксимированная сплайнами [16], разбивается на

ограниченное количество плоских элементов (рис. 1, а). Предполагается, что интенсивность источников и стоков, расположенных в центрах тяжести каждого элемента, вначале неизвестна и определяется исходя из условия равенства нулю нормальной к поверхности воздухозаборника составляющей скорости потока.

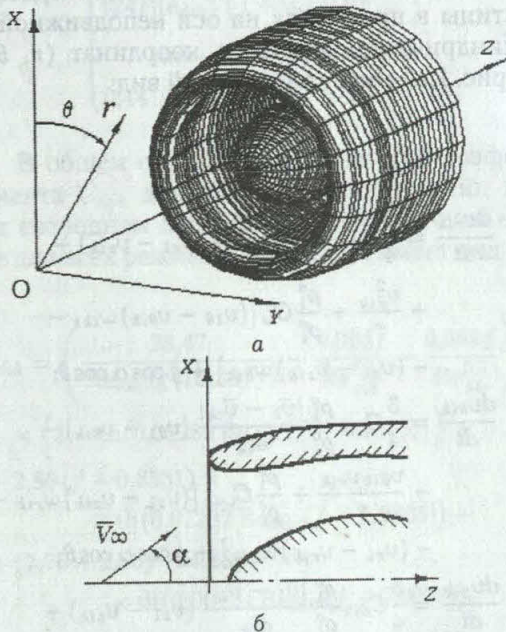


Рис. 1. Расчетная схема воздухозаборника: а — разбиение поверхностей наружной обечайки и центрального тела воздухозаборника на плоские элементы; б — схема обтекания воздухозаборника под углом атаки α

Из условия $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ следует:

$$\frac{q}{2} + \frac{1}{4\pi} \iint \frac{qs \cos(\eta\rho)}{\rho^2} ds = -\vec{V}_\infty \frac{\partial x}{\partial n}. \quad (5)$$

По найденному распределению источников и стоков определяются векторные поля скоростей потока \vec{v}_{1A} , \vec{v}_{1B} , \vec{v}_{1C} соответственно для трех фундаментальных решений А, В и С [2].

Искомое векторное поле скоростей несущего потока для заданных условий обтекания представляется в виде [2]

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1A}K_A + \vec{v}_{1B}K_B + \vec{v}_{1C}K_C, \quad (6)$$

где K_A , K_B , K_C — коэффициенты линейной комбинации фундаментальных решений, зависящие от совокупности значений следующих величин: скорости невозмущенного потока \vec{V}_∞ , угла атаки α обтекания воздухозаборника (рис. 1, б) и массового расхода воздуха G через воздухозаборник.

Скорость воздушного потока может быть определена с использованием формулы (6) непосредственно в любой точке пространства внутри и вне канала воздухозаборника, в том числе и в точках, расположенных на поверхности воздухозаборника, и областях, примыкающих к ним, на расстояниях, соизмеримых с длиной разбиения контура воздухозаборника. Устойчивость решения в этих особых точках достигается за счет использования метода линейной экстраполяции.

С использованием указанного метода, алгоритма и программы были проведены тестовые расчеты для сравнения с расчетными и экспериментальными результатами других авторов. В качестве примера приведены результаты расчетов линий тока при обтекании шара (рис. 2).

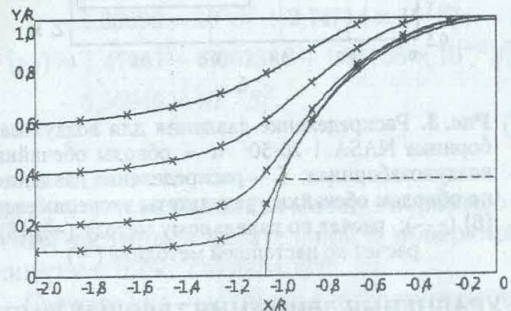


Рис. 2. Линии тока при обтекании шара радиусом $R = 0,05$ м потенциальным потоком ($V_\infty = 50$ м/с): расчет с учетом экстраполяции (—); расчет по методике [2] (- - -); расчет по точному методу [15] (x)

На рис. 3 приводится распределение давления вдоль обводов поверхности воздухозаборника NASA 1-70-50 [7]. Сплошная линия — результаты расчетов авторов по формулам (4) и (5) с учетом экстраполяции в особых точках, сплошная жирная линия — результаты расчетов по панельному методу [6] и штриховая линия — результаты эксперимента [6]. Наблюдается хорошее совпадение данных. При этом имеется небольшое, но устойчивое завышение расчетных результатов, что объясняется отсутствием учета сжимаемости [7, 8]. При необходимости поправку на сжимаемость можно ввести согласно [19, 21]. Относительная погрешность расчетов не более 2% при условии, что длина хорды разбиения контура, отнесенная к радиусу, составляет 0,001 на участках небольшой кривизны. Для сохранения точности расчета в указанных пределах в области значительной кривизны профиля и в особых точках в расчетной программе была предусмотрена разбивка кон-

тура воздухозаборника, обеспечивающая сгущение расчетных точек.

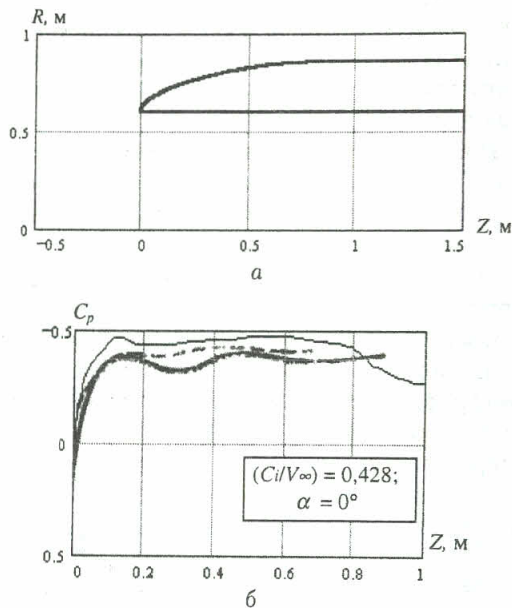


Рис. 3. Распределение давления для воздухозаборника NASA 1-70-50: а — обводы обечайки воздухозаборника; б — распределение давления по обводам обечайки; результаты эксперимента [6] (---); расчет по панельному методу (—) [6]; расчет по настоящей методике (—)

3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

С учетом сделанных допущений для расчета траекторий и кинематических параметров пылевых частиц в потоке воздуха вблизи воздухозаборника и внутри его канала использовалось дифференциальное уравнение движения одиночной частицы под воздействием сил аэродинамического сопротивления, Магнуса и тяжести, которое имеет вид [10, 13]:

$$\frac{d\vec{v}_{ik}}{dt} = \vec{f}_a + \vec{f}_m + \vec{g}, \quad (7)$$

где \vec{v}_{ik} — вектор абсолютной скорости частицы; t — время; \vec{f}_a , \vec{f}_m и \vec{g} — соответственно сила аэродинамического взаимодействия, сила Магнуса и сила тяжести для единицы массы частицы или

$$\frac{d\vec{v}_{ik}}{dt} = \frac{3}{4} C_{dik} \frac{\rho_1^0}{\rho_i^0} \frac{|\vec{v}_1 - \vec{v}_{ik}|}{d} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{ik}) + \frac{\rho_1^0}{\rho_i^0} C_{\omega ik} [(\vec{v}_1 - \vec{v}_{ik}) \times \vec{\omega}_{ik}] + \vec{g}, \quad (8)$$

где ρ_1^0 и ρ_i^0 — плотности воздуха и вещества частицы; d — диаметр частицы; \vec{v}_1 и \vec{v}_{ik} — векторы абсолютных скоростей воздуха и частиц

пыли определенной фракции; C_{dik} — коэффициент аэродинамического сопротивления частицы, обтекаемой потоком воздуха; C_ω — безразмерный коэффициент поперечной силы, теоретические значения которого находятся в интервале 0,75...2 для сферы [10]; $\vec{\omega}_{ik}$ — вектор угловой скорости вращения частицы.

Система уравнений движения твердой частицы в проекциях на оси неподвижной цилиндрической системы координат (r, θ, z) (рис. 1, а) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dv_{rik}}{dt} &= \frac{3}{4} C_{dik} \frac{\rho_1^0}{\rho_i^0} \frac{|\vec{v}_1 - \vec{v}_{ik}|}{d_{ik}} (v_{r1} - v_{rik}) + \\ &+ \frac{v_{\theta ik}^2}{r} + \frac{\rho_1^0}{\rho_i^0} C_\omega [(v_{1\theta} - v_{\theta ik}) \omega_{ikz} - \\ &- (v_{z1} - v_{zik}) \omega_{\theta ik}] + g \cos \alpha \cos \theta; \\ \frac{dv_{\theta ik}}{dt} &= \frac{3}{4} C_{dik} \frac{\rho_1^0}{\rho_i^0} \frac{|\vec{v}_1 - \vec{v}_{ik}|}{d_{ik}} (v_{\theta 1} - v_{\theta ik}) - \\ &- \frac{v_{\theta ik} v_{rik}}{r} + \frac{\rho_1^0}{\rho_i^0} C_{\omega ik} [(v_{z1} - v_{zik}) \omega_{rik} - \\ &- (v_{r1} - v_{rik}) \omega_{zik}] + g \cos \alpha \cos \theta; \\ \frac{dv_{zik}}{dt} &= \frac{3}{4} C_{dik} \frac{\rho_1^0}{\rho_i^0} \frac{|\vec{v}_1 - \vec{v}_{ik}|}{d_{ik}} (v_{z1} - v_{zik}) + \\ &+ \frac{\rho_1^0}{\rho_i^0} C_{\omega ik} [(v_{r1} - v_{zik}) \omega_{\theta ik} - \\ &- (v_{\theta 1} - v_{\theta ik}) \omega_{rik}] + g \sin \alpha; \\ \frac{dr}{dt} &= v_{rik}; \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{v_{\theta ik}}{r}; \quad \frac{dz}{dt} = v_{zik}. \end{aligned} \quad (9)$$

Коэффициент сопротивления C_{dik} в соответствии с [1, 3, 8, 10, 14, 17] определяется по стандартной кривой

$$C_{dik} = f(\text{Re}_{dik}), \quad (10)$$

где $\text{Re}_{dik} = \frac{\rho_1^0 d_{ik} (v_1 - v_{ik})}{\mu}$ — число Рейнольдса частицы.

Зависимость (11) для сферической частицы с приемлемой точностью во всем диапазоне изменения чисел Re_{ik} аппроксимируется следующими соотношениями [3, 13]:

$$C_D = \begin{cases} 24/Re_{dik} & \text{для } Re_{dik} \leq 0,6; \\ (24/Re_{dik}) (1 + (3/16) Re_{dik}) & \text{для } 0,6 < Re_{dik} \leq 4,0; \\ 26,5/Re_{dik}^{0,8} & \text{для } 4,0 < Re_{dik} \leq 17; \\ (24/Re_{dik}) (1 + 0,125 Re_{dik}^{0,72}) & \text{для } 17 < Re_{dik} \leq 700; \\ 0,44 & \text{для } Re_{dik} > 700. \end{cases} \quad (11)$$

В общем случае выражение для коэффициента C_{dik} для несферических частиц при их свободном движении в безграничной среде для всех режимов обтекания имеет вид [1]

$$C_{dik} = \left(\frac{28,47}{Re_{dik} \lg(15,38/f)} + \frac{4,565f}{Re_{dik}^{0,33}} - \frac{0,491f}{Re_{dik}^{0,5}} \right) \times \\ \times \left\{ 1 - \text{th}(0,01282 Re_{dik} (f - 0,9805)) \right\} + \\ + 2,86 (f - 0,8531) \times \\ \times \text{th}(0,01282 Re_{dik} (f - 0,9805)) + \\ + (7,76 - 2,86f - 4,88f^{-1}) \times \\ \times \text{th}(0,00104 Re_{dik} (f - 0,9038)), \quad (12)$$

где f — геометрический коэффициент формы [1].

Для получения замкнутой системы уравнений движения частицы дополнительно к (10) необходимо выписать уравнения взаимодействия частицы с ограничивающими поверхностями.

Динамика отскока частиц при взаимодействии с ограничивающими поверхностями описывается статистическими зависимостями, которые являются результатом расчета и обработки экспериментальных исследований [20, 23]. Многообразие ситуаций соударения частиц произвольной формы с поверхностью, имеющей шероховатость в результате эрозионного повреждения, вызывает значительный разброс параметров. Величина и направление скорости отскакивающей частицы после ее соударения зависят от угла падения β_1 , сочетания материалов частиц и ограничивающей поверхности и слабо зависят от размера частиц и скорости соударения [23]. Основными параметрами, характеризующими соударение частицы и поверхности, являются средние значения коэффициентов восстановления скорости e_V (отношение скорости отскока к скорости падения $\vec{v}_{ik}^2/\vec{v}_{ik}^1$) и

угла e_β (отношение угла отскока к углу падения β_2/β_1), а также среднеквадратические отклонения $\sigma(e_V)$ и $\sigma(e_\beta)$ указанных коэффициентов восстановления скорости и угла.

В частности, для частиц кварца, соударяющихся с поверхностью из алюминиевого сплава AL 2024, эмпирические соотношения для значений коэффициентов восстановления скорости и восстановления угла и их среднеквадратических отклонений соответственно имеют вид [23]:

$$e_V = 0,93551 - 0,05710\beta_1 + 2,28628 \times 10^3 \beta_1^2 - \\ - 3,72484 \times 10^5 \beta_1^3 + 2,04537 \times 10^{-7} \beta_1^4; \\ e_\beta = 2,68321 - 0,12570\beta_1 + 2,54388 \times 10^3 \beta_1^2 - \\ - 1,59472 \times 10^{-5} \beta_1^3; \\ \sigma(e_V) = 0,94778 - 0,09407\beta_1 + 3,52115 \times 10^{-3} \beta_1^2 - \\ - 5,30096 \times 10^5 \beta_1^3 + 2,74714 \times 10^7 \beta_1^4; \\ \sigma(e_\beta) = 1,47251 - 0,06238\beta_1 + 1,01706 \times 10^{-3} \beta_1^2 - \\ - 5,56946 \times 10^{-6} \beta_1^3, \quad (13)$$

где β_1 — угол в радианах между скоростью падения частицы и касательной к поверхности лопатки в точке соударения.

Соударение частицы с ограничивающей поверхностью порождает в точке контакта тангенциальные импульсы, являющиеся основной причиной вращения частицы [6, 17, 18]. Приведенные в работах [18, 6] выражения для угловой скорости частицы в момент соударения для случая плоского движения можно обобщить на пространственное движение частицы в виде

$$\vec{\omega}_{ik}'' = \frac{(5e_T + 2)}{7} \vec{\omega}_{ik}' - \frac{10(1 - e_T)}{7d} v_{Tik}^1 \vec{B}, \quad (14)$$

где $\vec{\omega}_{ik}'$ — вектор угловой скорости частицы до соударения; $e_T = e_V \cos \beta_2 / \cos \beta_1$ — коэффициент восстановления тангенциальной составляющей скорости частицы; $v_{Tik}^1 = \vec{v}_{ik}^1 \cos \beta_1$ — тангенциальная составляющая скорости соударения; $\vec{B} = \vec{T} \times \vec{N}$ — вектор единичной бинормали.

Угловая скорость частицы после соударения с ограничивающей поверхностью определяется из уравнения вращательного движения частиц по формуле

$$\vec{\omega}_{ik}'' = \vec{\omega}_{ik}' \left(1 + 1,18\tau\rho_1^0 (\nu_1 \vec{\omega}_{ik}'')^{1/2} (\rho_1^0 d)^{-1} \right)^{-2}, \quad (15)$$

где $\bar{\omega}_{ik}''$ — начальная угловая скорость после удара; τ — время, отсчитываемое от момента удара; ν_1 — вязкость газа.

Уравнения (9)–(15) необходимо дополнить граничными и начальными условиями для газозвеси в невозмущенной области: концентрацией дисперсной фазы; функцией распределения частиц по размерам; скоростью дисперсной фазы в соответствующей точке пространства; углом атаки воздухозаборника; расходом воздуха через воздухозаборник и скоростью набегающего потока.

Процедура численного решения системы уравнений (9)–(15) с определенными граничными условиями для газозвеси включает следующие этапы: а) математическое представление поверхности воздухозаборника на основе кубических сплайнов [16] и разбиение ее на элементы; б) определение параметров несущего потока с возможностью прямого вычисления скоростей в любой области течения; в) расчет траекторий частиц и их скоростей вдоль траекторий путем численного интегрирования системы уравнений (10) на основе алгоритма Рунге–Кутты с переменным шагом по времени [16]; г) вычисление координат точек соударения частиц с ограничивающими поверхностями комбинацией методов бисекции и секущих [16], исходя из расчетной траектории частицы и формы поверхности, на которую она попадает, если расстояние между ними становится меньше диаметра частиц; д) определение скоростей отскока, вращения и угла отражения частиц, образующих новую фазу; е) расчет траекторий частиц после отскока.

4. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численные решения некоторых задач движения газозвеси в осесимметричных воздухозаборниках с различной геометрией в меридиональном сечении и различных условиях дозвукового обтекания выявили ряд особенностей, которые необходимо учитывать при проектировании воздухоочистительных устройств. В осесимметричных воздухозаборниках с криволинейным каналом возникает поток отраженных от ограничивающих поверхностей частиц, которые влияют на формирование параметров газозвеси в различных сечениях проточной части. В результате воздействия на частицу тангенциального импульса в момент соударения частица начинает вращаться с большой угловой скоростью. При этом возникает поперечная сила,

сила Магнуса, которая в некоторых случаях становится одного порядка с силой аэродинамического воздействия несущего потока на частицу. Сила Магнуса искажает траекторию движения частицы и тем самым воздействует на формирование параметров потока газозвеси.

Твердые частицы имеют форму, отличную от сферической, и при ударе о поверхность имеют произвольную ориентацию в пространстве. В результате соударения происходит с различными местными углами и, как следствие, частицы отскакивают с различной скоростью и под различными углами, так как поверхность имеет неровности из-за эрозионного износа. Коэффициенты восстановления скорости и угла подчиняются определенным законам распределения, которые в настоящее время найдены экспериментально. Указанные выше отклонения параметров частиц от среднего значения приводят к образованию шлейфа отраженных частиц несмотря на то, что частицы до соударения имеют одинаковые параметры.

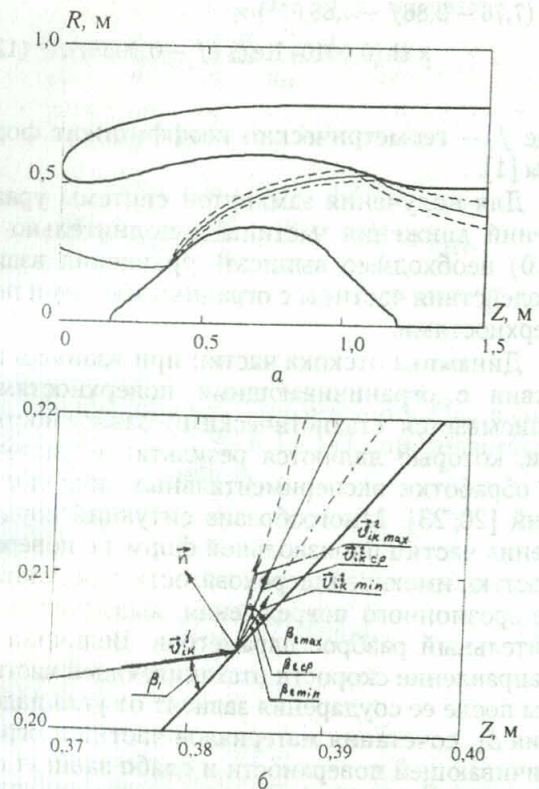


Рис. 4. Траектории частиц кварца в проточной части: $d = 100 \cdot 10^{-6}$ м, $v_{2k}^1 = 12,64$ м/с; а — образование шлейфа после соударения частиц с поверхностью (расчет произведен для разброса параметров $\sigma(e_v) = \pm 1$, $\sigma(e_\beta) = \pm 1$); б — параметры частицы при соударении с ограничивающей поверхностью

На рис. 4 показаны траектории частиц кварца с эквивалентным диаметром 100 мк при движении в проточной части осесимметричного воздухозаборника.

Частицы начинают движение с одной точки пространства, отношение скорости частицы к скорости несущего потока составляет 0,82. Коэффициенты восстановления скорости и угла отражения подчиняются нормальному закону распределения [23]. Наружная обечайка и центральное тело воздухозаборника изготовлены из алюминиевого сплава AL-2024.

Скорость соударения частицы с поверхностью составляет 12,64 м/с, угол соударения 34,35°. После соударения частицы начинают двигаться с различными скоростями. Диапазон изменения скоростей составляет 6,45–4,42 м/с, угол раскрытия образовавшегося шлейфа частиц составляет 22,67°. Разброс параметров после соударения мог бы быть больше, если рассматривать задачу для всего размаха нормального распределения, т. е. $\pm 3\sigma$.

Средние значения параметров частиц после соударения имеют наибольшую повторяемость. Например, по средней траектории после первого соударения частиц с поверхностью пройдут 10,1% всех частиц, начавших движение с одной точки пространства в окрестности воздухозаборника. Повторяемость событий при движении частиц по траекториям, отличающимся от средней, вычисляется по нормальному закону распределения. Поэтому при оценке концентрации дисперсной фазы в какой-либо точке пространства проточной части воздухозаборника необходимо оценивать повторяемость событий попадания частиц в эту точку пространства.

Рассчитанная по формуле (15) угловая скорость вращения в момент отскока частицы от поверхности составляет 75765 1/с. С такой угловой скоростью 10,1% частиц после соударения начинают двигаться по средней траектории. В диапазоне разброса параметров $\pm \sigma$ угловая скорость частиц находится в пределах $69500 \div 87696$ 1/с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная математическая модель движения воздуха с твердыми частицами в осесимметричном дозвуковом воздухозаборнике позволяет решать задачи очистки воздуха от пыли и формулировать граничные условия при решении задач эрозии лопаточных машин с приемлемой для практики точностью. Следует отметить, что приведенные в

статье примеры расчетов носят демонстрационный характер и не претендуют на полный анализ эффектов, происходящих при движении воздуха с твердыми частицами в воздухозаборнике.

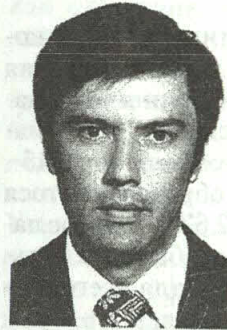
Разброс параметров после отскока частиц от ограничивающей поверхности чрезвычайно усложняет выполнение расчетов траекторий. Ситуация усугубляется и тем, что после отскока частицы начинают вращаться с различными угловыми скоростями. Поэтому для некоторых задач достаточно производить расчеты для средних значений параметров, но с учетом повторяемости событий. Задача отскока частиц от ограничивающих поверхностей с прогрессирующим эрозионным износом изучена недостаточно полно. Отсутствуют адекватные модели теоретических решений указанной задачи, поэтому необходимы дополнительные исследования в этом направлении. Также требует дальнейшего внимательного изучения и механизм вращения твердых частиц с большими угловыми скоростями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбис З. Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М.: Энергия, 1970. 424 с.
2. Гузаиров Р. М. Применение метода наложения потоков для расчета движения посторонних частиц в воздухозаборниках ГТД // Конструкционная прочность и защита двигателей и энергоустановок ЛА от эрозионных повреждений и попадания посторонних предметов: Тем. сб. науч. тр. М.: МАИ, 1987. С. 22–27.
3. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами / Л. Е. Стернин, Б. Н. Маслов, А. А. Шрайбер, А. М. Подвысоцкий; Под ред. Л. Е. Стернина. М.: Машиностроение, 1980. 172 с.
4. Защита ГТД от морских аэрозолей с помощью роторных воздухоочистителей / Г. Г. Еникеев, Р. М. Гузаиров, В. Л. Химич, Г. З. Шарипов // Сб. тр. УАИ. Уфа: УАИ, 1992. Ч. 1. С. 132–151.
5. Кривенко Ю. Н. Взаимодействие и взвешивание крупных частиц в высококонцентрированном потоке. Киев: Гидромеханика, 1970. Вып. 16. С. 57–66.
6. Краус В. Панельные методы в аэродинамике // Численные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1981. С. 243–305.
7. Кюхеман Д., Вебер И. Аэродинамика авиационных двигателей. М.: ИЛ, 1956. 388 с.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.

9. **Михаелидис Е.** Движение частиц в газовом потоке. Средняя скорость и потери давления // Тр. амер. общ-ва инж.-механиков. Сер. D. Теоретические основы инженерных расчетов. 1988. № 1. С. 276–288.
10. **Нигматулин Р. И.** Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
11. **Оран Э., Борис Дж.** Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 660 с.
12. **Соу С.** Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 536 с.
13. **Степанов Г. Ю., Зицер И. М.** Инерционные воздухоочистители. М.: Машиностроение, 1986. 184 с.
14. **Ушаков С. Г., Зверев Н. И.** Инерционная сепарация пыли. М.: Энергия, 1974. 164 с.
15. **Фабрикант Н. Д.** Аэродинамика. Ч. 1. М.: Техтеоретиздат, 1949. 624 с.
16. **Форсайт М., Малькольм М., Моулер К.** Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с.
17. **Фуке Н. А.** Успехи механики аэрозолей. М.: АН СССР, 1961. 159 с.
18. **Шрайбер А. А., Милютин В. Н., Яценко В. П.** Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом. Киев: Наукова думка, 1980. 252 с.
19. **Элберс Дж., Стокман Н.** Метод расчета потенциальных и вязких течений в воздухозаборниках двигателей // Тр. амер. общ-ва инж.-механиков. Сер. A. Энергетические машины и установки. 1975. № 1. С. 1–12.
20. **Hamed A.** Particle dynamics of inlet flow fields with swirling vanes // J. of Aircraft. 1982. Vol. 19, No 9. P. 707–712.
21. **Norbert O., Stokman N.** Potential and viscous flow in VTOL, STOL or CTOL propulsion system inlets // AIAA Pap. No 75-1186. P. 1–11.
22. **Reyhner T. A.** Transonic potential flow computation about three-dimensional inlets, ducts and bodies // AIAA J. 1981. V. 19, No 9. P. 1112–1121.
23. **Tabakoff W., Murugan D. M., Hamed A.** Effect of target materials on the particle restitution characteristics for turbomachinery application // AIAA Pap. 1994. No 0143. P. 1–9.

ОБ АВТОРАХ



Еникеев Галей Гумерович, доцент кафедры прикладной гидромеханики УГАТУ. Дипл. инж.-механик по авиационным двигателям (УАИ, 1967). Канд. техн. наук по тепловым двигателям ЛА (УАИ, 1979). Исследования в области механики гетерогенных сред, нетрадиционных возобновляемых источников энергии.



Гузаев Альберт Ринатович, инж.-конструктор НПП «Мотор». Дипл. инж.-механик по авиационным двигателям и энергоустановкам (УГАТУ, 1995), канд. техн. наук по тепловым двигателям ЛА (УГАТУ, 2000). Исследования в области механики двухфазных пылевоздушных потоков в воздухозаборных устройствах ГТД с воздухоочистителями.