

УДК 629.76.064.3:62-82

Ю. К. КИРИЛЛОВ

МЕТОДИКА ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РУЛЕВОГО ПРИВОДА НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Изложены результаты разработки методики идентификации параметров математической модели рулевого привода на основе экспериментальных данных. Математическую модель можно использовать на всех этапах разработки системы стабилизации ракеты. *Идентификация; рулевой привод; передаточная функция*

При исследовании динамики системы стабилизации ракеты с помощью хорошо разработанных методов линейной теории автоматического управления разработчику системы управления необходимо создание математической модели рулевого привода (РП) в виде частотных передаточных функций по углу поворота органа управления (ОУ) и сигналу датчика обратной связи (ДОС).

Разработка математической модели рулевого привода в виде передаточных функций по координатам органа управления и датчика обратной связи создает при проектировании определенные проблемы, так как рулевой привод представляет собой сложную динамическую систему, обладающую рядом существенных нелинейностей и описываемую системой нелинейных дифференциальных уравнений [1]. Аналитическое описание нелинейных зависимостей является сравнительно сложным. Поэтому определение частных производных функций, необходимое для вычисления коэффициентов линеаризованных уравнений, вызывает определенные трудности и погрешности. Кроме того, расчетные значения видов нагрузок, действующих на РП, а также жесткостей элементов конструкции также имеют методические погрешности. Поэтому расчет динамики РП, проведенный с использованием расчетных параметров нагрузки и жесткости элементов конструкции, может отличаться от реального поведения системы «ОУ–РП».

Одним из путей преодоления указанных трудностей является разработка математической модели рулевого привода по результатам эксперимента [2]. Такой путь получил название идентификации параметров. Идентификация – это построение такой математиче-

ской модели по результатам измерений, которая наиболее точно описывает реальный процесс. Понятие идентификации включает выбор вида и определение параметров математической модели.

Передаточные функции были определены в следующем виде:

по углу поворота ОУ

$$W_{\text{оу}}(S) = \frac{\delta(S)}{i(S)} = \frac{K}{S(T_y S + 1)(T^2 S^2 + 2\xi T S + 1)}; \quad (1)$$

по углу поворота ДОС

$$W_{\text{дос}}(S) = \frac{\delta_1(S)}{i(S)} = \frac{K(T_1^2 S^2 + 2\xi_1 T_1 S + 1)}{S(T_y S + 1)(T^2 S^2 + 2\xi T S + 1)}, \quad (2)$$

где δ – угол поворота ОУ; δ_1 – угол поворота ДОС, приведенный к углу поворота ОУ; i – командный ток; $K = k_y k_{\text{гп}}$ – коэффициент передачи рулевого привода; k_y – коэффициент передачи электрогидравлического усилителя; $k_{\text{гп}}$ – коэффициент передачи силовой части РП; T_y – постоянная времени электрогидравлического усилителя; ξ, T – коэффициент демпфирования и постоянная времени силовой части РП; ξ_1, T_1 – коэффициент демпфирования и постоянная времени механической колебательной системы; S – оператор преобразования по Лапласу.

Такой вид передаточных функций был принят по следующим соображениям.

Если учесть, что применяемые в двухкаскадных рулевых машинах разработки ГРЦ

электромеханические преобразователи имеют постоянную времени $(2,5...4,5) \cdot 10^{-4}$ с, что более чем на порядок меньше постоянной времени электрографического усилителя, то, пренебрегая постоянной времени электромеханического преобразователя, передаточную функцию электрогидравлического усилителя можно записать аperiodическим звеном

$$W_y(S) = \frac{x(S)}{i(S)} = \frac{k_y}{T_y S + 1}, \quad (3)$$

где k_y, T_y — коэффициент передачи и постоянная времени электрогидравлического усилителя; x — перемещение золотника.

Комплексная нагрузка, действующая на шток рулевой машины от ОУ, характеризуется силой инерции, позиционной нагрузкой, контактным и скоростным трением, силами от дебаланса ОУ и асимметрии тяги двигателя. Силы от дебаланса ОУ, асимметрии тяги двигателя и контактного трения сравнительно малы по величине и не оказывают существенного влияния на вид АФЧХ, поэтому ими можно пренебречь. Позиционная нагрузка практически не влияет на запасы устойчивости системы стабилизации. Она несколько изменяет только низкочастотную составляющую амплитудной и фазовой частотных характеристик рулевого привода. Поэтому динамический расчет можно вести без учета позиционной нагрузки.

В практике эксплуатации рулевых приводов наибольшую опасность с точки зрения обеспечения устойчивости системы стабилизации представляет инерционная нагрузка, сжимаемость рабочей жидкости, жесткость силовой проводки и опор.

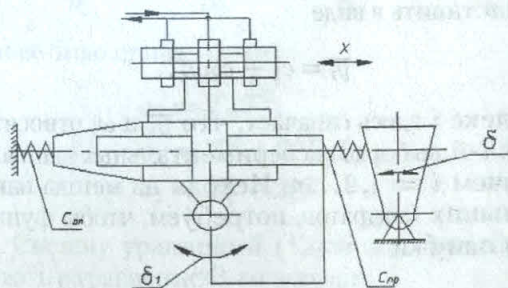


Рис. 1

В этом случае линеаризованную систему уравнений движения рулевого привода

(рис. 1) можно представить в виде

$$\begin{aligned} k_{QX}x - k_{QP}p &= f \frac{d(\delta_n + \delta_{\Pi})}{dt} + \frac{V}{2E} \frac{dp}{dt}; \\ I \frac{d^2\delta}{dt^2} &= c_{\text{пр}}(\delta_{\Pi} - \delta) - b \frac{d\delta}{dt}; \\ c_{\text{пр}}(\delta_n - \delta) &= fp; \\ c_{\text{оп}}\delta_{\Pi} &= fp, \end{aligned} \quad (4)$$

где k_{QX} — коэффициент крутизны расходной характеристики; k_{QP} — коэффициент скольжения по расходу; f — эффективная площадь поршня гидроцилиндра; δ — угол поворота ОУ; δ_{Π} — перемещение поршня гидроцилиндра, приведенное к углу поворота ОУ; δ_{Π} — перемещение корпуса гидроцилиндра, приведенное к углу поворота ОУ; V — объем жидкости в рабочей полости гидроцилиндра и соответствующих гидролиниях; E — приведенное значение объемного модуля упругости рабочей жидкости с учетом деформации стенок гидролиний; p — перепад давлений рабочей жидкости; $c_{\text{пр}}$ — жесткость силовой проводки; $c_{\text{оп}}$ — жесткость мест крепления (опор) гидроцилиндра; b — коэффициент скоростного трения ОУ; I — момент инерции ОУ.

Совместное решение системы уравнений (4) после приведения к операторной форме и соответствующих преобразований позволяет получить передаточные функции силовой части рулевого привода в виде:

по координате ОУ

$$W_{\text{гп}}(S) = \frac{\delta(S)}{x(S)} = \frac{k_{\text{гп}}}{S(T^2S^2 + 2\zeta TS + 1)}; \quad (5)$$

по координате ДОС

$$\begin{aligned} W_{\text{д}}(S) &= \frac{\delta_1(S)}{x(S)} = \\ &= \frac{k_{\text{гп}}(T_1^2S^2 + 2\zeta_1 T_1 S + 1)}{S(T^2S^2 + 2\zeta TS + 1)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $k_{\text{гп}} = k_{QX}/f$ — коэффициент усиления по скорости; $T = \sqrt{I/cB}/(b+B)$ — постоянная времени гидропривода; c — суммарная жесткость рабочей жидкости, силовой проводки и опор гидроцилиндра;

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_{\text{г}}} + \frac{1}{c_{\text{пр}}} + \frac{1}{c_{\text{оп}}};$$

$c_{\text{г}} = 2Ef^2/V$ — жесткость рабочей жидкости; $B = \frac{f^2}{k_{QP}}$ — коэффициент жесткости механической характеристики; k_{QP} — коэффициент

скольжения по расходу;

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{B}{b+B}} \left(\sqrt{Ic} + \frac{b}{\sqrt{Ic}} \right)$$

— коэффициент демпфирования гидропривода; $T_1 = \sqrt{I/c_K}$ — постоянная времени механической системы; c_K — суммарная жесткость силовой проводки и опор;

$$\frac{1}{c_K} = \frac{1}{c_{\text{пр}}} + \frac{1}{c_{\text{он}}};$$

$\zeta = \frac{1}{2} \frac{b}{\sqrt{Ic_K}}$ — коэффициент демпфирования механической системы.

Так как частотные передаточные функции рулевого привода по углу поворота ОУ $W_{\text{оу}}(S) = W_y(S)W_{\text{гп}}(S)$, углу поворота ДОС $W_{\text{дос}}(S) = W_y(S)W_{\text{д}}(S)$, то преобразование зависимостей (5), (6) с учетом (3) приводит к указанному выше виду передаточных функций (1), (2).

Вид передаточных функций как по координате ОУ, так и по координате ДОС позволяет учесть практически все основные параметры рулевого привода и нагрузки, влияющие на амплитудно-фазочастотные характеристики (АФЧХ) системы «ОУ-РП».

Дальнейшая задача идентификации — определение параметров математической модели по результатам эксперимента — решалась следующим образом.

В качестве экспериментальных исходных данных для определения параметров математической модели рулевого привода представляется совокупность дискретных значений амплитудных и фазовых величин частотных характеристик в зависимости от частоты.

Для наилучшего соответствия выходных характеристик математической модели и совокупности экспериментальных данных не обязательно, чтобы результаты расчетов модели в точности совпадали с имеющейся выборкой данных. Для наилучшего соответствия функция ошибки, которая определяется как рассогласование между выходом модели и экспериментальными данными, должна быть минимизирована. Такой мерой ошибки была выбрана сумма квадратов ошибок. Получение параметров математической модели в этом случае осуществляется подбором по методу наименьших квадратов.

Передаточная функция (1) представляет собой произведение трех звеньев: интегрирующего, апериодического и колебательного. Исключив интегрирующее звено, передаточ-

ную функцию

$$W(S) = \frac{K}{(T_y S + 1)(T^2 S^2 + 2\xi T S + 1)}$$

представим в виде

$$W(S) = \frac{K}{(a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + 1)}, \quad (7)$$

где $a_3 = T_y T^2$; $a_2 = T^2 + 2\xi T_y T$; $a_1 = T_y + 2\xi T$.

Передаточную функцию (4) можно записать следующим образом:

$$W^{-1}(S) = b_3 S^3 + b_2 S^2 + b_1 S + b_0, \quad (8)$$

где $b_3 = a_3/K$; $b_2 = a_2/K$; $b_1 = a_1/K$; $b_0 = 1/K$.

После подстановки $S = j\omega$ в выражение (5) получим расчетные значения вещественной и мнимой частей частотных характеристик:

$$U(\omega) = b_0 - b_2 \omega^2, \quad \frac{V(\omega)}{\omega} = b_1 - b_3 \omega^2,$$

где $\omega = 2\pi f$ — круговая частота.

Значения $U(\omega)$, $V(\omega)$, ω определяются из экспериментальных данных (табл. 1)

$$U(\omega) = \delta_{\text{оу}} \cos \varphi_{\text{оу}}, \quad \frac{V(\omega)}{\omega} = \frac{\delta_{\text{оу}} \sin \varphi_{\text{оу}}}{\omega}.$$

Таблица 1

Экспериментальные АФЧХ

f , Гц	3	5	10	15	20	25	30
$\delta_{\text{оу}}$, град	0,6	0,39	0,23	0,21	0,1	0,1	0,05
$\varphi_{\text{оу}}$, град	102	108	122	150	185	240	280
$\delta_{\text{дос}}$, град	0,55	0,36	0,18	0,11	0,03	0,05	0,01
$\varphi_{\text{дос}}$, град	101	106	117	140	170	210	180

Поэтому задача сводится к определению коэффициентов модели, которую можно представить в виде

$$\bar{y}_i = c_1 + c_2 \omega_i^2.$$

Индекс i здесь означает, что \bar{y}_i и ω_i относятся к i -й выборке экспериментальных данных, причем $i = 1, 2, \dots, n$. Исходя из метода наименьших квадратов, потребуем, чтобы функция ошибки

$$E = \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (c_1 + c_2 \omega_i^2 - y_i)^2 \rightarrow \min, \quad (9)$$

где y_i — экспериментальное значение вещественной или мнимой частей частотной характеристики в i -й точке.

Условиями минимума функции ошибки, т. е. функции от двух искомым переменных c_1 и c_2 , является равенство нулю ее частных производных:

$$\frac{\partial E}{\partial c_1} = 0; \quad \frac{\partial E}{\partial c_2} = 0.$$

Поэтому, дифференцируя выражение (7), получим систему двух уравнений вида

$$\begin{aligned} nc_1 + c_2 \sum_{i=1}^n \omega_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i &= 0, \\ c_1 \sum_{i=1}^n \omega_i^2 + c_2 \sum_{i=1}^n \omega_i^4 - \sum_{i=1}^n y_i \omega_i^2 &= 0. \end{aligned}$$

Решение полученной системы уравнений дает:

$$c_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i^4 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \sum_{i=1}^n y_i \omega_i^2}{n \sum_{i=1}^n \omega_i^4 - \left(\sum_{i=1}^n \omega_i^2 \right)^2}, \quad (10)$$

$$c_2 = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i \omega_i^2 - \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n \omega_i^4 - \left(\sum_{i=1}^n \omega_i^2 \right)^2}. \quad (11)$$

Подставив вместо y_i значения $U_i(\omega_i)$ и решив систему уравнений, получим c_1 и c_2 , что позволит определить $b_0 = c_1$; $b_2 = -c_2$. Если вместо y_i рассматривать значения $V_i(\omega_i)/\omega_i$, то $b_1 = c_1$; $b_3 = -c_2$.

После расчета $b_0 \dots b_3$ можно определить коэффициенты передаточной функции [4] по зависимостям

$$a_3 = \frac{b_3}{b_0}; \quad a_2 = \frac{b_2}{b_0}; \quad a_1 = \frac{b_1}{b_0}; \quad K = \frac{1}{b_0}.$$

Ранее было принято, что

$$\begin{aligned} a_3 &= T_y T^2, \\ a_2 &= T^2 + 2\xi T_y T, \\ a_1 &= T_y + 2\xi T. \end{aligned} \quad (12)$$

Систему уравнений (12) можно преобразовать в уравнение 3-го порядка

$$T_y^3 - a_1 T_y^2 + a_2 T_y - a_3 = 0.$$

Далее, применяя решение Кардано, получим

$$T_y = y + \frac{a_1}{3}; \quad T = \sqrt{\frac{a_3}{T_y}}; \quad \xi = \frac{a_1 - T_y}{2T},$$

где

$$\begin{aligned} y &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}} - \sqrt{Q}; \\ Q &= \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2; \\ q &= \frac{a_1 a_2}{3} - 2\left(\frac{a_1}{3}\right)^3 - a_3; \quad p = a_2 - \frac{a_1^2}{3}. \end{aligned}$$

Таким образом, можно определить K , T_y , T , ξ , т. е. коэффициенты передаточной функции рулевого привода по координате органа управления.

Для определения коэффициентов передаточной функции рулевого привода по координате датчика обратной связи необходимо определить коэффициенты звена, стоящего в числителе передаточной функции (2). Это можно сделать изложенным выше методом, представив $T_1^2 = d_2$ и $2\xi_1 T_1 = d_1$. Передаточная функция звена запишется следующим образом:

$$W_1(S) = d_2 S^2 + d_1 S + 1.$$

Далее, по методу наименьших квадратов получим

$$d_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i^2 - \sum_{i=1}^n u_{1i} \omega_i^2}{\sum_{i=1}^n \omega_i^4}; \quad d_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{v_{1i}}{\omega_i}}{n}.$$

Отсюда $T_1 = \sqrt{d_2}$, $\xi_1 = d_1/2T_1$.

Теперь мы имеем все коэффициенты передаточных функций рулевого привода как по координате органа управления, так и по координате датчика обратной связи.

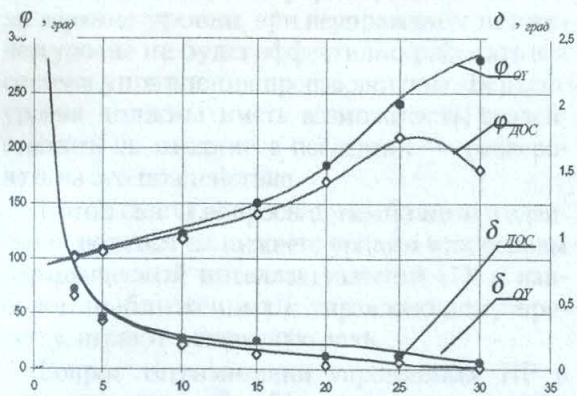


Рис. 2. Расчетные АФЧХ: экспериментальные значения по координате ОУ (♦) и по координате ДОС (●)

Для сравнения на рис. 2 представлены амплитудно-фазочастотные характеристики, рассчитанные по полученным в результате идентификации параметрам передаточных функций (1), (2).

Приведенный пример расчета АФЧХ показывает, что изложенная методика идентификации передаточных функций рулевого привода по координатам органа управления и датчика обратной связи с достаточной для инженерных расчетов точностью отображает сущность процессов, происходящих при его работе в динамическом режиме.

Таким образом, идентификация передаточных функций рулевого привода позволяет не только определять параметры математической модели РП в начале его проектно-конструкторской разработки, но и оперативно корректировать их при возможных конструктивных изменениях ОУ или РП, влияющих на параметры математической модели. Это создает возможность использовать достаточно точную математическую модель рулевого привода на всех этапах разработки системы стабилизации ракеты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Проектирование** следящих гидравлических приводов летательных аппаратов / А. И. Баженов, Н. С. Гамынин, В. И. Карев и др.; Под ред. Н. С. Гамынина. М.: Машиностроение, 1981. 320 с.
2. **Основы** теории автоматического регулирования / В. И. Крутов, Ф. М. Данилов, П. К. Кузьмик и др.; Под ред. В. И. Крутова. М.: Машиностроение, 1984. 368 с.

ОБ АВТОРЕ



Кириллов Юрий Коммунарович, зам. ген. констр. ГРЦ «КБ им. акад. В. П. Макеева». Дипл. инж.-механик по автоматическим установкам (Челяб. политехн. ин-т, 1976). Исследования и разработки в области агрегатов и устройств управления техническими объектами.