УДК 004.65

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИИ ГТД С ВЫТОЧКАМИ ПРИ НОРМАЛЬНОЙ И ПОВЫШЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРАХ

В. С. Жернаков¹, Т. Н. Мардимасова², К. В. Конева³

¹zhvs@mail.rb.ru, ²toma_mard@mail.ru, ³kseniakoneva95@gmail.com ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ) Поступила в редакцию 26.12.2019

Аннотация. Приведены результаты исследования напряженно-деформированного состояния элементов конструкции (стержней с выточками) с концентраторами напряжений при растягивающей нагрузке с целью определения опасной точки и коэффициента концентрации напряжений в условиях упругости, пластичности и ползучести. Исследовано распределение полей напряжений и деформаций в зоне концентрации напряжений пластичности и ползучести. Получены зависимости теоретического коэффициента концентрации напряжений от геометрических параметров выточки и условий работы.

Ключевые слова: концентрация напряжений; титановый сплав; стержень с выточкой; контурные напряжения; пластичность; ползучесть; теория старения.

Элементы конструкции с концентраторами напряжений являются наиболее напряженными, во многих случаях определяющими ресурс всего изделия. К числу таких элементов относят пластины с отверстиями, валы с выточками и галтелями, замковые соединения лопаточных машин и другие конструкции.

В данной работе исследовано влияние геометрических размеров выточки на распределение полей напряжений и деформаций в опасном сечении и произведен расчет коэффициента концентрации напряжений при растягивающей нагрузке с учетом упругости, пластичности и ползучести.

Рассмотрены стержни диаметром D = 10 мм, с выточками глубиной t = (0,5...2) мм, углом раствора $\alpha = (60^{\circ}...120^{\circ})$ и радиусом впадины R = (0,1...1) мм. Геометрические размеры рассмотренных стержней приведены на рис. 1, *а*. Стержни выполнены из титанового сплава ВТ6 (модуль упругости $E = 1,15 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона v = 0,32, предел текучести $\sigma_{\rm T} = 830$ МПа).



Рис. 1. Геометрическая модель стержня с выточкой (*a*) и расчетная схема для стержня с концентратором при одноосном растяжении (б)

Ввиду геометрической симметрии стержня в качестве расчетной схемы для одноосного растяжения выбрана 1/4 часть стержня. На рис. 1, δ показана расчетная схема для одноосного растяжения стержня усилием σ_0 .

Численное решение выполнено методом конечных элементов [1] с применением

программно-вычислительного комплекса *ANSYS* [2] в осесимметричной постановке.

В качестве конечного элемента был выбран элемент треугольной формы. Сеточный аналог приведен на рис. 2. Заметим, что в зоне концентрации напряжений проводилось сгущение сетки.



Рис. 2. Сеточный аналог для стержня с выточкой

На рис. 3 в качестве примера показаны эпюры осевых напряжений σ_z и деформаций ε₇ в опасном сечении, а также контурных напряжений σ_θ и деформаций ε_θ во впадине выточки. Эпюры построены по результатам расчета стержня, имеющего R = 0.2 мм, t = 1 мм и угол раствора $\alpha = 60^\circ$, работающего при упругих деформациях. При растяжении стержня напряжением $\sigma_0 = 1$ МПа во впадине выточки возникают наибольшие осевые напряжения о_z, максимум которых достигает значения $\sigma_{zmax} = 6,6$ МПа. По мере удаления вглубь тела напряжения падают до $\sigma_z = 1$ МПа. Величина наибольших осевых деформаций ε_{zmax} равна 5,2 · 10⁻⁵. Следует отметить, что максимальные значения контурных напряжений σ_θ и деформаций ε_θ находятся во впадине выточки и равны 6.6 МПа и $5.2 \cdot 10^{-5}$ соответственно, это совпадает с величиной максимальных осевых напряжений σ_{zmax} и деформаций ε_{zmax} .



Рис. 3. Распределение осевых и контурных напряжений и деформаций в стержне с R = 0,2 мм, t = 1 мм (R/t = 0,2) и $\alpha = 60^{\circ}$ при $\sigma_0 = 1$ МПа

Теоретический коэффициент концентрации напряжений α_{σ} определен как отношение максимального растягивающего напряжения σ_{zmax} к номинальному напряжению σ_{H} :

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{z \max}}{\sigma_{H}} = \frac{\sigma_{z \max} A_{H}}{\sigma_{0} A}, \qquad (1)$$

где $\sigma_{H} = \frac{\sigma_{0}A}{A_{H}}$ – напряжение в гладком образ-

це с диаметром $d_{\mu} = D - 2t$ при растягивающей нагрузке σ_0 ; A и A_{μ} – площадь поперечного сечения стержней с диаметрами D и d_{μ} соответственно ($A = 78,5 \text{ мм}^2, A_{\mu} = 50,24 \text{ мм}^2$).

Тогда для выбранного стержня имеем:

$$\alpha_{\sigma} = \frac{6.6 \cdot 50.24}{1 \cdot 78.5} = 4.2.$$

Подобный характер распределения полей напряжений и деформаций наблюдается и в стержнях с другими параметрами *R* и *t*. На графиках, представленных на рис. 4, показаны зависимости коэффициентов концентрации напряжений α_{σ} от глубины выточки *t* с углом раствора $\alpha = 60^{\circ}$ в пределах упругости.



Рис. 4. Изменение теоретического коэффициента концентрации напряжений α_{σ} от *t* при $\alpha = 60^{\circ}$: 1 - R/t = 0,2; 2 - R/t = 0,35; 3 - R/t = 0,5

Видно, что с увеличением глубины выточки t теоретический коэффициент концентрации напряжений α_σ уменьшается, что связано с увеличением о_н, которое зависит от d_{H} . При отношении R/t = 0,2 (кривая 1) значение теоретического коэффициента концентрации напряжений а_о падает с 5 при t = 0,5 мм до 3,1 при t = 2 мм, что составляет 39 %. При R/t = 0.35 (кривая 2) α_{σ} снижается на 36 %, а при *R/t* = 0,5 (кривая 3) – на 37 %. Интересно отметить влияние отношения R/t на значение коэффициента концентрации напряжений α_σ. С увеличением отношения R/t от 0,2 до 0,5 при t = 0,5 мм значение α_{σ} снижается с 5 до 3,3, что составляет 34 %; при t = 1 мм падает с 4,2 до 2,9 на 31 %, а при глубине выточки t = 2 мм – с 3,1 до 2,1 на 32 %.

Исследовано влияние угла раствора выточки α на концентрацию напряжений. На рис. 5 представлены кривые, иллюстрирующие зависимость коэффициентов концентрации напряжений α_σ от угла раствора выточки α при глубине t = 1 мм. Видно, что при увеличении угла раствора α от 60° до 120° теоретический коэффициент концентрации α_σ снижается. Например, при R/t = 0.2 (кривая 1) снижение коэффициента концентрации с 4,2 до 4, что составляет 4,8 %, при R/t = 0,35 (кривая 2) значение α_{σ} уменьшается на 3 %, а при R/t = 0.5 (кривая 3) – на 3,5 %. Изменение угла раствора выточки α незначительно влияет на коэффициент концентрации α_{σ} .



Рис. 5. Изменение коэффициента концентрации напряжений α_{σ} от угла раствора α при t = 1 мм: 1 - R/t = 0.2; 2 - R/t = 0.35; 3 - R/t = 0.5

Исследован характер распределения полей напряжений и деформаций в зоне концентрации напряжений при нагрузке $\sigma_0 = 160 \text{ M}\Pi a$ за пределами упругости $(\sigma_{\rm T} = 830 \text{ M}\Pi a)$. На рис. 6 показаны эпюры осевых напряжений σ₂ и деформаций ε₂ в опасном сечении и эпюры контурных напряжений σ_{θ} и деформаций ε_{θ} по контуру выточки, построенные для стержня с геометрическими характеристиками R = 0,2 мм, t = 1 мм и $\alpha = 60^{\circ}$.

Штриховыми линиями показана эпюра распределения осевых и контурных напряжений и деформаций без учета деформаций пластичности (рис. 6). Максимальные осевые напряжения σ_z и деформации ε_z равны 1056 МПа и 8,2 · 10⁻³.



Рис. 6. Распределение осевых σ_z и контурных σ_{θ} напряжений в стержне с R = 0,2 мм, t = 1 мм (R/t = 0,2) и $\alpha = 60^{\circ}$ при $\sigma_0 = 160$ МПа

С учетом деформаций пластичности характер распределения полей осевых напряжений σ₂ и деформаций ε₂ меняется (рис. 6, сплошные линии). Зона распределения пластических деформаций имеет клиновидную форму и заштрихована, угол распространения пластических деформаций $\beta = 20^{\circ}$. деформаций С развитием пластических наибольшие напряжения осевые $\sigma_{zmax} = 967 \text{ M}\Pi a$ возникают на границе упругой и неупругой зон на глубине f = 0.012 мм от впадины выточки. Осевые напряжения σ_7 на контуре выточки равны 943 МПа, что на 12 % ниже, чем при той же нагрузке без учета деформаций пластичности. По мере удаления вглубь тела напряжения снижаются и достигают значения $\sigma_z = 160$ МПа. Подобный характер наблюдается и при распределении осевых деформаций є_г. Максимум осевых деформаций є_{гтах} достигает значения $7,45 \cdot 10^{-3}$ и смещается от впадины выточки к оси стержня на глубину f, значение ε_7 на контуре равно $7,35 \cdot 10^{-3}$. Наибольшие значения контурных напряжений σ_θ и деформаций ε_θ находятся во впадине выточки, равны 943 МПа и $7,35 \cdot 10^{-3}$ соответственно.

На рис. 7 представлены графики, иллюстрирующие зависимости коэффициентов концентрации напряжений α_{σ} от глубины выточки *t* с углом раствора $\alpha = 60^{\circ}$ при $\sigma_0 = 160$ МПа.



Рис. 7. Изменение теоретического коэффициента концентрации напряжений α_{σ} от *t* при $\sigma_0 = 160$ МПа ($\alpha = 60^{\circ}$): 1 - R/t = 0,2; 2 - R/t = 0,35; 3 - R/t = 0,5; 4 - R/t = 0,2 (упругое решение)

Кривые 1–3 показывают изменение теоретического коэффициента концентрации напряжений α_σ от глубины выточки *t* с учетом упругопластических деформаций. При отношении R/t = 0,2 (кривая 1) стержень с глубиной выточки t = 0,5 мм работает упруго, увеличение t приводит к возникновению пластических деформаций, при этом значение α_{σ} уменьшается на 25 % (t = 1мм). При отношении R/t = 0,35 пластические деформации возникают в стержне с глубиной выточки t = 1,5 мм. Кривая 3 (R/t = 0,5) совпадает с кривой 3, изображенной на рис. 5 (при $\sigma_0 = 1$ МПа), это говорит о том, что в рассматриваемых стержнях с R/t = 0,5 отсутствуют упругопластические деформации при $\sigma_0 = 160$ МПа.

Для сравнения показано изменение α_{σ} при упругом деформировании (кривая 4, R/t=0,2). Полученные данные иллюстрируют снижение теоретического коэффициента концентрации напряжений α_{σ} с развитием пластических деформаций. При t=2 мм α_{σ} уменьшается на 24 %, а при t=1 мм – на 10 %. В стержне с глубиной t=0,5 мм не возникают упругопластические деформации при $\sigma_0 = 160$ МПа.

Графики, представленные на рис. 8, показывают изменение коэффициента концентрации деформаций α_{ϵ} от глубины выточки *t* с $\alpha = 60^{\circ}$ при растяжении стержня $\sigma_0 = 160$ МПа.



Рис. 8. Изменение теоретического коэффициента концентрации деформаций α_{ε} от *t* при $\sigma_0 = 160$ МПа ($\alpha = 60^{\circ}$): 1 - R/t = 0.2; 2 - R/t = 0.35; 3 - R/t = 0.5

При отношении R/t = 0,2 в стержне с t = 0,5 мм коэффициент концентрации деформаций α_{ε} достигает значения 4,5, с увеличением t до 2 мм α_{ε} падает до 1,93, что составляет 57 %. Такое снижение можно объяснить появлением пластических деформаций. При R/t = 0,35 коэффициент концентрации деформаций уменьшается на 47 %, а при R/t = 0,5 – на 40 %. Влияние концентрации напряжений на прочность конструкции зависит не только от геометрии концентратора, но и от условий работы детали. При длительном нагружении в теплонапряженных конструкциях возникают необратимые деформации, в результате чего напряжения могут изменяться во времени. Это явление возрастания деформаций с течением времени при постоянном уровне напряжений при повышенных температурах называют ползучестью. Особый интерес представляет рассмотрение вопросов концентрации напряжений в условиях ползучести.

Расчет несущей способности элементов конструкции с учетом деформаций ползучести произведен по теории старения [4]. Согласно данной теории, предполагается, что при заданной температуре T = const между деформацией ε , напряжением σ и временем tсуществует определенная зависимость

$$\sigma = f_1(\varepsilon, t). \tag{2}$$

Это равносильно допущению о существовании при определенной температуре поверхности в координатах ε , σ , t [5]. Рассекая поверхность плоскостями, перпендикулярными осям σ и t, получаем, соответственно, кривые ползучести при постоянном напряжении (рис. 9, a) и графики зависимости напряжения от деформации для определенных значений времени (рис. 9, δ), которые называют изохронными кривыми ползучести [5]. Изохронные кривые имеют такой же вид, что и кривые деформирования. Это позволяет свести расчет ползучести по теории старения к упругопластическому расчету.

Выполнен расчет напряженно-деформированного состояния стержня при растягивающей нагрузке $\sigma_0 = 160$ МПа и T = 300 °C с учетом развивающихся деформаций ползучести. На рис. 10, *а* в качестве примера показаны эпюры распределения осевых напряжений σ_z (рис. 10, *а*) и контурных напряжений σ_{θ} (рис. 10, *б*) в опасном сечении в стержне с t = 1 мм, R = 0,2 мм и $\alpha = 60^{\circ}$ при наработке стержня в течение 0, 50 и 100 ч. Зона распространения ползучести заштрихована (рис. 10, *б*).



Рис. 9. Кривая ползучести (*a*) и изохронная кривая ползучести (δ) для сплава ВТ6 при *T* = 300 °C

Как видно из рис. 10, б, пластические деформации распространяются в тело стержня на глубину t = 0,04 мм и при этом осевые напряжения о, в этой точке достигают максимального значения $\sigma_{zmax} = 802,5 \text{ MIIa}$ при 0 часах. В процессе наработки конструкции происходит перераспределение полей напряжений и деформаций в зоне концентрации напряжений за счет развития деформаций ползучести. Площадь распространения деформаций ползучести увеличивается пропорционально наработке конструкции. Через 50 ч глубина увеличивается в 1,25 раз, а через 100 ч – в 1,56 раз. Заметим, что значение максимальных осевых напряжений σ_{zmax} заметно снижается, а их пик смещается к границе упругой и неупругой зон. При наработке в 100 ч значение о₇ снизилось до 750 МПа, что составляет порядка 6,5 %. На рис. 10, в показано распределение контурных напряжений на кромке выточки. Отметим, что максимальное значение контурных напряжений σ_θ снижается по мере наработки стержня. Так, при 50 ч σ_{θ} снижается на 4,37 %, а при 100 ч – на 10,5 %.



Рис. 10. Распределение осевых напряжений σ_z в опасном сечении (*a*), пластических деформаций (б) и контурных напряжений σ_0 (*в*) в стержне при нагрузке $\sigma_0 = 160$ МПа и T = 300 °C

Исследовано влияние деформаций ползучести на теоретический коэффициент концентрации напряжений α_{σ} . На рис. 11 показано изменение теоретического коэффициента концентрации напряжений α_{σ} в стержнях с t = 1 мм, $\alpha = 60^{\circ}$ и различными радиусами впадины при растягивающей нагрузке $\sigma_0 = 160$ МПа.



Рис. 11. Изменение коэффициента концентрации напряжений во времени при t = 1 мм, $\alpha = 60^{\circ}$: 1 - R = 0.2 мм; 2 - R = 0.35 мм; 3 - R = 0.5 мм

Отметим, что с увеличением времени наработки теоретический коэффициент концентрации напряжений α_{σ} снижается. Наибольшее снижение α_{σ} порядка 11 % после 100 ч работы происходит в стержне с R = 0.35 мм (кривая 2). Для стержня с R = 0.2 мм (кривая 1) снижение α_{σ} составило 10,5 %, а для стержня с R = 0.5 мм (кривая 3) – 10,7 % после 100 ч работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние геометрических размеров выточки на распределение напряжений в опасном сечении и выполнен расчет коэффициента концентрации напряжений при растягивающей нагрузке в условиях упругости, пластичности и ползучести. При увеличении отношения R/t при упругих деформациях теоретический коэффициент концентрации напряжений уменьшается. С увеличением глубины выточки t значение α_{σ} возрастает. Влияние угла раствора на теоретический коэффициент концентрации напряжений созфрициент концентрации напряжений созффициент концентрации напряжение угла раствора на теоретический коэффициент концентрации напряжений созффициент концентрации напряжений коэффициент концентрации напряжений созффициент концентрации напряжений составляет 5–6%, что является незначительным.

С развитием деформаций пластичности при $\sigma_0 = 160$ МПа происходит перераспределение полей напряжений и деформаций. По мере развития деформаций пластичности в зоне концентрации напряжений значение α_{σ} снижается, а максимум осевых напряжений смещается в тело стержня. В качестве примера показано решение задачи без учета деформаций пластичности. Максимальные напряжения при этом оказываются на 12 % больше, чем при той же внешней нагрузке с учетом деформаций пластичности.

Температура T = 300 °С способствует развитию деформаций ползучести. В результате деформаций ползучести происходит изменение напряженного состояния и смещение максимума напряжений. Наибольшие напряжения возникают вблизи границы упругой и неупругой зон. Необходимо отметить, что с увеличением времени наработки теоретический коэффициент концентрации напряжений α_{σ} снижается.

Смещение максимума напряжений и уменьшение значений теоретического коэффициента концентрации напряжений следует учитывать в практических расчетах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов. М.: Мир, 1975. 540 с. [O. Zenkevich, *Finite element method*, (in Russian). Moscow: Mir, 1975.]

2. Бруяка В. А. Инженерный анализ в ANSYS Workbench. Самара: Самарский государственный технический университет, 2010. 271 с. [V. A. Bruyaka, *Engineering analysis in ANSYS Workbench*, (in Russian). Samara: Samarskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet, 2010.]

3. Мавлютов Р. Р. Концентрация напряжений в элементах авиационных конструкций. М.: Наука, 1981. 240 с. [R. R. Mavlyutov, *Stress concentration in elements of aircraft structures*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1981.]

4. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с. [N. N. Malinin, *Applied theory of plasticity and creep*, (in Russian). Moscow: Mashinostroyeniye, 1975.]

5. Биргер И. А. Прочность и надежность машиностроительных конструкций. Избранные труды. М.: ЦИАМ, 1998. 358 с. [I. A. Birger, *Strength and reliability of engineering structures. Selected works*, (in Russian). Moscow: TSIAM, 1998.]

6. **Солонин О. П., Глазунов С. Г.** Жаропрочные титановые сплавы. М.: Металлургия, 1976. 400 с. [О. Р. Solonin, S. G. Glazynov, *Heat resistant titanium alloys*, (in Russian). Moscow: Metallurgiya, 1976.]

ОБ АВТОРАХ

ЖЕРНАКОВ Владимир Сергеевич, зав. каф. сопр. материалов, д-р техн. наук, проф., засл. деят. науки РФ, академик АН РБ. Автор 8 монографий, 2 учебников и 8 учебных пособий, более 250 статей, 98 авторских свидетельств и патентов, им подготовлено 13 кандидатов и 9 докторов технических наук. Обл. науч. интересов – решение фундаментальных и прикладных задач теории упругости, пластичности, ползучести и механики разрушения применительно к основным элементам авиационных конструкций.

МАРДИМАСОВА Тамара Николаевна, канд. техн. наук, доцент. Автор 5 учебных пособий, свыше 100 публикаций, 4 авторских свидетельств и патентов. Область научных интересов – решение задач механики процессов упруговязкого пластического деформирования конструкций.

КОНЕВА Ксения Владимировна, студентка 2-го курса аспирантуры ФАДЭТ УГАТУ.

METADATA

Title: Study of the stress-strain state in the structural elements of GTE with stress concentrators at normal and elevated temperatures.

Authors: V. S. Zhernakov¹, T. N. Mardimasova², K. V. Koneva³ Affiliation:

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

Email: ¹zhvs@mail.rb.ru, ²toma_mard@mail.ru, ³kseniakoneva95@gmail.com

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 24, no. 1 (87), pp. 3-9, 2020. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

- **Abstract:** The results of the study of the stress-strain state of structural elements (rods and plates with recesses) with stress concentrators under tensile load in order to determine the dangerous point and the stress concentration coefficient are presented. Investigated the stress distribution in the stress concentration zone given deformation plasticity and creep, it is shown that the theoretical stress concentration factor depends on the geometrical parameters of the groove and working conditions.
- **Key words:** stress concentration; titanium alloy rod with a recess; the contour of strain; the creep theory of aging.

About authors:

- **ZHERNAKOV, Vladimir Sergeyevich,** Head of the Department of Strength of Materials, Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored Scientist of the Russian Federation. Academician of the Academy of Sciences of RB. Author of 8 monographs, 2 textbooks, and 8 teaching aids, more than 250 articles, 98 patents, they trained 13 candidates and 9 doctors of technical sciences. Research interests – the solution of fundamental and applied problems, the theory of elasticity, plasticity, creeping and fracture mechanics as applied to the basic elements of aircraft structures.
- MARDIMASOVA, Tamara Nikolaevna, candidate of technical sciences, associate professor. The author of 5 teaching aids, over 100 publications, 4 copyright certificates and patents. The field of scientific interests is the solution of the problems of the mechanics of elastic-viscous plastic deformation of structures.
- **KONEVA, Ksenia Vladimirovna,** student of the 2nd course of the postgraduate FADET UGATU.