

УДК 532.516.5, 532.517.2, 536.242, 62-713.1, 62-976

АНАЛИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ РАБОЧЕГО РЕЖИМА В ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ЖИДКОСТНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ МИКРОЗАХВАТА

И. Ш. НАСИБУЛЛАЕВ

sp.ishn@gmail.com

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН

Поступила в редакцию 26.04.2021

Аннотация. Проводится математическое и компьютерное исследование системы жидкостного охлаждения капиллярного микрозахвата. Построены математические модели: течения жидкости через камеру микрозахвата, нагрева радиатора горячей стороной элемента Пельтье и передача тепла от радиатора жидкости. Определялись следующие величины: максимальная установившаяся на радиаторе температура и время выхода системы охлаждения на рабочий режим. По результатам вычислительного эксперимента построены однопараметрические аналитические аппроксимации для зависимости температуры радиатора от времени и продолжительности переключения рабочего режима.

Ключевые слова: гидродинамика; теплопроводность; микрозахват; метод наименьших квадратов; метод конечных элементов; FreeFem++.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие микрофлюидики активно продолжается последние три десятилетия [1]. Интерес к данной области связан с особенностями течения жидкости в микро- и наномасштабах, позволяющими разрабатывать устройства с новыми или даже не имеющими аналогов в традиционных макросистемах свойствами. С уменьшением масштаба системы число Рейнольдса становится малым, а число Пекле может оставаться большим. Малое число Рейнольдса ($Re = \rho u R / \mu \sim 1 \dots 100$, где ρ – объемная плотность; u – скорость течения жидкости; R – ширина канала; μ – динамическая вязкость) подразумевает ламинарный характер течения, соответствующий как большинству технических микроустройств, так и биологическим системам [2]. А большое число Пекле ($Pe = u R / \chi \sim 10^2 \dots 10^4$, где χ – коэффициент теплопроводности) означает, что конвективный (адвективный) перенос тепла преобладает над диффузионным [3], следовательно, в микроустройствах (микротеплообменник, система охлаждения, микрозахват) необходимо учитывать оба механизма теплопереноса [4].

Для построения корректной компьютерной модели технического устройства необходимо определить набор физических параметров, соответствующих рабочим характеристикам устройства. Одни параметры можно найти непосредственно из физического эксперимента, а другие определяются из сравнения экспериментальных данных и результатов компьютерного моделирования, в котором они рассматриваются как подгоночные параметры. В моделях систем жидкостного охлаждения таким параметром является коэффициент теплопередачи α между радиатором и жидкостью.

В работе [5] проведен анализ энергоэффективности использования активного охлаждения термоэлектрического модуля (ТЭМ) с помощью активной воздушной или жидкостной

системы охлаждения. Воздушное охлаждение в силу высокого теплового сопротивления воздуха имеет низкий КПД, а для работы жидкостного охлаждения требуется применение насоса, который дополнительно генерирует значительное количество тепла. Авторы [5] предложили систему пассивного жидкостного охлаждения с теплообменником на горячей стороне ТЭМ (с тепловой мощностью 120 Вт) и использованием открытого резервуара (термосифона объемом 10 литров, соединенного с теплообменником трубками диаметром 12 мм) в качестве накопителя тепла с теплоотводом со стороны воздуха. Компьютерное моделирование показало хорошее согласование с экспериментальными данными (различие не более 14 % на первой стадии, когда температура на теплообменнике возрастала, и не более 5 % на второй стадии, когда температура на теплообменнике достигала насыщения). Средний коэффициент теплопередачи α_a зависит от геометрии радиатора: при уменьшении зазора между ребрами (длиной $h = 9$ мм) радиатора с 3 мм до 1 мм α_a растет с 450 Вт/(м²К) до 650 Вт/(м²К); при уменьшении длины ребер радиатора с $h = 9$ мм до 5 мм α_a растет до 1000 Вт/(м²К). За время порядка 8 часов на радиаторе устанавливалась постоянная температура на 25 °С выше температуры окружающей среды, а амплитуда скорости течения жидкости в трубках достигала 8 см/с.

Эффективность системы охлаждения зависит от охлаждающего вещества. В работе [6] проведено сравнение эксперимента с моделированием системы охлаждения камеры с помощью элемента Пельтье с двумя вариантами отвода тепла: создаваемый вентилятором воздушный поток или текущая через радиатор жидкость. При расходе жидкости порядка 20 мл/с обеспечивался отвод тепловой мощности до 230 Вт. Жидкостное охлаждение позволяло снизить температуру на 19 °С, а воздушное – на 10 °С. Также показано, что с уменьшением размера камеры эффективность жидкостного охлаждения по сравнению с воздушным возрастает. Жидкостная система охлаждения более компактна (вместо радиатора с вентилятором остается только радиатор с расположенными внутри трубками), но требуется наличие внешнего насоса для циркуляции жидкости.

Для охлаждения электронных устройств одним из требований для системы охлаждения является размер, а эффективность охлаждения зависит от ее конструктивных особенностей и физических свойств жидкости [7]. В микроканалах отвод тепла происходит за счет конвективного теплопереноса жидкостью и возрастает с увеличением скорости жидкости за счет увеличения числа Пекле (отношение конвективного теплообмена к диффузионному). Из-за термического сопротивления на границе раздела в гладких каналах число Нуссельта (отношение теплообмена за счет конвекции к теплопроводности) снижается. В работе [8] в качестве системы жидкостного охлаждения испытаны три микротеплообменника с каналами шириной δW , составленными из длинных смещенных полос Т1 ($\delta W = 1,22$ мм), коротких смещенных полос Т2 ($\delta W = 1,22$ мм) и с каналами в виде шевронной структуры Т3 ($\delta W = 1,69$ мм). Проведено сравнение с традиционным теплообменником с прямыми каналами Т4 ($\delta W = 0,69$ мм). При размерах теплообменника 50×50 мм с расходом жидкости 230 мл/мин, тепловой мощностью нагревателя 40 Вт, температурой жидкости на входе 30 °С, максимальная температура составила 60 °С для Т4, 51 °С для Т1, 48 °С для Т2 и 44 °С для Т3. В работе [9] показано, что нельзя пренебрегать как эффектами вязкой диссипации во входной области прямого канала, так и зависимостью вязкости от температуры по всей длине канала. В [10] показано, что температурная зависимость вязкости жидкости оказывает значительное влияние на величину расхода жидкости, особенно при малом значении приложенного к микроканалу перепада давления.

В работе [11] представлена двумерная модель системы жидкостного охлаждения капиллярного микрозахвата [12]. Определено влияние геометрических и физических параметров камеры микрозахвата на эффективность системы охлаждения, а также найдена зависимость максимальной температуры, установившейся на радиаторе, от скорости течения охлаждающей жидкости и коэффициента теплопередачи между радиатором и жидкостью для стационарного течения и проведено исследование влияния нестационарного течения жидкости

на колебания температуры радиатора. Для работы жидкостной системы охлаждения необходим насос, обеспечивающий достаточный расход жидкости. Существующие микронасосы охватывают широкий диапазон применений [13], но их сложно использовать для системы охлаждения микрозахвата, поскольку требуется микронасос малого размера с небольшим расходом жидкости и гибкой системой управления. Модели течения жидкости через статическое гидросопротивление [14] сложно адаптировать для моделирования пьезоэлектрического микронасоса. Поэтому были разработаны алгоритмы моделирования течения жидкости в канале с динамически изменяемой геометрией [15]. В [16] модель была расширена: деформация трубки рассчитывалась с помощью уравнений упругости, решаемых на ее стенке. В работе [17] представлена трехмерная математическая и компьютерная модель взаимодействия потока жидкости в эластичной трубке, периодически сжимаемой пьезоэлементом. Используя осесимметричную модель колебаний системы пьезоэлементов, расположенных на эластичной трубке [18], предложена модель пьезоэлектрического микронасоса и получены аналитические формулы для зависимости среднего расхода жидкости от количества пьезоэлементов и их частоты колебаний. Данная формула может быть использована в программной части системы управления устройством в реальном времени. Разработана двумерная модель микронасоса, создающего течение жидкости (с расходом до 50 мкл/с) в плоском канале с помощью погруженного в него пьезоэлемента с поперечным изгибом [19]. Методами факторных вычислительных экспериментов второго порядка [20] предложен способ замены полного численного моделирования приближенными аппроксимациями, которые можно использовать с программным обеспечением системы управления техническим устройством.

В настоящей работе используется двумерная модель жидкостной системы охлаждения микрозахвата, представленная в [11] для изучения особенностей переключения режимов работы элемента Пельтье в системе жидкостного охлаждения микрозахвата.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

На рис. 1 показана геометрия изучаемой модели с обозначением границ: внутренняя стенка камеры Γ_1 ; граница между радиатором и жидкостью Γ_2 ; входное Γ_3 и выходное Γ_4 отверстия; граница между радиатором и элементом Пельтье Γ_5 . Рассматриваются два варианта геометрии: G_2 с каналами, расположенными горизонтально у основания камеры, и радиатором, контактирующим с горячей стороной элемента Пельтье, и G_3^i с горизонтальными каналами, расположенными посередине ширины камеры, и радиатором, состоящим из $i = 1$ или $i = 3$ ребер. Механизм теплопереноса в камере охлаждения следующий: горячая сторона элемента Пельтье передает на радиатор тепловую мощность W через границу Γ_5 , холодная жидкость втекает во входное отверстие Γ_3 , нагревается через контакт с радиатором Γ_2 (охлаждая его) и выводится через выходное отверстие Γ_4 . Стенка Γ_1 теплоизолирована. Соответствующие геометрии G_2 и G_3^i расчетные сетки показаны на рис. 1.

Система уравнений, описывающая теплообмен в жидкостной системе охлаждения, включает в себя уравнения течения жидкости Навье – Стокса, непрерывности и теплопроводности. В результате нагрева жидкости изменяется ее плотность. Поскольку плотность изменяется на небольшую величину (в рабочем диапазоне температур не более 4 % между жидкостью во входном отверстии и жидкостью вблизи радиатора) и изменения плотности вдоль линий потока жидкости незначительны, в работе используется приближение несжимаемой жидкости с непостоянной плотностью.

Течение несжимаемой жидкости описывается уравнением Навье – Стокса [21]:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}, \quad (1)$$

где ρ – плотность среды, зависящая от температуры T ; $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$ – вектор скорости жидкости, t – время; ∇ – оператор набла; p – давление; μ – динамическая вязкость, зависящая от температуры; Δ – оператор Лапласа; $\mathbf{g} = (g_x, g_y)$ – вектор ускорения свободного падения.

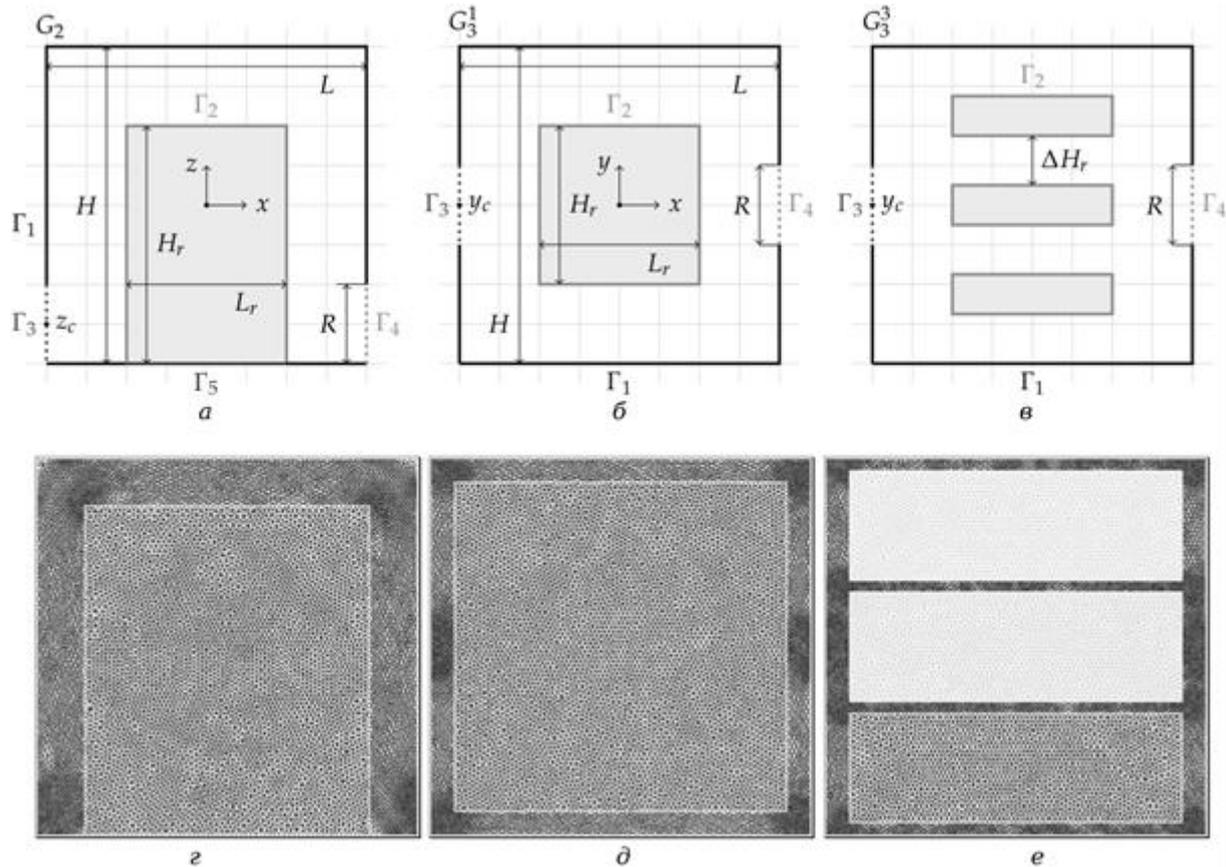


Рис. 1. Геометрии G_2 (а), G_3^1 (б), G_3^3 (е) и соответствующие адаптивные расчетные сетки (z, d, e)

Уравнение непрерывности представляет собой закон сохранения массы в элементарном объеме жидкости:

$$K_f^{-1} \partial p / \partial t + \nabla \mathbf{u} = 0, \tag{2}$$

где K_f – объемный модуль упругости жидкости (для воды $K_f^{-1} \approx 5 \cdot 10^{-10} \cdot \text{Па}^{-1}$ и основным является второе слагаемое $\nabla \mathbf{u}$. Если пренебречь первым слагаемым, получится условие непрерывности для несжимаемой жидкости $\nabla \mathbf{u} = 0$. В расчетах использовалось уравнение в полном виде (2) из-за более высокой устойчивости численной схемы (аналог малой искусственной сжимаемости).

Распространение тепла в жидкости описывает уравнение теплопроводности [22]:

$$c_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T), \tag{3}$$

где c_p – изобарная удельная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности.

Распространение тепла в радиаторе описывается уравнением теплопроводности:

$$\partial T / \partial t = \chi_r \Delta T, \tag{4}$$

где χ_r – коэффициент температуропроводности радиатора.

Уравнения (1)–(4) записывались в вариационной форме и решались численно методом конечных элементов в пакете численного моделирования *FreeFem++* [23]. Дискретизация по времени проводилась по неявной схеме Эйлера первого порядка.

Начальные условия соответствуют покоящейся жидкости $u_x = u_y = 0$ при равномерном распределении температуры $T = T_0$.

Граничные условия на скорость жидкости (условие залипания и заданный профиль скорости на входном отверстии):

$$\begin{aligned}\Gamma_1, \Gamma_2: u_x = 0, u_z = 0, \\ \Gamma_3(G_2): u_x = 0, u_z = u_m \left[1 - \left(\frac{z_c - z}{R} \right)^2 \right], \\ \Gamma_3(G_3^i): u_x = u_m \left[1 - \left(\frac{y_c - y}{R} \right)^2 \right], u_y = 0, \\ \Gamma_4: u_y = 0, u_z = 0,\end{aligned}$$

где u_m – модуль максимальной скорости втекающей жидкости; z_c – координата центра входного отверстия (для геометрии G_3^i координата центра входного отверстия определяет y_c); R – ширина входного отверстия. Профиль скорости $u_y(x)$ соответствует течению Пуазейля в плоском канале.

Граничные условия для температуры жидкости 1-го рода (через входное отверстие Γ_3 втекает жидкость с температурой T_0): $T = T_0$ и 3-го рода (Ньютона – Рихмана, теплообмен между жидкостью и радиатором пропорционален разности температур жидкости T_f и радиатора T_r):

$$\Gamma_2(G_2): -\lambda(\partial T/\partial n) = \alpha(T_r - T_f),$$

где α – коэффициент теплопередачи между твердым телом и жидкостью; n – нормаль к поверхности.

Граничные условия для температуры радиатора 2-го рода (закон Фурье) определяют тепловой поток от элемента Пельтье к радиатору:

$$\Gamma_5(G_2): -\lambda_r(\partial T/\partial n) = q_T,$$

где $\lambda_r = \chi_r c_{pr} \rho_r$ – коэффициент теплопроводности радиатора; c_{pr} – изобарная удельная теплоемкость; ρ_r – объемная плотность; q_T – плотность теплового потока, связанная с величиной тепловой мощности W , рассеиваемой элементом Пельтье соотношением

$$q_T = W/(\ell_{\Gamma_5} \ell_*),$$

где ℓ_{Γ_5} – длина области контакта элемента Пельтье с радиатором вдоль оси Ox ; ℓ_* – длина области контакта вдоль оси Oz (при моделировании использовалась длина $\ell_* = \ell_{\Gamma_5}$, т.е. площадь контакта элемента Пельтье с радиатором представляла собой квадрат размером $\ell_{\Gamma_5} \times \ell_{\Gamma_5}$).

Для геометрии G_3^i граница Γ_5 отсутствует (т.к. находится в другой плоскости), поэтому тепловой поток задается на границе Γ_2 :

$$\Gamma_2(G_3^i): -\lambda(\partial T/\partial n) = \alpha(T_r - T_f) + q_T,$$

с тепловым потоком

$$q_T = W/[2i(\ell_r + h_r)\ell_*].$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 показана геометрия рассматриваемой модели (с соблюдением пропорций). Жидкость втекает во входное отверстие Γ_3 . В процессе теплообмена с радиатором Γ_2 жидкость нагревается и выходит через отверстие Γ_4 . Нагрев радиатора элементом Пельтье происходит через контактную область Γ_5 (для G_2) или непосредственно передачей тепла на Γ_2 (для G_3^i).

Для радиатора использовались параметры латуни марки Л96 [24]: объемная плотность $\rho_r = 8850 \text{ кг/м}^3$; теплопроводность $\lambda_r = 245 \text{ Вт/(м·К)}$; изобарная удельная теплоемкость $c_{pr} = 389 \text{ Дж/(кг·К)}$; температуропроводность $\chi_r = 7,117 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Ускорение свободного падения $g_z = -9,8 \text{ м/с}^2$ для G_2 и вектор $\mathbf{g} = 0$ для G_3^i .

Коэффициент теплопередачи α между латунью и водой зависит от разности температуры между водой и радиатором, геометрии системы, скорости течения жидкости. Точное определение величины α возможно только с помощью эксперимента. В расчетах использовалось значение $\alpha = 1,5 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \text{ К})$, соответствующее экспериментальным данным течения воды через латунные трубки [25].

ЗАВИСИМОСТЬ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Температура жидкости (воды) во входном канале составляет $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Физические свойства воды сильно зависят от температуры, поэтому необходимо учесть температурную зависимость для объемной плотности $\rho(T)$, динамической вязкости $\mu(T)$, коэффициента теплопроводности $\lambda(T)$ и изобарной теплоемкости $c_p(T)$. Остальные величины, входящие в модель, вычисляются по формулам: кинематическая вязкость $\nu(T) = \mu(T)/\rho(T)$, коэффициент температуропроводности $\chi(T) = \lambda(T)/(\rho(T) c_p(T))$.

Аппроксимация физических величин, зависящих от температуры, проводилась по набору табличных значений y_i ($i = (1, m)$, m – количество опытов, полученных в ходе эксперимента) методом наименьших квадратов [26]. Функция $f(x, b)$ записывалась в виде многочлена n -й степени с неизвестными коэффициентами b_j в виде

$$f(x, b) = \sum_{j=0}^n b_j x^j \quad (5)$$

и минимизировалась сумма квадратов отклонений этой величины от табличных значений:

$$\frac{\partial}{\partial b_k} \sum_{i=1}^m \left(y_i - \sum_{j=0}^n b_j x_i^j \right)^2 = 0, \quad k = (0, n),$$

где частная производная берется по всем коэффициентам b_k , что приводит к системе из $n + 1$ линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Матричная форма СЛАУ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} Ab = B, \quad A_{k,j} &= \sum_{i=1}^m x_i^{j+k}, \\ B_{k,j} &= \sum_{i=1}^m y_i x_i^k. \end{aligned} \quad (6)$$

Поскольку в качестве диапазона данных используется температура в интервале ($0 \text{ }^\circ\text{C}$, $100 \text{ }^\circ\text{C}$), то в матрице A отношение минимального элемента к максимальному будет равно $100^{2n}/m$. Для $n = 4$ и $m = 11$ это значение составит 10^{15} , а число обусловленности матрицы – 10^{16} , т.е. порядка машинной точности, что ограничивает аппроксимацию (5) порядком полинома $n = 3$. Для решения этой проблемы проведена нормировка табличных данных на максимальный элемент:

$$\begin{aligned} x_i &\leftarrow x_i/s_x, \quad y_i \leftarrow y_i/s_y, \\ s_x &= \max(x), \quad s_y = \max(y). \end{aligned}$$

После этого решалась система уравнений (6) для нормированных данных (при $n = 4$ и $n = 5$ число обусловленности матрицы A составило $\approx 10^5$ и $\approx 10^7$) и решение b пересчитывалось для исходных табличных данных. Максимальный порядок полинома, после нормировки данных, обеспечивающий корректную аппроксимацию, составил $n = 9$. Точность аппроксимации рассчитывалась по среднему квадратичному отклонению полинома от экспериментальных данных σ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (y_i - f(x_i, b))^2}. \quad (7)$$

В итоге получены следующие аппроксимации физических величин в диапазоне температур $T = 0, 10, \dots, 100 \text{ }^\circ\text{C}$ с использованием табличных данных из [27]:

$$\begin{aligned}
 \rho(T) &= \sum_{n=0}^3 b_{\rho,n} \Delta T^2, \sigma_{\rho} = 8,35 \cdot 10^{-2}, \\
 \mu(T) &= \sum_{n=0}^4 b_{\mu,n} \Delta T^2, \sigma_{\mu} = 6,32 \cdot 10^{-6}, \\
 \lambda(T) &= \sum_{n=0}^3 b_{\lambda,n} \Delta T^2, \sigma_{\lambda} = 3,66 \cdot 10^{-4}, \\
 c_p(T) &= \sum_{n=0}^5 b_{c,n} \Delta T^2, \sigma_c = 2,15 \cdot 10^{-4},
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

где $\Delta T = T - T_z$ с коэффициентами аппроксимации (8), показанными в табл. 1, реперной температурой $T_z = 273,15 \text{ K}$ и средним квадратичным отклонением σ (7). Результат аппроксимации показан на рис. 2. Также приведены величины отклонения (справа на осях графиков) физических параметров при изменении температуры T относительно температуры T_0 , вычисленные по формуле:

$$\varepsilon_i = (i(T)/i(T_0) - 1) \cdot 100 \%$$

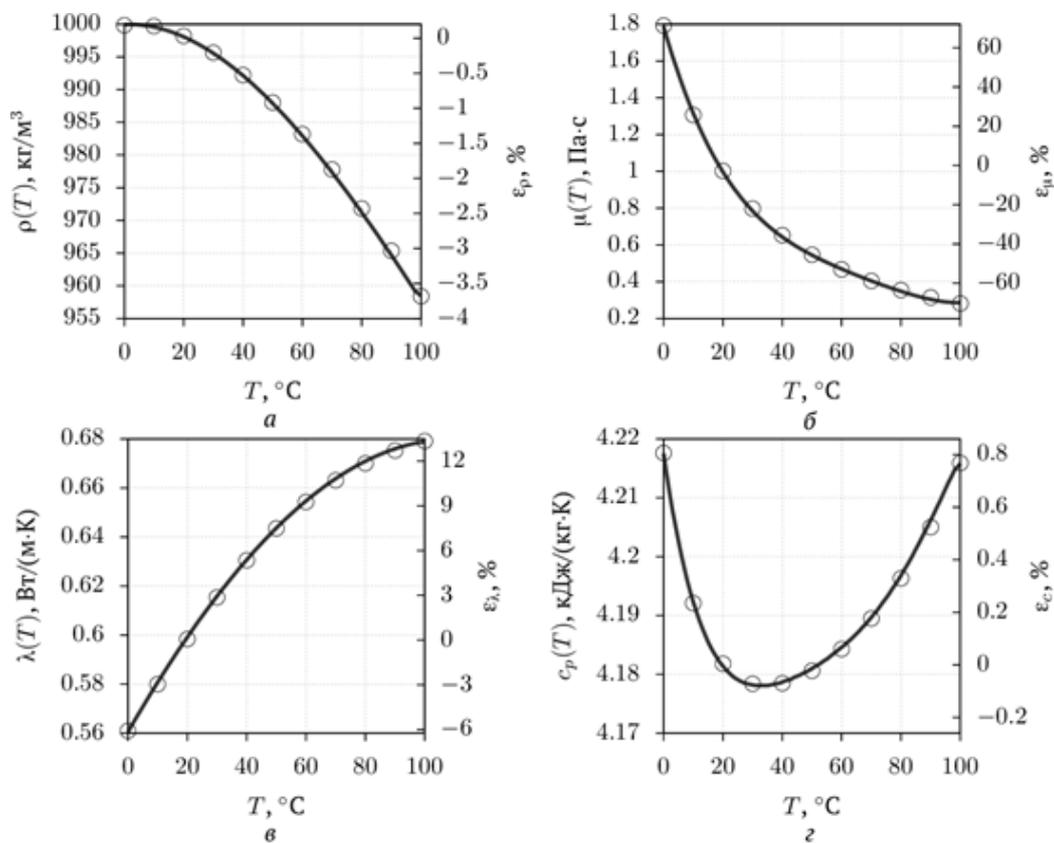


Рис. 2. Зависимость объемной плотности жидкости ρ (а), динамической вязкости μ (б), коэффициента теплопроводности λ (в) и изобарной теплоемкости c_p (г) от температуры T . Символы – табличные значения [27], линии – аппроксимация по формулам (8)

Как видно из рис. 2, плотность меняется в диапазоне $[-4 \%, 0,2 \%]$; динамическая вязкость – $[-70 \%, 70 \%]$; коэффициент теплопроводности – $[-6 \%, 13 \%]$; изобарная теплоемкость – $[-0,1 \%, 0,8 \%]$.

Таблица 1

Коэффициенты аппроксимаций (8)

n	$b_{\rho,n}$	$b_{\mu,n}$	$b_{\lambda,n}$	$b_{c,n}$
0	999,95	$1,79 \cdot 10^{-3}$	0,5605	4217,5
1	$2,02 \cdot 10^{-2}$	$-5,60 \cdot 10^{-5}$	$2,09 \cdot 10^{-3}$	3,49
2	$-5,92 \cdot 10^{-3}$	$1,00 \cdot 10^{-6}$	$-8,38 \cdot 10^{-6}$	0,116
3	$1,57 \cdot 10^{-5}$	$-9,26 \cdot 10^{-9}$	$-6,66 \cdot 10^{-9}$	$-1,86 \cdot 10^{-3}$
4		$3,32 \cdot 10^{-11}$		$1,52 \cdot 10^{-5}$
5				$-4,72 \cdot 10^{-8}$

Для проверки энергетического баланса производится расчет тепловой мощности, уносимой из системы жидкостью:

$$W_f = \int_{\Gamma_4} c_p(T) \rho(T) (T - T_0) (\mathbf{u}(\Gamma) \cdot \mathbf{n}) \ell_s d\Gamma.$$

Со временем на радиаторе устанавливается постоянная температура $\Delta T = T_r - T_0$ (рабочий режим микрозахвата). Период времени τ_t , за которое система охлаждения выходит на рабочий режим, определяется из условия, что выводимая из камеры через выходное отверстие тепловая мощность W_f отличается от вводимой элементом Пельтье W не более, чем на 0,1 %.

ДИНАМИЧЕСКАЯ СМЕНА РАБОЧЕГО РЕЖИМА

После включения элемента Пельтье за время τ_t на радиаторе устанавливается постоянная температура – система охлаждения выходит на рабочий режим. Распределение модуля скорости и поле температуры рабочего режима в рассматриваемых геометриях показаны на рис. 3. На рис. 4 показаны зависимости максимальной температуры радиатора от времени при переключении тепловой мощности элемента в геометриях G_2 , G_3^1 , G_3^3 с размером камеры 8×8 мм. Значения ΔT и τ_t зависят от выбранной геометрии – в G_2 максимальная температура $\Delta T_m = \max(\Delta T) = 8,3$ °C и $\tau_t = 73$ с; в G_3^1 – $\Delta T_m = 5,8$ °C и $\tau_t = 52$ с; в G_3^3 – $\Delta T_m = 3,2$ °C и $\tau_t = 29$ с.

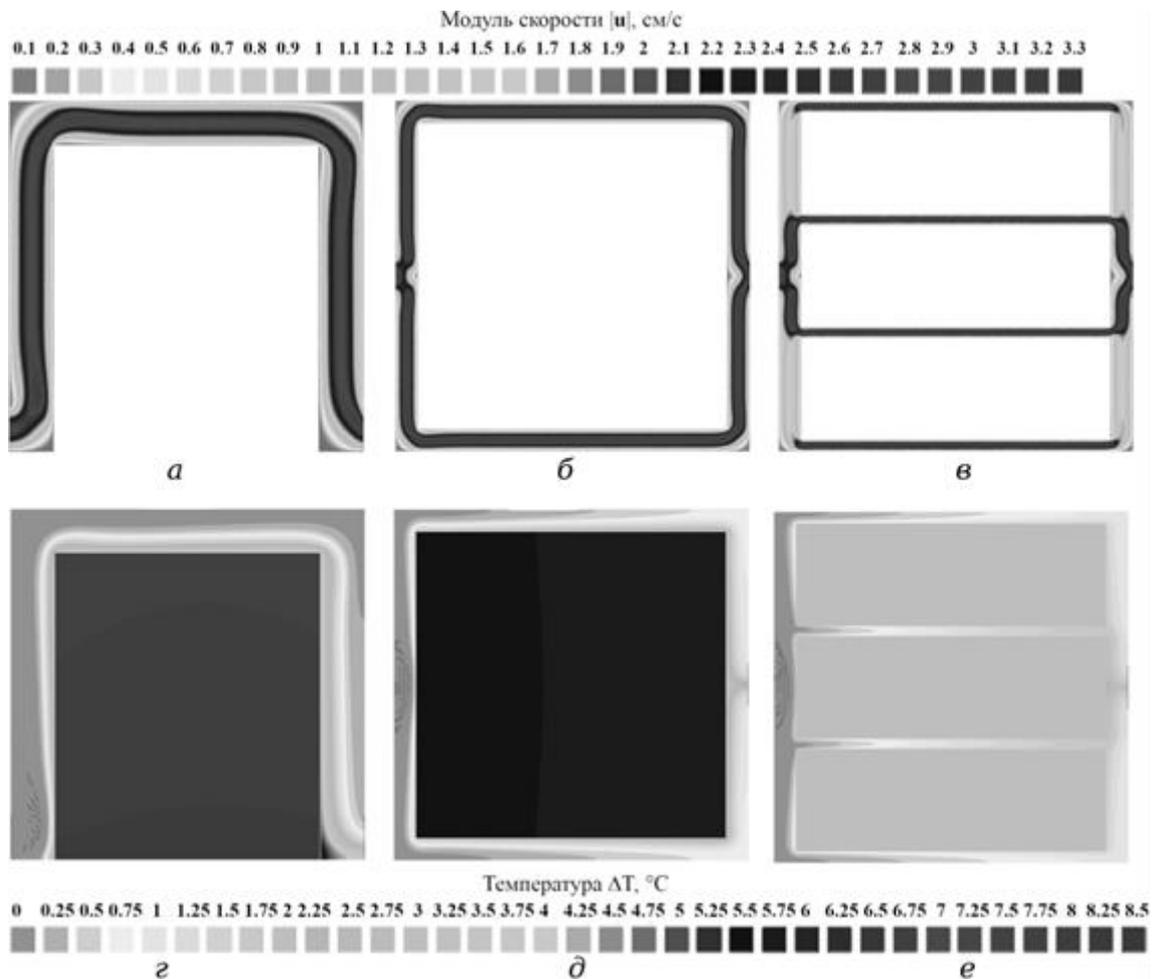


Рис. 3. Распределение перепада температуры на радиаторе ΔT и модуля скорости $|u|$ в геометрии G_2 (а, г), G_3^1 (б, д), G_3^3 (в, е); $W = 1$ Вт; $\alpha = 1,5$ кВт/(м²К); $u_m = 3$ см/с; размеры камеры 8×8 мм

Время установления рабочего режима совпадает с продолжительностью переключения на другой режим работы и не зависит от тепловой мощности элемента Пельтье. Данное свойство можно использовать для «быстрого» переключения режимов с понижением мощности

элемента Пельтье. Продемонстрируем это на примере переключения после достижения установившейся температуры T_1 , тепловой мощности с $W_1 = 1$ Вт на $W_2 = 0,5$ Вт. Поскольку изменение температуры экспоненциальное (в начале – быстрое изменение, со временем выходящее на стационарное значение), то выключение элемента Пельтье приведет к быстрому остыванию радиатора до температуры $T_2 = (W_2 / W_1)T_1$ за время τ . После этого для поддержания нового рабочего режима элемент Пельтье включается на мощности W_2 . Результаты «быстрого» переключения показаны на рис. 4, где промежуток времени, в котором происходит переключение режимов, обозначен закрашенной областью. Ускорение переключения для рассматриваемых геометрий составило $k = \tau_i / \tau_t = 10$ раз. Для быстрого возврата в режим с W_1 можно вначале задать мощность $W > W_1$ и при достижении температуры T_1 перевести элемент Пельтье на мощность W_1 .

Используя результаты вычислительного эксперимента, построим приближенную аналитическую модель переключения режимов. Изменение температуры от времени под действием постоянного источника тепла определяется функцией $\exp(-\beta t)$, где параметр β пропорционален коэффициенту температуропроводности $\beta \sim \chi$ и обратно пропорционален характерному размеру канала $\beta \sim \ell^{-1}$ [27] и должен определяться из сравнения аналитической формулы с результатами численного расчета. Выход температуры радиатора на насыщение описывается формулой:

$$\Delta T(t) = \Delta T_m (1 - \exp(-\beta t)). \quad (9)$$

Подставляя из результатов численного расчета значения $\Delta T(t_1)$, полученные в момент времени t_1 , и установившейся температуры ΔT_m , решая уравнение (9) относительно β , получим:

$$\beta = -\ln(1 - \Delta T(t_1) / \Delta T_m) / t_1. \quad (10)$$

С помощью формулы (10) получены следующие значения параметра β , зависящие от геометрии: $\beta = 0,1036$ для G_2 , $\beta = 0,1411$ для G_3^1 , $\beta = 0,2453$ для G_3^3 . С уменьшением ширины каналов значения β пропорционально увеличиваются. На рис. 4 аппроксимации (9) показаны тонкими пунктирными линиями 1, 3 и 5 (до насыщения). Видно, что аппроксимация (9) практически полностью совпадает с результатами численного моделирования (толстые сплошные линии).

Построим аналитическую модель «быстрого» переключения с режима W_1 ($\Delta T_m = \Delta T_1$) на режим W_2 через промежуточный режим W_3 . Согласно (9) и линейной зависимости температуры ΔT от тепловой мощности элемента Пельтье W , при переключении режимов $W_1 \rightarrow W_3$ в момент времени t_1 зависимость температуры радиатора ΔT от времени t имеет следующий вид:

$$\Delta T(t) = \Delta T_1 \left[(1 - m_{13}) e^{-\beta \delta t} + m_{13} \right], \quad (11)$$

$$m_{ij} = W_j / W_i, \quad \delta t = t - t_1.$$

Для определения продолжительности «быстрого» переключения (через которое нужно переключиться $W_3 \rightarrow W_2$ для поддержания нового рабочего режима) подставим $\Delta T(t) = m_{23} \Delta T_1$ в формулу (11):

$$\delta t = -\frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{m_{23} - m_{13}}{1 - m_{13}} \right). \quad (12)$$

С помощью формулы (12) были получены следующие значения времени переключения: $\delta t = 6,69$ с для G_2 , $\delta t = 4,91$ с для G_3^1 , $\delta t = 2,83$ с для G_3^3 . На рис. 4 аппроксимации (12) показаны черными пунктирными линиями 2, 4 и 6, а промежуток времени «быстрого» переключения – закрашенной областью.

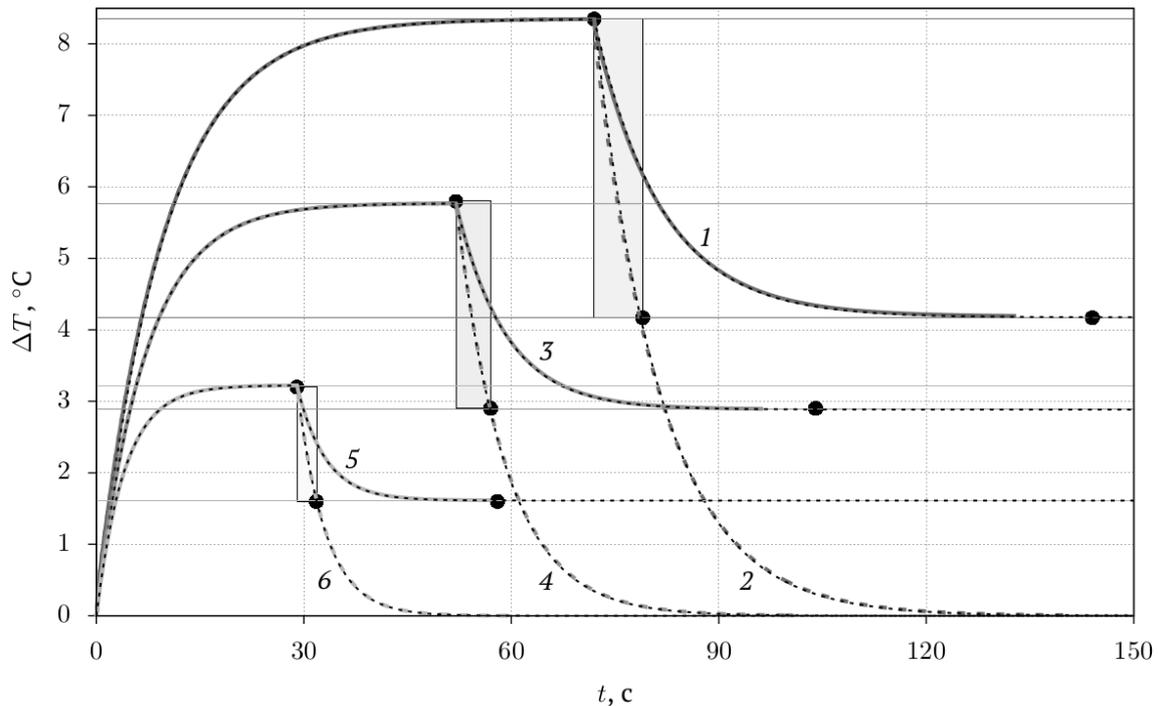


Рис. 4. Зависимость ΔT от времени t для геометрий G_2 (линии 1 и 2), G_3^1 (линии 3 и 4) и G_3^3 (линии 5 и 6). Смена режима работы с $W = 1$ Вт на режим $W = 0,5$ Вт (сплошные линии) или $W = 0$ Вт (пунктирные линии). Асимптоты рабочих режимов обозначены тонкими сплошными линиями. $\alpha = 1,5$ кВт/(м²К); $u_m = 3$ см/с; размеры камеры 8×8 мм. Аппроксимации (9) и (11) – черные пунктирные линии. Закрашенные области – «быстрое» переключение режимов

Приведенный способ «быстрого» переключения реализуется при постоянном направлении тока в элементе Пельтье. Если поменять полярность приложенного к элементу напряжения, то вместо передачи тепла радиатору элемент Пельтье будет его забирать, что позволяет расширить возможности для быстрого переключения режимов (например, для перехода с $W_1 = 1$ Вт на $W_2 = 0$ Вт, через промежуточное значение мощности $W = -1$ Вт, где отрицательное значение тепловой мощности означает поглощение тепла).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены математическая и компьютерная двумерные модели системы жидкостного охлаждения микрозахвата для трех вариантов геометрии камеры микрозахвата. Получены зависимости физических параметров рабочей жидкости от температуры в виде полиномов с помощью метода наименьших квадратов.

Проведен анализ выхода системы охлаждения на рабочий режим и динамической смены рабочего режима. Показан способ увеличения скорости переключения с одного режима на другой. По результатам вычислительного эксперимента построены однопараметрические аналитические аппроксимации для зависимости температуры радиатора от времени, а также продолжительности «быстрого» переключения. Полученные аналитические формулы могут быть использованы в программном обеспечении системы управления микрозахватом в реальном времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Convery N., Gadegaard N. 30 years of microfluidics // *Micro and Nano Engineering*. 2019. Vol. 2. Pp. 76-91. [N. Convery, N. Gadegaard, "30 years of microfluidics", in *Micro and Nano Engineering*, vol. 2, pp. 76-91, 2019.]
2. **Microfluidics** Based Microsystems: Fundamentals and Applications. NATO Science for Peace and Security Series A: Chemistry and Biology. / S. Kakaç, et al. (eds.). Dordrecht: Springer, 2010. 618 p. [S. Kakaç, et al. (eds.), *Microfluidics Based Microsystems: Fundamentals and Applications*. NATO Science for Peace and Security Series A: Chemistry and Biology. Dordrecht: Springer, 2010.]

3. **Patankar S. V.** Numerical heat transfer and fluid flow. NEW York: Taylor and Francis, 1980. 197 p. [S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York: Taylor and Francis, 1980.]
4. **Cotta R. M., Knupp D. C., Naveira-Cotta C. P.** Analytical Heat and Fluid Flow in Microchannels and Microsystems. Cham: Springer, 2016. 164 p. [R. M. Cotta, D. C. Knupp, C. P. Naveira-Cotta, *Analytical Heat and Fluid Flow in Microchannels and Microsystems*. Cham: Springer, 2016.]
5. **Simulation-driven** design of a passive liquid cooling system for a thermoelectric generator / M. J. Deasy, et al. // *Applied Energy*. 2017. Vol. 205. Pp. 499-510. [M. J. Deasy, et al., "Simulation-driven design of a passive liquid cooling system for a thermoelectric generator", in *Applied Energy*, vol. 205, pp. 499-510, 2017.]
6. **Afshari F.** Experimental and numerical investigation on thermoelectric coolers for comparing air-to-water to air-to-air refrigerators // *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2020. Vol. 144. Pp. 855-868. [F. Afshari, "Experimental and numerical investigation on thermoelectric coolers for comparing air-to-water to air-to-air refrigerators", in *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol. 144, pp. 855-868, 2020.]
7. **Tullius J. F., Vajtai R., Bayazitoglu Y.** A Review of Cooling in Microchannels // *Heat Transfer Engineering*. 2011. Vol. 32, no. 7-8. Pp. 527-541. [J. F. Tullius, R. Vajtai, Y. Bayazitoglu, "A Review of Cooling in Microchannels", in *Heat Transfer Engineering*, vol. 32, no. 7-8, pp. 527-541, 2011.]
8. **Advanced** Micro-Heat Exchangers for High Heat Flux / C.-Y. Yang, et al. // *Heat Transfer Engineering*. 2007. Vol. 28, no. 8-9. Pp. 788-794. [C.-Y. Yang, et al., "Advanced Micro-Heat Exchangers for High Heat Flux", in *Heat Transfer Engineering*, vol. 28, no. 8-9, pp. 788-794, 2007.]
9. **Nonino C., Giudice S. D., Savino S.** Temperature-Dependent Viscosity and Viscous Dissipation Effects in Microchannel Flows With Uniform Wall Heat Flux // *Heat Transfer Engineering*. 2010. Vol. 31, no. 8. Pp. 682-691. [C. Nonino, S. D. Giudice, S. Savino, "Temperature-Dependent Viscosity and Viscous Dissipation Effects in Microchannel Flows With Uniform Wall Heat Flux", in *Heat Transfer Engineering*, vol. 31, no. 8, pp. 682-691, 2010.]
10. **Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш.** Влияние температуры на динамику течения жидкости в технических системах с жиклерами // Труды Института механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН. 2016. Т. 11, № 1. С. 1–9. [I. Sh. Nasibullayev, E. Sh. Nasibullaeva, "The effect of temperature on the fluid flow dynamics in technical systems with jets", (in Russian), in *Trudy Instituta mekhaniki im. R. R. Mavlyutova UFICz RAN*, vol. 11, no. 1, pp. 1-9, 2016.]
11. **Насибуллаев И. Ш., Даринцев О. В.** Компьютерное двумерное моделирование системы жидкостного охлаждения микрозахвата // Вычислительные технологии. 2021. Т. 26, № 2. С. 4–20. [I. Sh. Nasibullayev, O. V. Darintsev, "Computer 2D modelling of a micro-grip fluid cooling system", (in Russian), in *Vychislitelnye tekhnologii*, vol. 26, no. 2, pp. 4-20, 2021.]
12. **Даринцев О. В., Мигранов А. Б.** Капиллярный микрозахват с обратной связью // Патент № 2261795. Опубл. 10.10.2005. Бюл. № 28. [O. V. Darintsev, A. B. Migranov, "Capillary micro-grip with feedback", Patent RF 2261795, 2005.]
13. **Laser D. J., Santiago J. G.** A Review of Micro Pumps // *Journal of Micromechanics and Microengineering*. 2004. Vol. 14, No. 6. Pp. R35-R64. [D. J. Laser, J. G. Santiago, "A Review of Micro Pumps", in *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 14, no. 6, pp. R35-R64, 2004.]
14. **Bruus H.** Theoretical microfluidics. Lecture notes, third edition. MIC Department of Micro and Nanotechnology Technical University of Denmark, 2006. 247 p. [H. Bruus, *Theoretical microfluidics. Lecture notes, third edition*. MIC Department of Micro and Nanotechnology Technical University of Denmark, 2006.]
15. **Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш.** Течение жидкости через гидросопротивление с динамически изменяемой геометрией // Труды Института механики им. Р. Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2017. Т. 12, № 1. С. 59–66. [I. Sh. Nasibullayev, E. Sh. Nasibullaeva, "Fluid flow through the hydraulic resistance with a dynamically variable geometry", (in Russian), in *Trudy Instituta mekhaniki im. R. R. Mavlyutova UNCz RAN*, vol. 12, no. 1, pp. 59-66, 2017.]
16. **Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш., Даринцев О. В.** Изучение течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом канал // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 3. С. 1–10. [I. Sh. Nasibullayev, E. Sh. Nasibullaeva, O. V. Darintsev, "Study of fluid flow through a channel deformed by piezoelement", (in Russian), in *Mnogofaznye sistemy*, vol. 13, no. 3, pp. 1-10, 2018.]
17. **Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш., Даринцев О. В.** Моделирование течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом эластичный микроканал системы охлаждения микрозахвата // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 12. С. 740–750. [I. Sh. Nasibullayev, E. Sh. Nasibullaeva, O. V. Darintsev, "Simulation of fluid flow through a elastic microchannel deformed by a piezoelement in microgrip cooling systems", (in Russian), in *Mekhatronika, avtomatizaciya, upravlenie*, vol. 20, no. 12, pp. 740-750, 2019.]
18. **Piezoelectric** Micropumps for Microrobotics: Operating Modes Simulating and Analysis of the Main Parameters of the Fluid Flow Generation / I. Sh. Nasibullayev, et al. // *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer, 2021. Vol. 187. Pp. 525-536. [I. Sh. Nasibullayev, et al., "Piezoelectric Micropumps for Microrobotics: Operating Modes Simulating and Analysis of the Main Parameters of the Fluid Flow Generation", in *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. Smart Innovation, Systems and Technologies, vol. 187, pp. 525–536, 2021.]
19. **Насибуллаев И. Ш., Даринцев О. В.** Двумерная динамическая модель взаимодействия жидкости и пьезоэлектрического привода с поперечным изгибом в плоском канале // Многофазные системы. 2019. Т. 14, № 4. С. 220–232. [I. Sh. Nasibullayev, O. V. Darintsev, "Two-dimensional dynamic model of the interaction of a fluid and a piezoelectric bending actuator in a plane channel", (in Russian), in *Mnogofaznye sistemy*, vol. 14, no. 4, pp. 220-232, 2019.]

20. **Насибуллаев И. Ш.** Разработка компьютерной модели основного элемента агрегата дозирования топлива // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 2. С. 26–41. [I.Sh. Nasibullayev, "The development of a computer model for the main element of the fuel metering unit", (in Russian), in *Vychislitelnye tekhnologii*, vol. 21, no. 2, pp. 26-41, 2016.]
21. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с. [L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics. Vol. 6. Hydrodynamics*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1987.]
22. **Сивухин Д. В.** Общий курс физики: термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. 345 с. [D. V. Sivukhin, *General physics course: thermodynamics and molecular physics*, (in Russian). Moscow: Fizmatlit, 2006.]
23. **Hecht F.** New development in FreeFem++ // J. of Numer. Math. 2012. Vol. 20, no. 3-4. Pp. 251-265. [F. Hecht, "New development in FreeFem++", in *J. of Numer. Math.*, vol. 20, no. 3-4, pp. 251-265, 2012.]
24. **ГОСТ 15527-2004.** Сплавы медно-цинковые (латуни), обрабатываемые давлением. М.: ИПК Издательство стандартов, 2004. 7 с. [*Pressure treated copper zinc alloys (brasses)*, (in Russian), Federal standard 15527-2004, Moscow, IPK Izdatelstvo standartov, 2004.]
25. **Шляхин П. Н., Бершадский М. Л.** Краткий справочник по паротурбинным установкам. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. 128 с. [P. N. Shlyakhin, M. L. Bershadsky, *A short guide to steam turbine installations*, (in Russian). Moscow-Leningrad: Gosenergoizdat, 1961.]
26. **Handbook of Linear Algebra.** 2nd Edition / L. Hogben (ed.). New York: CRC Press, 2014. 1904 p. [L. Hogben (ed.), *Handbook of Linear Algebra, 2nd Edition*. New York: CRC Press, 2014.]
27. **Волков А. И., Жарский И. М.** Большой химический справочник. Мн.: Современная школа, 2005. 608 с. [A. I. Volkov, I. M. Zharskiy, *Big chemical reference book*, (in Russian). Minsk: Sovremennaya shkola, 2005.]
28. **Тихонов А. Н., Самарский А.А.** Уравнения математической физики: учебник для вузов. 7-е изд. Москва: Наука, 2004. 798 с. [A. N. Tikhonov, A. A. Samarsky, *Equations of mathematical physics: textbook for universities, 7th ed.*, (in Russian). Moscow: Nauka, 2004.]
29. **Riffat S. B., Ma X.** Thermoelectrics: a review of present and potential applications // Applied Thermal Engineering. 2003. Vol. 23, Iss. 8. Pp. 913-935. [S. B. Riffat, X. Ma, "Thermoelectrics: a review of present and potential applications", in *Applied Thermal Engineering*, vol. 23, iss. 8, pp. 913-935, 2003.]

ОБ АВТОРЕ

НАСИБУЛЛАЕВ Ильдар Шамилевич, ст. науч. сотр. лаборатории «Робототехника и управление в технических системах». Дипл. физик (БашГУ, 2000). Канд. физ.-мат. наук (ИФМК УФИЦ РАН, 2005). Иссл. в обл. математического и компьютерного моделирования.

METADATA

Title: Analytical analysis of operating mode switching in a 2D model of a fluid cooling system of the micro-gripper.

Author: I. Sh. Nasibullayev

Affiliation: Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRC RAS, Russia

Email: sp.ishn@gmail.com

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 25, no. 3 (93), pp. 120-131, 2021. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: In this work, a mathematical and computer study of the fluid cooling system of a capillary micro-gripper is carried out. Mathematical models of the fluid flow through the micro-gripper chamber, the heating of the radiator by the hot side of the Peltier element, and the heat transfer from the fluid radiator are constructed. The following values were determined: the maximum temperature established on the radiator and the time for the cooling system to reach the operating mode. Based on the results of numerical calculations, one-parameter analytical approximations were constructed for the dependence of the radiator temperature on time, as well as the duration of switching the operating mode.

Key words: hydrodynamics; thermal conductivity; micro-gripper; least square method; finite element method; FreeFem++.

About author:

NASIBULLAYEV, Ildar Shamilevich, Senior researcher of Laboratory "Robotics and Control in Technical Systems". Dipl. Physics (BSU, 2000). Cand. of Phys. and Math. Sci. (IMCP UFRC RAS, 2005). Research in mathematical and computer simulations.