

УДК 532.5.032

К РАСЧЕТУ МЕСТНОГО ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КАНАЛА ПРИ ВНЕШНЕМ НАГРЕВЕ

А. Д. НИЗАМОВА¹, В. Н. КИРЕЕВ², С. Ф. УРМАНЧЕЕВ³

¹ adeshka@yandex.ru, ² kireev@anrb.ru, ³ said@anrb.ru

^{1,3} Институт механики им. Р. Р. Мавлютова – обособленное структурное подразделение
ФГБНУ Уфимского федерального исследовательского центра РАН (ИМех УФИЦ РАН)

² ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет» (БашГУ)

Поступила в редакцию 16.04.2021

Аннотация. Предлагается уточненный подход к расчету коэффициента местного гидравлического сопротивления течению вязкой жидкости в плоском канале со ступенчатым сужением при внешнем тепловом воздействии. Достаточно интенсивный нагрев или охлаждение приводит к необходимости учета изменения вязкости жидкости в зависимости от температуры. Таким образом, на изменение структуры потока при переходе из более широкой части канала в более узкую накладывается неоднородность распределения вязкости, что в итоге приводит к изменению гидравлического сопротивления. Для оценки влияния температурного фактора на основе результатов численных исследований построены зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от параметра термовязкости для различных величин участка нагрева.

Ключевые слова: гидравлическое сопротивление; формула Вейсбаха; параметр термовязкости; локальное тепловое воздействие; численное моделирование; модифицированные уравнения Навье – Стокса; уравнение конвективной теплопроводности; теплообмен; метод конечных объемов.

ВВЕДЕНИЕ

Всевозможные конструктивные особенности каналов и трубопроводов, связанные с поворотом оси, расширением или сужением их поперечного сечения, оказывают сопротивление потоку и приводят к потере напора. Вообще говоря, с физической точки зрения причиной потерь при течении жидкости является вязкое трение, а потери напора при местных гидравлических сопротивлениях для жидкостей с постоянной вязкостью определяются, например, формулой Вейсбаха [1]. Однако в технических системах довольно часто приходится иметь дело с теплообменом на стенках каналов, сопровождающим течение жидкостей и газов. Прежде всего, это относится к теплообменникам, которые и предназначены для охлаждения или нагрева рабочей среды. Кроме того, теплообменные процессы играют значительную роль для прогнозирования характера экструзивного истечения магмы и растекания лавовых потоков при изучении вулканической деятельности.

При этом хорошо известно, что физические свойства жидкостей и газов зависят от температуры. В частности, для термовязких сред зависимость вязкости от температуры во многих случаях можно представить в виде экспоненты с отрицательным показателем степени.

Разумеется, наличие местных гидравлических сопротивлений требует модификации методов расчета потери напора в зависимости от распределения температуры и связанной с ней

вязкости, так как классические формулы при этом, строго говоря, неприменимы. Очевидно, что при течении обычных жидкостей, вязкость которых изменяется в соответствии с аррениусовской зависимостью, нагрев, например, области изменения сечения будет приводить к снижению местных потерь, а охлаждение – к их увеличению. В этих случаях для определения коэффициента местного гидравлического сопротивления необходимо проведение экспериментальных исследований с учетом влияния температуры [2, 3]. К решению данного вопроса можно подойти и основываясь на методах математического моделирования с использованием численных расчетов.

Таким образом, расчет распределения гидродинамических параметров по потоку связан с решением полной системы уравнений, описывающей течение вязкой жидкости и включающей уравнения неразрывности, движения среды и уравнение теплопроводности с учетом зависимости вязкости, а также других коэффициентов переноса от температуры [4–7].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая модель течения термовязкой жидкости в канале со ступенчатым изменением сечения подробно описана в работе [7] и состоит из условия несжимаемости, уравнений Навье – Стокса, в которых учтена зависимость вязкости от температуры и конвективной теплопроводности:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \\ \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(T) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu(T) \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(T) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu(T) \frac{\partial v}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \end{cases}$$

где u, v – компоненты скорости; p – давление; $\mu(T)$ – вязкость жидкости; T – температура, α – коэффициент температуропроводности; ρ – плотность.

В настоящей модели учитывается, что динамическая вязкость является функцией температуры, а плотность жидкости, ее теплоемкость и теплопроводность считаются постоянными.

Введем безразмерные величины следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \frac{x}{H_m}, \hat{y} = \frac{y}{H_m}, \hat{t} = \frac{u_m t}{H_m}, \hat{p} = \frac{p}{\rho u_m^2}, \hat{u} = \frac{u}{u_m}, \\ \hat{v} &= \frac{v}{u_m}, \hat{T} = 2 \cdot \frac{T - T_C}{T_m}, \hat{\mu} = \frac{\mu}{\mu_m}, \end{aligned}$$

где H_m, u_m, T_m, μ_m – характерные длина, скорость, температура и вязкость:

$$H_m = \frac{H}{2}, u_m = \frac{H^2}{8\mu_m} \cdot \frac{\Delta P}{L}, T_m = T_H - T_C.$$

Систему уравнений перепишем относительно безразмерных величин и получим:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(T) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu(T) \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right], \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(T) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu(T) \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right], \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \end{cases}$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} u(x, 1, t) = u(x, -1, t) = 0, \quad u(x, y_{up}, t) = u(x, y_{low}, t) = 0, \\ v(x, 1, t) = v(x, -1, t) = 0, \quad v(x, y_{up}, t) = v(x, y_{low}, t) = 0, \\ p(0, y, t) = P_{in}, \quad p(L, y, t) = P_{out}, \\ T(x, -1, t) = T_3, \quad T(x, 1, t) = T_1, \quad T(x, y_{low}, t) = T_4, \quad T(x, y_{up}, t) = T_2, \end{aligned}$$

где Re , Pe – числа Рейнольдса и Пекле.

Рассмотрена задача о втекании относительно холодной термовязкой жидкости из широкой части плоского канала в узкую (рис. 1). На определенном участке стенок канала поддерживалась более высокая температура, способствовавшая локальному нагреву жидкости. Также была рассмотрена задача с нагревом стенок по всей длине канала. Течение жидкости происходило под действием заданного перепада давления $\Delta P = P_{in} - P_{out}$, а зависимость вязкости от температуры задана формулой: $\mu_E = e^{-\alpha_E T}$ (рис. 2), где α_E – показатель термовязкости.

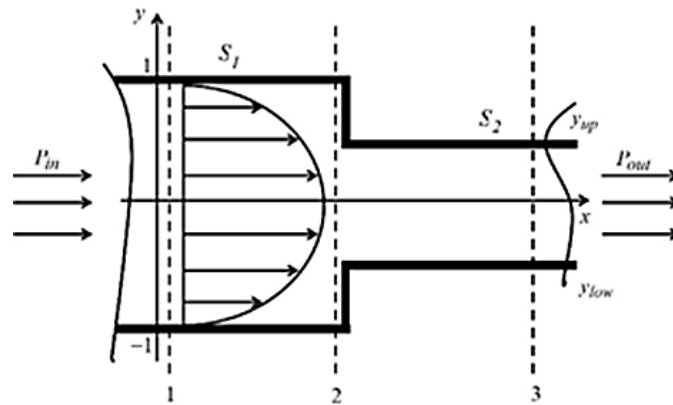


Рис. 1. Схема течения жидкости

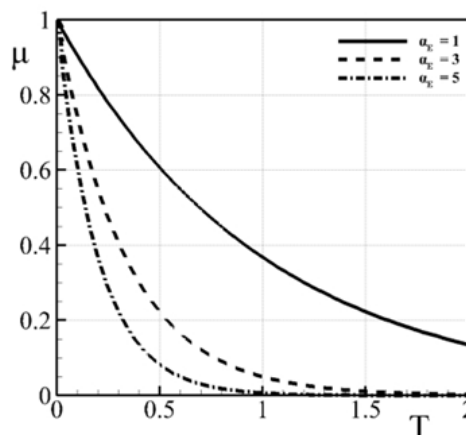


Рис. 2. Зависимость вязкости от температуры

Для оценки коэффициента потерь напора при внезапном сужении ξ используется эмпирическая формула, предложенная И. Е. Идельчиком [1], которая учитывает соотношение площадей после сужения S_2 и до него S_1 :

$$\xi = 0,5(1 - S_2/S_1).$$

Потеря напора при этом определяется по формуле Вейсбаха:

$$h = \xi \frac{u_1^2}{2g},$$

которую можно переписать относительно потери давления:

$$\Delta p = \xi \frac{\rho u_1^2}{2g},$$

где u_1^2 – средняя скорость на выходе, g – ускорение свободного падения.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Уравнения математической модели численно реализованы с помощью компьютерного кода на основе метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE [8].

В качестве предварительного исследования рассмотрена задача о влиянии характера теплового воздействия на течение термовязкой жидкости в гладком канале под действием одинакового перепада давления. Результат, приведенный на рис. 3, наглядно демонстрирует тот факт, что расход жидкости определяется распределенным гидравлическим сопротивлением канала в пристеночной области. Если поддерживать на стенках более низкую температуру, то, в соответствии с рис. 2 (линия 1), вязкость жидкости в пристеночной области будет высокой и, несмотря на высокую температуру втекающей жидкости, значения продольной скорости по указанным сечениям канала будут невысокими. Напротив, если на стенках канала поддерживать высокую температуру, то даже холодная жидкость будет течь с достаточно высокой скоростью (линия 2). На рис. 3 можно обратить внимание на явное отклонение профилей продольной скорости при течении термовязкой жидкости от пуазейлевского профиля. Очевидно, что после полного прогревания или охлаждения всего сечения канала профили скорости приобретут параболический (пуазейлевский) вид.

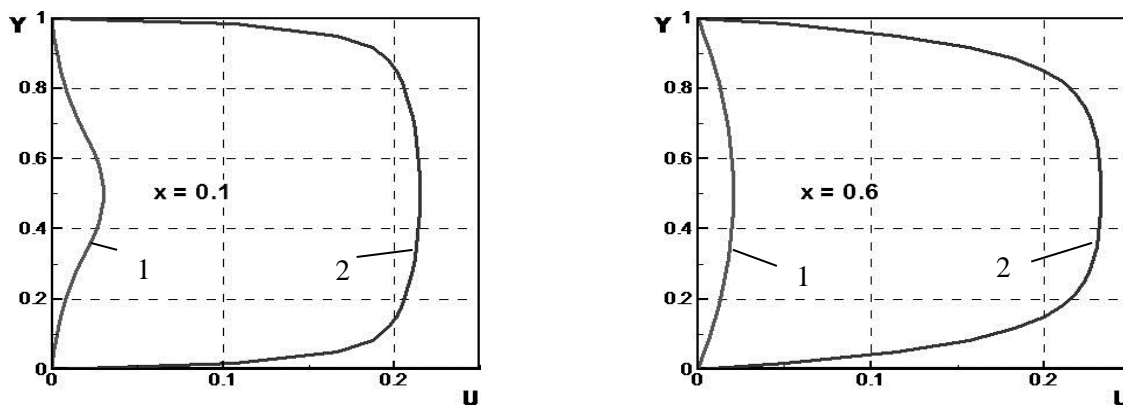


Рис. 3. Распределения продольной скорости в двух сечениях прямолинейного канала при течении термовязкой жидкости:

линия 1 – горячая жидкость втекает в охлаждаемый канал, линия 2 – холодная жидкость втекает в нагреваемый канал

Далее было исследовано течение в составном канале, состоящем из двух частей различного поперечного сечения (см. рис. 1). В качестве примера на рис. 4 приведены профили продольной скорости для изотермического и неизотермического случая для различных сечений, показанные на рис. 1 пунктирными линиями. Здесь считалось, что втекает холодная

жидкость, а на стенках канала поддерживалась высокая температура. Безразмерный показатель термовязкости в неизотермическом случае принимался $\alpha_E = 5$.

Распределение продольной скорости, соответствующее второму сечению, находящемуся в непосредственной близости от узкой части канала отчетливо демонстрирует деформацию профиля скорости при вытекании жидкости из широкой части канала. Также, стоит отметить, что на верхних рисунках изображен равномерный нагрев стенок канала, а на нижних – нагрев только верхней стенки канала.

Профиль продольной скорости в рассмотренном сечении узкой части канала показывает, что учет термовязких свойств жидкости при тепловом воздействии приводит к возрастанию расхода приблизительно на 10 %. При рассмотрении несимметричного нагрева плоского канала возрастание расхода ожидаемо снизится вдвое.

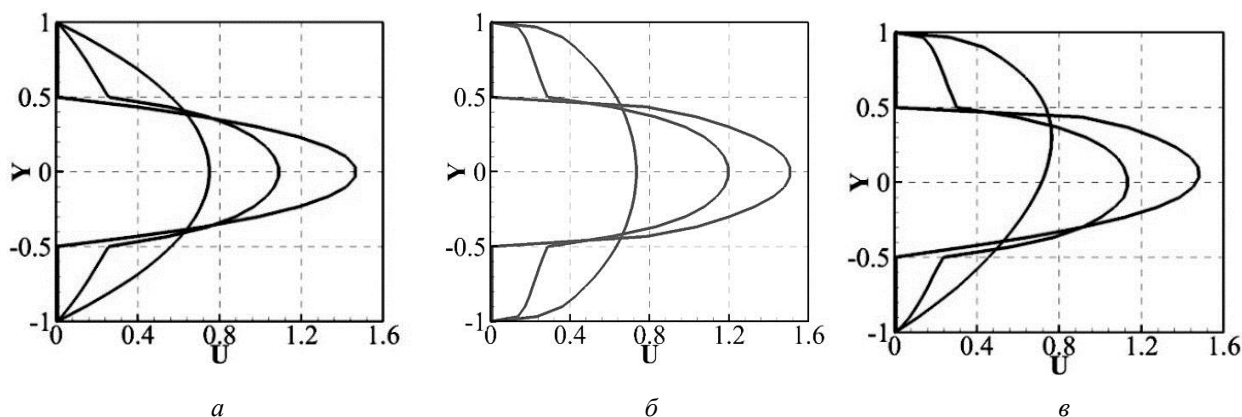


Рис. 4. Распределения продольной скорости в различных сечениях канала со ступенчатым сужением: *а* – вязкость постоянна; *б* – показатель термовязкости $\alpha_E = 5$ с нагревом верхней и нижней стенки канала; *в* – показатель термовязкости $\alpha_E = 5$ с нагревом верхней стенки канала

После выполнения многочисленных расчетов были построены интегральные зависимости. На рис. 5 представлены кривые изменения коэффициента гидравлического сопротивления от относительной длины нагреваемого участка канала. Каждая кривая соответствует определенному показателю термовязкости. Для жидкостей с большим значением показателя термовязкости изменение коэффициента гидравлического сопротивления с увеличением размера области нагрева происходит более интенсивно, но, начиная с некоторой длины, переходит в плавную кривую. В конечном итоге, при симметричном тепловом воздействии по всей длине стенок канала получены значения указанного коэффициента в зависимости от показателя термовязкости.

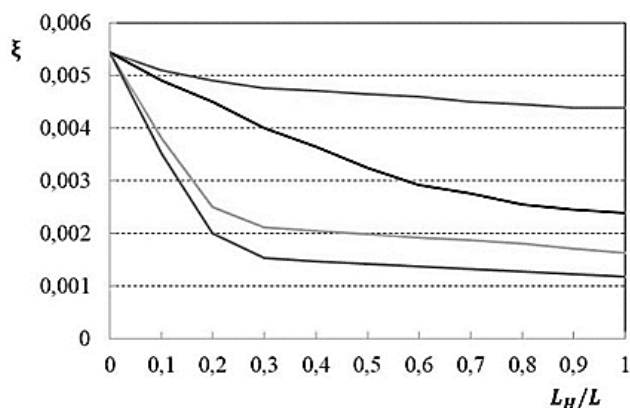


Рис. 5. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от отношения длины нагреваемого участка L_H к длине канала L для различных значений термовязкости (кривые сверху вниз): $\alpha_E = 0,25$; $\alpha_E = 0,5$; $\alpha_E = 1$; $\alpha_E = 2,5$

Возможно более интересным представлением результатов численных исследований являются зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от параметра термовязкости при различных размерах области нагрева (рис. 6).

На рис. 6 приведены области значений коэффициента гидравлического сопротивления термовязкой жидкости и сравнение с его значением при постоянной температуре. Полученные результаты дают представление о характере изменения этого коэффициента при различных способах нагрева жидкостей с экспоненциальной зависимостью вязкости от температуры и могут служить в качестве оценочной номограммы.

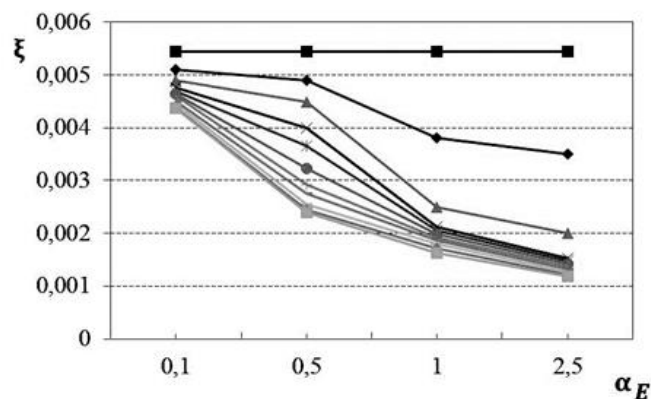


Рис. 6. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от параметра термовязкости для различных размеров областей нагрева канала L_H (сверху – 0 и вниз с шагом 0,1 до 1)

На рис. 7 показано влияние температурного фактора на коэффициент гидравлического сопротивления при полностью нагреваемом канале $\alpha_E = 5$ (кривая 1), при локальном нагреве (кривая 2) и при постоянной вязкости (кривая 3). По полученным результатам видно, что учет зависимости вязкости от температуры в рассмотренном диапазоне степени сужения ($\tilde{s} = S_2/S_1$) оказывает значительное влияние на гидравлическое сопротивление.

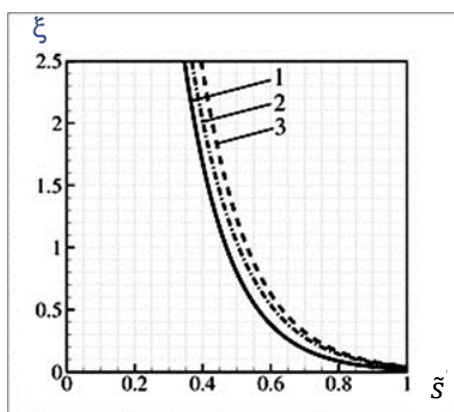


Рис. 7. Влияние температурного фактора на коэффициент гидравлического сопротивления при $\alpha_E = 5$: полностью нагреваемый канал (1) и локальный нагрев (2); $\alpha_E = 0$ (3) – вязкость не зависит от температуры

Для более полного понимания смысла и важности приведенных результатов на рис. 8 показаны зависимости изменения относительной разности коэффициента гидравлического сопротивления между его значениями в случае течения жидкости с постоянной вязкостью и значениями, в случае, когда вязкость экспоненциально убывает с ростом температуры.

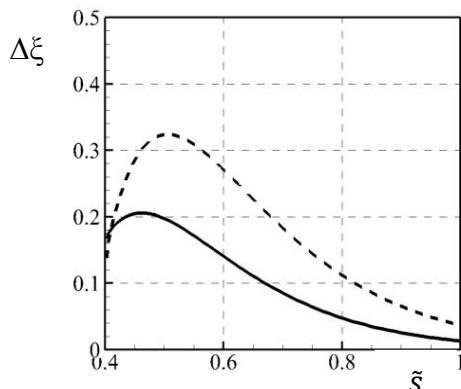


Рис. 8. Кривые разности значений коэффициента местного гидравлического сопротивления между жидкостью с постоянной вязкостью и термовязкой жидкостью при следующих параметрах:
 $\alpha_E = 10, T_1 = 0, T_2 = 2,0$ (сплошная); $\alpha_E = 10, T_1 = T_2 = 2,0$ (пунктирная)

Сплошная линия на рис. 8 соответствует расчету, когда нагреву подвергалась только узкая часть канала, а пунктирная линия – это вся поверхность канала. Значения относительных разностей коэффициента местного сопротивления построены в зависимости от величины степени сужения. Из представленных графиков следует, что в диапазоне изменения величины степени сужения ξ от 0,4 до 0,8 влияние температурного фактора может превышать 30 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты расчетов наглядно продемонстрировали влияние градиента температуры на изменение величины гидравлического сопротивления при течении термовязкой жидкости. Установлено, что свойства жидкости, определяемые показателем экспоненты в зависимости вязкости от температуры, также вносят значимый вклад в итоговое значение коэффициента гидравлического сопротивления. На основе анализа графических зависимостей, приведенных на представленных рисунках, можно количественно оценить вклад показателя термовязкости в изменение указанного коэффициента. Следует отметить, что в настоящей статье рассматривался случай нагреваемых стенок канала, с чем и связано уменьшение величины гидравлического сопротивления при решении задачи о влиянии на него температурного фактора. Если рассмотреть задачу для случая охлаждаемых стенок, то, очевидно, мы будем иметь дело с увеличением гидравлического сопротивления.

Таким образом, при течении термовязких жидкостей в каналах теплообменников, содержащих местные сопротивления, необходим учет взаимного влияния градиента температурного поля и числовых характеристик зависимости вязкости от температуры при расчете коэффициента гидравлического сопротивления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Идельчик И. Е.** Гидравлические сопротивления. Физико-химические основы. М.: Государственное энергетическое издательство, 1954. 351 с. [I. E. Idelchik, *Hydraulic resistance. Physicochemical bases*, (in Russian). Moscow: Gosudarstvennoe energeticheskoe izdadelstvo, 1954.]
2. **Альтшуль А. Д.** Гидравлические сопротивления. М.: Недра, 1982. 224 с. [A. D. Altshul, *Hydraulic resistances*, (in Russian). Moscow: Nedra, 1982.]
3. **Справочник** по расчетам гидравлических и вентиляционных систем / А. С. Юрьев [и др.] // СПб.: Мир и семья, 2001. 1154 с. [A. S. Yuriev, et al., *Hydraulic and Ventilation Calculation Handbook*, (in Russian). St. Petersburg: Mir i semya, 2001.]
4. **Деменок С. Л.** Теплообмен и гидравлическое сопротивление в трубах и каналах: монография. СПб.: Н-Пром Бюро, 2012. 285 с. [S. L. Demenok, *Heat transfer and hydraulic resistance in pipes and ducts: monograph*, (in Russian). St. Petersburg: N-Prom Buro, 2012.]
5. **Урманчев С. Ф., Киреев В. Н.** О влиянии температурной зависимости вязкости на течение жидкости // Нефтегазовое дело. 2004. № 2. С. 287–295. [S. F. Urmanceev, V. N. Kireev, "On the influence of the temperature dependence of viscosity on fluid flow", (in Russian), in *Neftegazovoe delo*, no. 2, pp. 287-295, 2004.]

6. **Uрманчеев С. Ф., Киреев В. Н.** The transient flow of liquid with non-monotonous temperature dependent viscosity in a plane channel // AIP Conference Proceedings. 2017. Vol. 1906. P. 200009. [S. F. Uрманчеев, V. N. Kireev, "The transient flow of liquid with non-monotonous temperature dependent viscosity in a plane channel", in *AIP Conference Proceedings*, vol. 1906, p. 200009, 2017.]

7. **Киреев В. Н., Низамова А. Д., Урманчеев С. Ф.** The hydraulic resistance of thermoviscous liquid flow in a plane channel with a variable cross-section // IOP Conf. Series. Journal of Physics: Conf. Series. 2019. Vol. 1158, Iss. 3. Article number 032014. DOI: 10.1088/1742-6596/1158/3/032014. [V. N. Kireev, A. D. Nizamova, S. F. Uрманчеев, "The hydraulic resistance of thermoviscous liquid flow in a plane channel with a variable cross-section", in *IOP Conf. Series. Journal of Physics: Conf. Series*, vol. 1158, Iss. 3, article number 032014, 2019. DOI: 10.1088/1742-6596/1158/3/032014.]

8. **Patankar S.** Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York: Hemishere Publishing Corporation, 1980. 199 p. [S. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Hemishere Publishing Corporation, 1980.]

ОБ АВТОРАХ

НИЗАМОВА Аделина Димовна, науч. сотр. Дипл. матем., сист. программист (УГАТУ, 2012). Канд. физ.-мат. наук по механике жидкости, газа и плазмы.

КИРЕЕВ Виктор Николаевич, доц. каф. прикладной физики. Дипл. математик (БГУ, 1997). Канд. физ.-мат. наук по теплофизике и теор. теплотехн. Численное моделирование динамики дисперсных и аномально термовязких сред.

УРМАНЧЕЕВ Саид Федорович, гл. науч. сотр. Дипл. инж.-иссл. (МЭИ, 1975). Д-р физ.-мат. наук по механике жидкости, газа и плазмы. Иссл. в обл. механики многофазных систем, волновых процессов в пористых средах, термогидродинамики, матем. моделировании технологических процессов.

METADATA

Title: To the calculation of the channel local hydraulic resistance with external heating.

Authors: A. D. Nizamova¹, V. N. Kireev², S. F. Uрманчеев³

Affiliation:

^{1,3} Mavlutov Institute of Mechanics of RAS, Ufa Investigation Center (IMech RAS), Russia.

² Bashkir State University, Russia.

Email: ¹adeshka@yandex.ru, ²kireev@anrb.ru, ³said@anrb.ru

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 25, no. 3 (93), pp. 34-41, 2021. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: In this paper, we propose a refined approach to calculating the hydraulic resistance to the flow of a viscous fluid in a flat channel with a stepwise narrowing under an external local thermal effect. Sufficiently intense heating or cooling leads to the need to take into account the change in fluid viscosity depending on temperature. Thus, the change in the flow structure during the transition from a wider part of the channel to a narrower one is superimposed on the inhomogeneity of the viscosity distribution, which ultimately leads to a change in the hydraulic resistance. As a result of numerical studies, the dependences of the hydraulic resistance coefficient on the thermal viscosity parameter for various linear dimensions of the heating section were constructed.

Key words: hydraulic resistance; Weisbach's formula; thermal viscosity parameter; local thermal effect; numerical simulation; modified Navier – Stokes equations; convective heat conduction equation; heat transfer; finite volume method.

About authors:

NIZAMOVA, Adelina Dimovna, Dipl. Math. and syst. programmer (USATU, 2012). Cand. of Phys. And Math. Sci. (BSU, 2019).

KIREEV, Victor Nikolaevich, Dipl. Math. (BSU, 1997). Cand. of Phys. and Math. Sci. (BSU, 2004).

URMANCHEEV, Said Fedorovich, Research Engineer (MPEI, 1975). Dr. of Phys. and Math. Sci. (BSU, 2004).