

УДК 681.5

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ САМОЛЁТА

П. В. ПЕТРОВ¹, В. А. ЦЕЛИЩЕВ², В. А. КУДЕРКО³

¹pgl.petrov@mail.ru, ²pgl.ugatu@mail.ru, ³dm_kuderko@mail.ru

^{1,2} ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» (УУНИТ)

³ Центр проектирования АО «Технодинамика»

Поступила в редакцию 07.04.2023

Аннотация. В настоящее время разработка систем автоматического регулирования, в основном, осуществляется линейными методами. Предпосылкой к этому является выработанная многими десятилетиями стройная теория линейно-аналитических методов, со своим собственным математическим аппаратом и программным обеспечением. Анализ точности, устойчивости, управляемости и дальнейший синтез линейных систем выполняется удивительно просто и наглядно. Вместе с тем, линеаризация предполагает громоздкие математические преобразования, которые могут привести к трудно интерпретируемым результатам. Кроме того, линеаризация неприменима при больших воздействиях, в случае нестационарных систем и существенных нелинейностях. Развитие общей теории численного эксперимента и, параллельно с этим, аппаратной части и программного обеспечения ЭВМ позволяют анализировать системы без линеаризации, эту же информацию и в более достоверном виде можно получить непосредственно из численного исследования систем. А некоторые, например, точность, можно получить аналитически из тех же дифференциальных уравнений. В ниже приведенном материале на примере типичной задачи показано, как с помощью исходных дифференциальных уравнений выполняется анализ точности, устойчивости и управляемости, не прибегая к помощи аналитических методов.

Ключевые слова: системы автоматики; линеаризация; численные исследования; гидроавтоматика; математическая модель; статический режим; динамическая модель; допущения; безразмерные параметры; верификация; численный эксперимент.

ВВЕДЕНИЕ

Линейные методы исследования оказались необычайно удобными, наглядными и универсальными. Наибольшее распространение в САР получили методы частотных характеристик, корневого годографа и переменных состояния [1]. Создание и внедрение в практику проектирования пакетов прикладных программ *SimuLinc*, *VisSim* и, особенно, *Control System* позволили автоматизировать не только анализ, но и некоторые процедуры синтеза и придали линейным методам завершенный характер.

Однако в ряде случаев, например, при проектировании исполнительных гидромеханических устройств, использование приближенных линейных методов приводит к большим неудобствам [2]. Проектировщики не могут проверить воздействие многих параметров, например, нелинейных, на характеристики проектируемых устройств, оставляя это на этап доводки. Совершенствование теории численного эксперимента привели к существенному прогрессу в части решения дифференциальных уравнений; теперь даже не очень опытный пользователь с использованием пакетов прикладных программ компьютерной математики может решать задачи, которые ранее были доступны лишь опытным программистам. И хотя численные методы не так универсальны и не столь удобны, как аналитические, они позволяют не только выполнить такой же анализ точности, устойчивости и управляемости систем

регулирования, но и провести более детальное исследование с целью достижения максимальной эффективности. Доказательству этого положения посвящена настоящая статья.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Некоторые характеристики системы, например, точность и чувствительность к вариациям параметров, можно получить в аналитическом виде из тех же дифференциальных уравнений. Для этого в системе дифференциальных уравнений все производные полагаются равными нулю, вследствие чего, она обращается в систему алгебраических уравнений. Эти уравнения связывают начальные или конечные значения параметров, в зависимости от наличия или отсутствия внешних воздействий. Решение алгебраических уравнений позволяет определить точность и характеристики чувствительности.

Так как устойчивость и управляемость систем регулирования непосредственно из нелинейных дифференциальных уравнений определить не удаётся, то приходится обращаться к численному исследованию [3]. Выполняется серия численных экспериментов по определению качества переходного процесса системы или ключевого элемента. Результаты, по аналогии с линейными исследованиями, представляются в виде зависимостей, определяемых от определяющих комплексов так, что линейная модель подсказывает направления численного исследования и рационального представления его результатов.

В качестве примера рассматривается регулятор частоты вращения, регулятор Уатта, показанный на рис. 1. Не вдаваясь в общеизвестный принцип работы регулятора, рассмотрим особенности формирования уравнений динамики для случая таких задающих воздействий $f_{зад}$, при которых частота вращения ротора двигателя увеличивается. Положительные направления движений, показанные на рис. 1, соответствуют именно этому случаю.

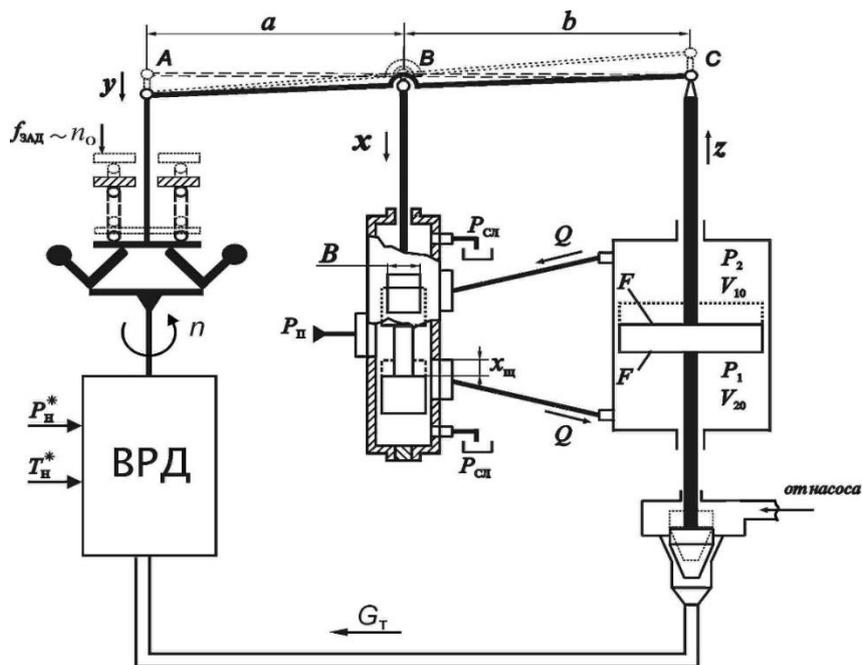


Рис. 1. Гидромеханический регулятор частоты вращения

Возмущающие воздействия, например, изменение температуры и давления окружающей среды, прикладываются к объекту регулирования – двигателю. Принимая обычные допущения (параметры сосредоточены, жидкость – неразрывна, кинематические устройства и соединения – абсолютно жесткие, люфты в соединениях отсутствуют, массы грузиков и рычага - малы), составим исходные уравнения динамики системы. Система уравнений включает в себя уравнение движения подвижной части регулятора (поршень и дозирующая игла), уравнения расходов для левой и правой полостей поршня, выражение для ширины щели и уравнение для двигателя:

$$\left[\begin{array}{l}
 m \frac{d^2 z}{dt^2} = (p_1 - p_2)F - k_v \frac{dz}{dt} - R_{z0} - F_C; \\
 \mu B X_{щ} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} = \frac{V_{10} + F \cdot z}{E} \frac{dp_1}{dt} - F \frac{dz}{dt}; \\
 \mu B X_{щ} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} = F \frac{dz}{dt} + \frac{V_{20} - F \cdot z}{E} \frac{dp_2}{dt}; \\
 X_{щ} = X_{щ1} = X_{щ2} \\
 X_{щ} = K_p \cdot K_{чЭ} \cdot (\Delta n_0 - \Delta n) - K_{ос} \Delta z; \\
 T_{дв} \frac{dn}{dt} + \Delta n = K_{дв} \cdot K_{ду} \cdot \Delta z,
 \end{array} \right. \quad (1)$$

где m , V_{10} , V_{20} – соответственно масса дозирующей иглы и начальные объемы жидкости в полостях гидроцилиндра поршня; $R_{ГД}$ – величина гидродинамического сопротивления; p_n , p_1 , p_2 – соответственно давления: питания, первой и второй полостей гидроцилиндра; k_v , F_C – соответственно коэффициенты вязкого и сухого трения поршня; B , $X_{щ}$ – соответственно длина и ширина первой и второй щели золотниковое окна, при условии их равенства; E , ρ , μ – соответственно модуль упругости, плотность и коэффициент расхода жидкости; F – площадь поршня гидроцилиндра; $T_{дв}$ – постоянная времени двигателя;

$K_p = \frac{b}{a+b}$ – коэффициент усиления рычага; $K_{ос} = \frac{a}{a+b}$ – коэффициент обратной связи; $K_{чЭ}$,

$K_{дв}$, $K_{дн}$, $K_{ос}$, – соответственно, коэффициенты усиления: рычага, чувствительного элемента (датчика частоты вращения), двигателя, дозирующей иглы, обратной связи; Δv , Δz , Δn , – соответственно, приращения: скорости перемещения дозирующей иглы, перемещения дозирующей иглы и частоты вращения двигателя; Δn_0 – задающее воздействие.

Типовые процессы, полученные в результате численного интегрирования, показаны на рис. 2. В случае внешних воздействий изменятся уравнение двигателя, которое будет иметь вид:

$T_{дв} \frac{dn}{dt} + \Delta n = k_{дв} (\Delta f_{вн} - k_{ду} \Delta z)$, и выражение для ширины щели $X_{щ}$, которое в общем случае с учётом перекрытия, ограничения и насыщения может иметь сложный вид. В дальнейшем этот вопрос будет рассмотрен подробно.

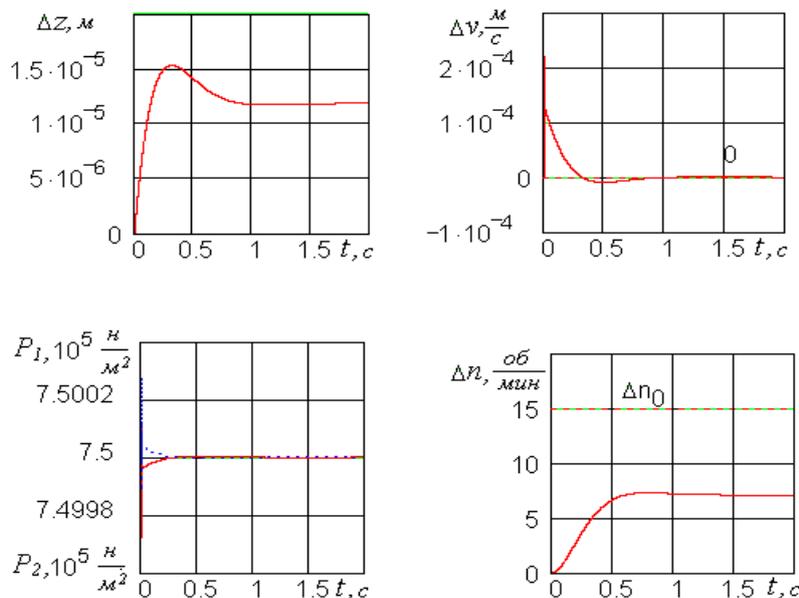


Рис. 2. Типовые процессы системы в случае небольших сигналов управления ($\overline{\Delta n} = 3,5\%$)

После линеаризации анализ этой модели может быть выполнен любым линейным методом: так, система линейных уравнений может быть разрешена с помощью преобразования Лапласа, частотными методами или методами пространства состояний [4]. В любом случае исследование точности, чувствительности, робастности, устойчивости и управляемости такой линейной модели является делом техники. Например, передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{K_{pez}}{T_{\Gamma\Pi}s(T_m^2s^2 + 2\xi T_m s + 1) + k_{oc}} \cdot \frac{k_{\partial s}}{T_{\partial s}s + 1},$$

где $K_{pez} = k_{чз}k_p k_{\partial u}k_{oc}$ - коэффициент усиления регулятора; $T_{\Gamma\Pi} = \frac{F}{\mu b \sqrt{p_n / \rho}}$ - гидравлическая постоянная времени;

$T_m = \sqrt{m/c}$ - механическая постоянная времени; $\xi = \frac{k_v}{2\sqrt{mc}}$ - коэффициент затухания.

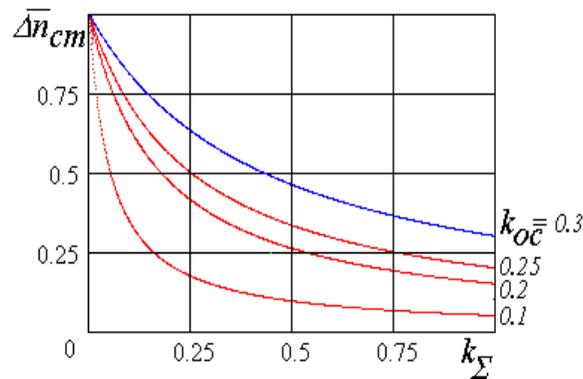


Рис. 3. Статическая ошибка в зависимости от коэффициента усиления

Ошибка системы регулирования в случае внешнего воздействия равна пределу $\Delta n_{cm} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+W} \Delta f_b$. После подстановки выражения передаточной функции при $s \rightarrow 0$ определяется выражение для статической ошибки

$$\Delta n_{cm} = \frac{k_{dv}}{1 + K_{pez} k_{dv}} \Delta f_b \approx \frac{\Delta f_b}{K_{pez}} \quad (2)$$

определена из выражения для коэффициента преобразования

$$K = \frac{\Delta n}{\Delta n_0} = \frac{K_{pez} k_{dv}}{k_{oc} + K_{pez} k_{dv}},$$

$$S_{K_{dv}} = \frac{dK}{dk_{dv}} \frac{k_{dv}}{K} = \frac{1}{1 + K_{pez} k_{dv}} \quad (3)$$

Устойчивость и управляемость системы для такого рода допущений определяются свойствами следящего гидропривода.

Наиболее просто анализ устойчивости гидропривода может быть выполнен с использованием алгебраического критерия [5]. Так характеристическое уравнение и условие устойчивости Гурвица имеют вид:

$$T_c^2 T_{\Gamma\Pi} s^3 + 2\xi T_c T_{\Gamma\Pi} s^2 + T_{\Gamma\Pi} s + k_{oc} = 0, \quad (4)$$

где $\xi \geq \frac{T_c k_{oc}}{2T_{\Gamma\Pi}}$

Управляемость системы можно определить, например, с использованием диаграммы Вышнеградского или корневым методом [1].

Далее покажем, как ту же информацию по точности и чувствительности можно получить непосредственно из исходных уравнений. Для этого все производные в системе уравнений описывающих динамику регулятора, приравниваются к нулю (при $t \rightarrow \infty$) и, из полученной системы алгебраических уравнений, определяется выражение для конечного значения частоты вращения:

$$\Delta n_k = \frac{K_{об} K_{рег}}{1 + K_{об} K_{рег}}, \quad (5)$$

где $K_{рег} = K_{чз} K_p \frac{1}{K_{ос}} K_{оу} = K_{\Sigma} \frac{1}{K_{ос}}$ - коэффициент усиления регулятора.

Статическая ошибка при этом определяется как $\Delta n_{ст} = \Delta n_0 - \Delta n_k$. Чувствительность системы к вариациям коэффициента двигателя, как не трудно убедиться, имеет тот же вид, что и (4). Для определения характеристик устойчивости и управляемости следящего гидропривода выполняется серия численных экспериментов с различным значением коэффициента затухания. Результаты (квадраты и кружки) показаны на рис.4 в форме диаграммы Вышнеградского, в виде зависимостей коэффициента затухания от комплекса $\frac{T_m k_{ос}}{T_{гп}}$. Там же сплошными линиями показаны границы областей единооб-

разных переходных процессов, подсчитанных по линейной модели аналитическим методом. Совпадение, как и следовало, ожидать – идеальное. Таким образом, получена вся информация непосредственно из уравнений, не прибегая к линеаризации.

Важно отметить, что линейный анализ на этом завершается, а численное исследование может и должно быть продолжено. Так на рис.4 крестиками показана граница, разделяющая области неустойчивости и автоколебаний. Эта граница и область автоколебаний имеют место только в случае относительно больших задающих воздействий ($\bar{x} \geq 0,1$). В случае же очень больших воздействий ($\bar{x} \geq 0,5$) и некоторых сочетаниях параметров характер переходного процесса существенно видоизменяется (рис. 5). На начальном этапе появляется участок с почти постоянной скоростью наподобие того, какой бывает при разгоне разомкнутого привода, и далее происходит резкий выход на установившееся значение.

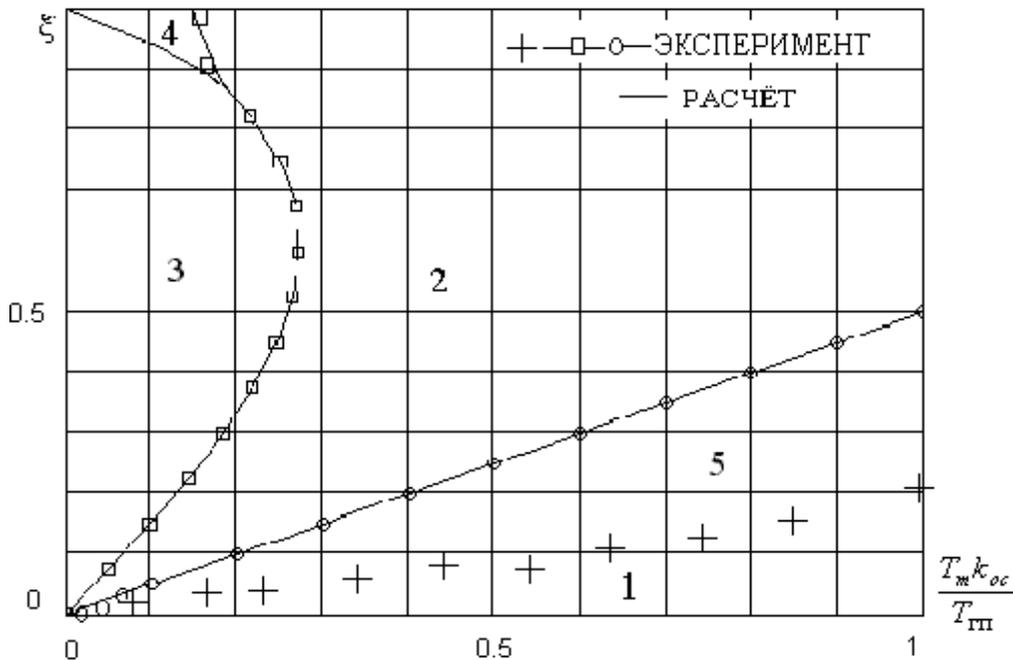


Рис. 4. Динамическая характеристика устойчивости и управляемости следящего гидроусилителя:
 1 – область неустойчивости; 2 – колебательные процессы; 3 – монотонные процессы;
 4 – апериодические процессы; 5 – область автоколебаний

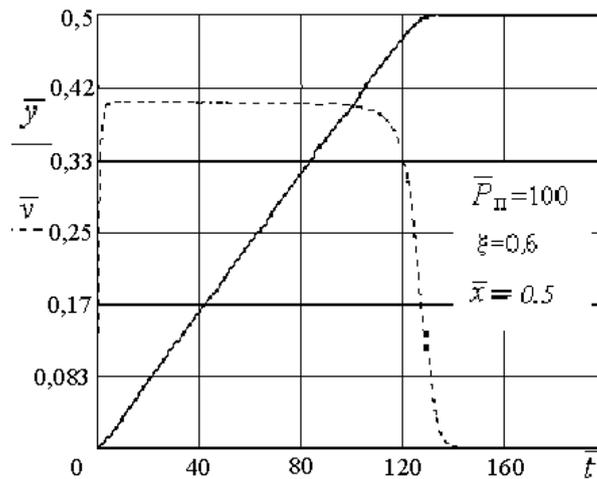


Рис. 5. Переходный процесс при больших сигналах управления

Быстродействие системы (рис. 6) может быть определено, например, как время T_b , определяемое непосредственно из переходного процесса или оцениваться как линейная комбинация характерных постоянных времени: T_m , T_v и $T_{ГП}$, полученных при переходе от первоначальных, к обобщённым переменным [6].

В уравнениях расходов, системы уравнений динамики регулятора, выражение для ширины щели имеет самый простой вид, с учётом начального перекрытия щели $-x_0$ и ограничения перемещения золотника $-x_m$ можно представить в функции пользователя

$$X_{sh}(x) = if(x > x_0, if(x < x_m, x - k_{oc}, x_m), 0).$$

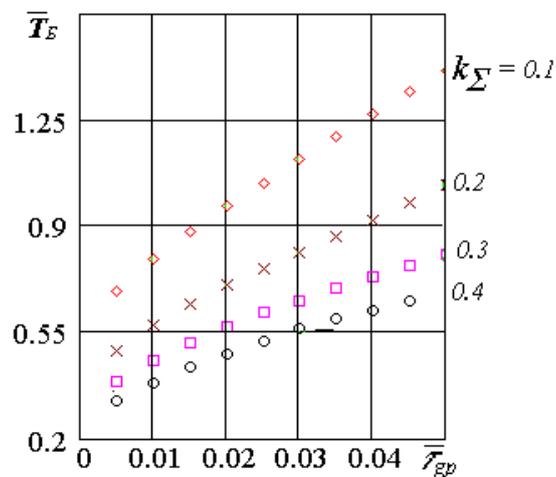


Рис. 6. Быстродействие системы

С учётом этих крайних обстоятельств переходные процессы в случае больших сигналов управления (рис. 7) претерпевают существенные изменения.

Возможности численного анализа в статье продемонстрированы на примере простейшего регулятора; такие же результаты получаются для других регуляторов и систем автоматического регулирования. Особенно ценную информацию численные методы представляют в случае нестационарных и нелинейных регуляторов, например, регуляторов с перестраиваемой структурой [7].

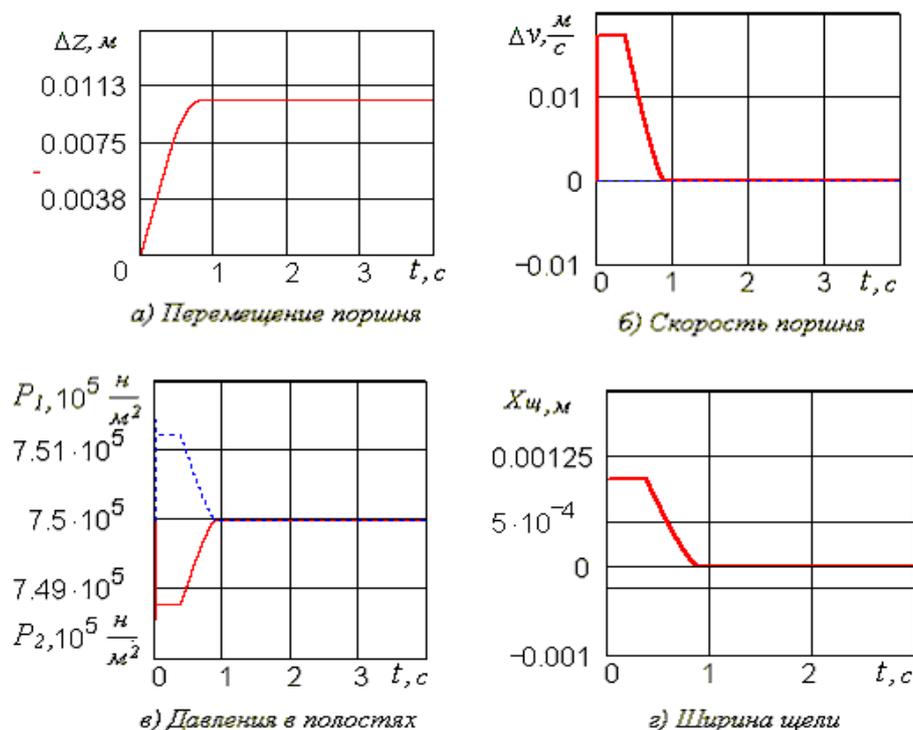


Рис. 7. Переходные процессы в случае больших сигналов управления

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Попов Д. Н.** Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям «Гидропневмоавтоматика и гидропривод» и «Гидравлические машины» /Издание 2-е, переработанное и дополненное. М.: Машиностроение, 1987. 464 с. [D.N. Popov. Dynamics and regulation of hydro- and pneumatic systems: textbook for university students studying in the specialties "Hydro-pneumatic automation and hydraulic drive" and "Hydraulic machines" / 2nd edition, revised and supplemented. M.: Mashinostroenie, 1997, pp. 464.]
2. **Петров П. В.** Сравнительная оценка вариантов возможных решений линейных и нелинейных задач гидромеханики с учетом результатов прогнозных исследований // Вестник УГАТУ, 2020. Т. 24, № 2(88). С. 79-87. [P.V. Petrov. Comparative evaluation of possible solutions to linear and nonlinear problems of hydromechanics, taking into account the results of predictive studies. 2020. V.24, №2(88), pp. 79-87.]
3. **Петров П.В., Целищев В.А.** Основы автоматизированного проектирования гидромеханических устройств: Монография. Уфа: РИК УГАТУ, 2019. 241 с. [P.V. Petrov, V.A. Tselishchev. Fundamentals of automated design of hydromechanical devices: Monograph. Ufa: RIK UGATU, 2019. 241 p.]
4. **Филиповский В.М.** Системы управления в пространстве состояний: Учебное пособие / СПб., 2022. 75 с. [V.M. Filipovskiy. Control systems in the state space: Textbook / St. Petersburg, 2022. 75 p.]
5. **Бесекерский В. А.** Теория систем автоматического регулирования / 3-е издание, исправленное. Москва: ФГУП "Академический научно-издательский, производственно-полиграфический и книгораспространительский центр "Наука", 1975. 768 с. [V.A. Besekerskiy. Theory of automatic control systems. 3-e izdanie, ispravlennoe. Moskva: FGUP "Akademicheskij nauchno-izdatel'skij, proizvodstvenno-poligraficheskij i knigoraspromstranitel'skij centr "Nauka". 1978. pp. 768.]
6. **Петров П. В.** Необходимость исследования нелинейных гидромеханических систем в обобщенных параметрах / Справочник. Инженерный журнал. 2019. № 4(265). С. 28-33. [P.V. Petrov. The need to study nonlinear hydromechanical systems in generalized parameters. Spravochnik. Inzhenernyj zhurnal. 2019. №4(265). pp. 28-33.]
7. **Коева, А. А., Петров П. В.** Исследование и обобщенный анализ динамических характеристик систем автоматического регулирования / Вестник УГАТУ. 2014. Т. 18, № 3(64). С. 30–39. [A.A. Koeva, P.V. Petrov. Research and generalized analysis of dynamic characteristics of automatic control systems. Vestnik UGATU. 2014. V.18, №3(64), pp. 30-39.]

ОБ АВТОРАХ

ПЕТРОВ Павел Валерьевич, доц каф. прикладной гидромеханики. Дипл. магистр техники и технологии по гидравл., вакуум. и компрес. технике (УГАТУ, 2006). Канд. техн. наук по гидравл. машинам и гидропневмоагрег. (УГАТУ, 2009). Иссл. в обл. гидромехан. систем автоматики ЛА и двигательных установок.

ЦЕЛИЩЕВ Владимир Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная гидромеханика»

КУДЕРКО Дмитрий Александрович, директор центра проектирования АО «Технодинамика» кандидат технических наук.

METADATA

Title: Numerical study of nonlinear hydromechanical aircraft system.

Authors: P. V. Petrov¹, V. A. Tselishev², D. A. Kuderko³

Affiliation:

¹⁻² Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

³ Center Technodinamika, Russia

Email: ¹pvl.petrov@mail.ru, ²pvl.ugatu@mail.ru, ³dm_kuderko@mail.ru

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa University of Science and Technology), vol. 27, no. 2 (100), pp. 92-99, 2023. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: Currently, the development of automatic control systems is mainly carried out by linear methods. The prerequisite for this is a coherent theory of linear analytical methods developed over many decades, with its own mathematical apparatus and software. The analysis of accuracy, stability, controllability and further synthesis of linear systems is surprisingly simple and clear. At the same time, linearization involves cumbersome mathematical transformations that can lead to difficult-to-interpret results. In addition, linearization is not applicable for large impacts, in the case of non-stationary systems and significant nonlinearities. The development of the general theory of numerical experiment and, at the same time, hardware and computer software make it possible to analyze systems without linearization, the same information and in a more reliable form can be obtained directly from the numerical study of systems. And some, for example, accuracy, can be obtained analytically from the same differential equations. In the following material, using the example of a typical problem, it is shown how the analysis of accuracy, stability and controllability is performed using the initial differential equations, without resorting to the help of analytical methods.

Key words: automation systems; linearization; numerical studies; hydraulic automation; mathematical model; static mode; dynamic model; assumptions; dimensionless parameters; verification; numerical experiment.

About authors:

PETROV, Pavel Valerievich, Assoc. Prof., Dept. of Applied hydromechanics. Master of Technics & Technology (UGATU, 2006). Cand. of Tech. Sci. (UGATU, 2009).

TSELISCHEV, Vladimir Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Applied Hydromechanics, Ufa State Aviation Technical University.

KUDERKO, Dmitriy Alexandrovich, Head of R@D center Tech-nodinamika Dr of Technikal science.