

УДК 669.295:539.4

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ СТЕРЖНЯ С ВЫТОЧКОЙ ИЗ НАНОСТРУКТУРНОГО ТИТАНОВОГО СПЛАВА ПРИ СИММЕТРИЧНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ

В. С. Жернаков<sup>1</sup>, Т. Н. Мардимасова<sup>2</sup>, В. Р. Акбашев<sup>3</sup>

<sup>1</sup> zhvs@mail.rb.ru, <sup>2</sup> toma\_mard@mail.ru, <sup>3</sup> vадja92@mail.ru

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 20.06.2016

**Аннотация.** Проведено исследование усталостной прочности элементов конструкций из объемных наноструктурных материалов при многоцикловом нагружении. На основании описанной методики рассчитана усталостная прочность стержней с выточкой, выполненных из наноструктурного титанового сплава Ti-6Al-4V, при циклическом изгибе.

**Ключевые слова:** усталость, усталостная прочность, наноструктурный сплав, кривая Веллера.

Важным требованием для ответственных деталей в авиации и двигателестроении является высокая усталостная прочность. Современные методы аналитического расчета усталостной прочности конструкций сложной формы характеризуются высокой трудоемкостью. Одним из решений данного вопроса является применение численного расчета, что позволяет уменьшить трудоемкость и повысить производительность проектных работ [1].

В данной работе рассмотрена методика численного расчета усталостной прочности элементов конструкций. Приведены результаты исследования предела выносливости стержня с выточкой.

При расчете многоциклового усталостной прочности конструкций процесс нагружения происходит при упругом деформировании, т.е. зависимость между напряжениями  $\sigma$ , деформациями  $\epsilon$ , в теле конструкции является линейной.

Методика расчета усталостной прочности элементов конструкций при многоцикловом нагружении представляет собой ряд последовательных этапов.

На первом этапе, с целью определения полей напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $\epsilon_{ij}$ , выполняется решение статической задачи при максимальных значениях внешних нагрузок.

Исходными данными для расчета являются геометрические характеристики модели элемента конструкции, сеточный аналог, упругие константы материала ( $E$ ,  $\mu$ ), а также кривая деформирования материала.

На втором этапе для оценки усталостной прочности конструкции рассчитанное объемное

напряженное состояние сводится к эквивалентному одноосному  $\sigma^{np}$ . Такое приведение основано на критериях прочности в условиях статического нагружения [2]. Ниже представлены выражения, используемые для приведения амплитудных и средних напряжений цикла нагружения [3, 4]:

гипотеза пластичности – наибольших касательных напряжений Треска–Сен-Венана:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_a^{np} = \sigma_{1a} - \sigma_{3a} ; \\ \sigma_m^{np} = \sigma_{1m} - \sigma_{3m} \end{array} \right. ; \quad (1)$$

гипотеза пластичности Губера–Мизеса–Генки – потенциальной энергии формоизменения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_a^{np} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2} ; \\ \sigma_m^{np} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1m} - \sigma_{2m})^2 + (\sigma_{2m} - \sigma_{3m})^2 + (\sigma_{3m} - \sigma_{1m})^2} \end{array} \right. , \quad (2)$$

где  $\sigma_{1a}$ ,  $\sigma_{2a}$ ,  $\sigma_{3a}$ ,  $\sigma_{1m}$ ,  $\sigma_{2m}$ ,  $\sigma_{3m}$  – главные напряжения тензоров амплитудных и средних значений напряжений.

Отметим, что при использовании соотношений (1) и (2) приведенное среднее напряжений цикла принимает только положительные значения. В случае необходимости учета знака напряжений применяется следующее выражение:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_a^{np} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2} \times \text{sign}(\sigma_{1a}) ; \\ \sigma_m^{np} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1m} - \sigma_{2m})^2 + (\sigma_{2m} - \sigma_{3m})^2 + (\sigma_{3m} - \sigma_{1m})^2} \times \text{sign}(\sigma_{1m}) \end{array} \right. , \quad (3)$$

где  $\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$  – функция знака числа.

Для сведения асимметричного цикла напряжений к эквивалентному симметричному циклу используются соотношения для амплитуды эквивалентного симметричного цикла напряжений  $\sigma_a^{\text{экв}}$  [5] на основании зависимости Гудмана:

$$\sigma_a^{\text{экв.}} = \begin{cases} \frac{\sigma_a^{\text{пр}}}{\sigma_m^{\text{пр}}}, \sigma_m^{\text{пр}} \geq 0 \\ 1 - \frac{\sigma_m^{\text{пр}}}{\sigma_{\text{ПЧ}}} \\ 0, \sigma_m^{\text{пр}} < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{\text{ПЧ}}$  – предел прочности материала.

Таким образом, результатом приведения характеристик асимметричного цикла  $\sigma_a^{\text{пр}}, \sigma_m^{\text{пр}}$  к симметричному являются следующие характеристики:  $\sigma_{\text{max}}^{\text{экв.}} = \left| \sigma_{\text{min}}^{\text{экв.}} \right|, \sigma_a^{\text{экв.}}, \sigma_m^{\text{экв.}} = 0$ .

Для учета конструктивно-технологических факторов (концентрация напряжений, масштабный фактор, методы упрочнения деталей) применяется коэффициент пересчета предела выносливости  $K_f$ . Коэффициент  $K_f$  – это отношение предела выносливости объекта  $\sigma_{-1Д}$  к пределу выносливости стандартного образца  $\sigma_{-1}$  при одинаковой асимметрии цикла.

Таким образом, предел выносливости объекта исследований определяется следующим выражением:

$$\sigma_{-1Д} = K_f \sigma_{-1}. \quad (5)$$

Выражение для амплитуды цикла напряжений при симметричном цикле с учетом характеристик имеет вид [6, 7]:

$$\sigma_{aД} = \sigma_a / K_f. \quad (6)$$

При асимметричном нагружении характеристики цикла определяются по уравнениям [7]:

$$\begin{cases} \sigma_{aД} = \sigma_a / K_f \\ \sigma_{mД} = \sigma_m \end{cases}. \quad (7)$$

В соответствии с ГОСТ 25.504-82 [8] коэффициент снижения предела выносливости определяется по формуле:

$$K_f = K_v / \left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right), \quad (8)$$

где  $K_\sigma$  – эффективный коэффициент концентрации напряжений,  $K_{d\sigma}$  – коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения,  $K_{F\sigma}$  – коэффициент влияния шероховатости поверхности,  $K_v$  – коэффициент влияния поверхностного упрочнения.

Результатом вышеуказанных преобразований являются следующие характеристики:  $\sigma_{\text{maxД}}^{\text{экв.}} = \left| \sigma_{\text{minД}}^{\text{экв.}} \right|, \sigma_{aД}^{\text{экв.}}, \sigma_{mД}^{\text{экв.}} = 0, R = -1$ .

Следующим этапом расчета является вычисление в каждой точке тела значение числа циклов  $N$ , при которых происходит усталостное разрушение.

При этом значение  $N$  определяется с помощью заданной кривой усталости материала для симметричного цикла изменения нагружения.

Кривая усталости материала описывает зависимость уровня амплитудных напряжений от числа циклов до разрушения. Одной из характеристик цикла является коэффициент асимметрии, который определяется следующим выражением:

$$R = \sigma_{\text{min}} / \sigma_{\text{max}}. \quad (9)$$

Кривая задается набором точек

$$\left[ \sigma_{ah}, N_h \right], h = \overline{1, q}, \text{ при этом } \sigma_{ah} \leq \sigma_{ah+1}, h = \overline{1, q-1}.$$

Значения  $\sigma_{ah}, N_h$  принимаются исходя из справочных данных, основанных на результатах проведенных экспериментов [7].

Описание кривой усталости на интервалах между указанными точками  $h = \overline{1, q}$  проводится по следующим соотношениям [7]:  
линейная

$$N = \frac{(N_h - N_{h+1})\sigma_a + \sigma_{ah+1}N_h - \sigma_{ah}N_{h+1}}{\sigma_{ah+1} - \sigma_{ah}}, \quad (10)$$

полулогарифмическая

$$\lg N = \frac{(\lg N_h - \lg N_{h+1})\sigma_a + \sigma_{ah+1} \lg N_h - \sigma_{ah} \lg N_{h+1}}{\sigma_{ah+1} - \sigma_{ah}} \quad (11)$$

и двойная логарифмическая интерполяция

$$\lg N = \frac{(\lg N_h - \lg N_{h+1}) \lg \sigma_a + \lg \sigma_{ah+1} \lg N_h - \lg \sigma_{ah} \lg N_{h+1}}{\lg \sigma_{ah+1} - \lg \sigma_{ah}}, \quad (12)$$

где  $\sigma_a$  – значение амплитуды напряжения, для которого надо найти долговечность  $N$ .

В том случае, если  $\sigma_a < \sigma_{a1}$ , полагается, что долговечность  $N = N_0$ , где  $N_0$  – база эксперимента [7].

При задании кривой усталости необходимо учитывать, какой вид напряженного состояния возникает в теле исследуемого объекта (одноосное напряженное состояние, либо чистый сдвиг) и, исходя из этого, подбирать необходимую кривую, полученную при эксперименте с аналогичным характером напряженного состояния.

Для определения вида напряженного состояния используется параметр  $\beta$ , который определяется выражением:

$$\beta = \begin{cases} \sigma_1/\sigma_3, & |\sigma_1| < |\sigma_1| \\ \sigma_3/\sigma_1, & |\sigma_1| > |\sigma_1| \end{cases}, \quad (13)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения тензора напряжений в некоторой точке, полученного в результате статического расчета. Введенный параметр принимает значения из отрезка  $[-1; 1]$ . В зависимости от значения параметра  $\beta$  напряженное состояние соответствует одному из следующих видов [7]:

- $\beta = -1$  – чистый сдвиг (используются кривые усталости, полученные при циклическом кручении);
- $\beta = 0$  – одноосное напряженное состояние (используются кривые усталости, полученные при циклическом изгибе или растяжении – сжатии в зависимости от вида распределения напряжений);
- $\beta = 1$  – чистое двухосное растяжение (сжатие) (используются кривые усталости, полученные при растяжении (сжатии)).

Основными характеристиками усталостной прочности конструкции являются коэффициент запаса  $n_{SF}^N$  по долговечности и коэффициент запаса по амплитудам напряжений  $n_{SF}^\sigma$ .

Согласно ГОСТ 23.207-78 [8], коэффициент запаса по долговечности определяется соотношением базовой долговечности  $N_\sigma$  к текущему значению параметра  $N$  [7]:

$$n_{SF}^N = N_\sigma / N, \quad (14)$$

где  $N_\sigma = 10^7$  ;

Коэффициент запаса по амплитудам напряжений  $n_{SF}^\sigma$  определяется отношением амплитуды напряжения  $\sigma_{a1}$  для стандартного образца, при базовом количестве циклов  $N_\sigma$ , к текущему значению приведенного параметра  $\sigma_a^{ЭКВ.}$  [19]:

$$n_{SF}^\sigma = \sigma_{a1} / \sigma_a^{ЭКВ.} \quad (15)$$

Условием усталостного разрушения элементов конструкции является превышения приведенного амплитудного напряжения значения

$\sigma_{aЭКВ.}$  при данном числе циклов для стандартного образца:  $\sigma_a^{ЭКВ.} > \sigma_{a1}$ .

В данной работе проведен расчет усталостной прочности стержней с выточкой при симметричном циклическом изгибе. Численное решение статической задачи было достигнуто с помощью метода конечных элементов, реализованного с использованием программно-вычислительного комплекса ANSYS 14.5 [9].

Материалом стержней являлся наноструктурный титановый сплав Ti-6Al-4V ( $E=0,83 \times 10^5$  МПа,  $\nu=0,32$ ,  $\sigma_T=1250$  МПа,  $\sigma_{ПЧ}=1370$  МПа). Геометрические размеры стержня с выточкой представлены на рис. 1.

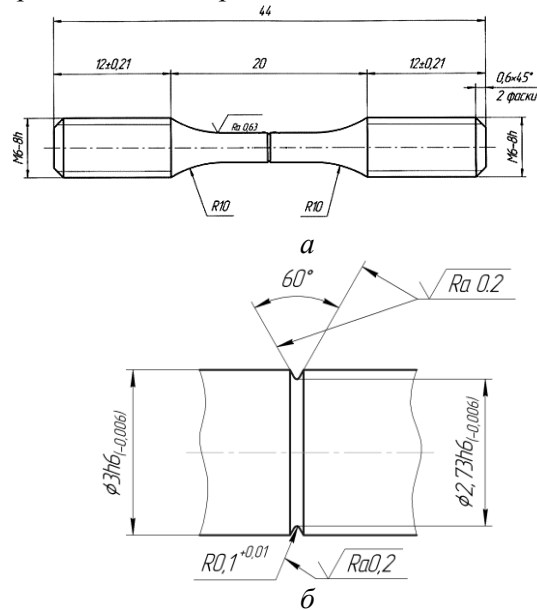


Рис. 1. Геометрические размеры стержня (а) и выточки (б)

Расчетная схема представлена на рис. 2 и представляет собой схему изгиба с кручением. В точке А стержень имеет жесткое закрепление. В точке В прикладывалась нагрузка  $F$ , изменяющаяся по симметричному циклу  $R = -1$ .

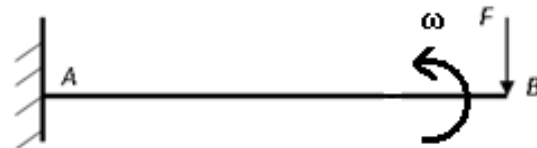


Рис. 2. Расчетная схема для стержня с выточкой при изгибе

### Приведение объемного напряженного состояния к эквивалентному одноосному

Для приведения рассчитанного объемного напряженного состояния к эквивалентному одноосному, использовалась гипотеза пластичности Губера–Мизеса–Генки – потенциальной

энергии формоизменения: (*Equivalent (VonMises)*).

### Сведение асимметричного цикла напряжений к эквивалентному симметричному

Так как значение нагрузки изменялось по симметричному циклу, то учет асимметрии цикла не требовался.

### Корректировка значений эквивалентных амплитудных напряжений для учета конструктивно-технологических факторов

Учет конструктивно-технологических факторов проводился при помощи коэффициента пересчета предела выносливости  $K_f$ , определенным по следующей формуле:

$$K_f = K_v \sqrt{\left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right)}. \quad (16)$$

Чувствительность материала к масштабному фактору и местным напряжениям вычисляли при помощи выражения (5.20):

$$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = \frac{2\alpha_\sigma}{1 + \left( 88,3 \frac{\bar{G}}{L} \right)^{\nu_\sigma}}. \quad (17)$$

**Градиент напряжений.** Увеличение  $\bar{G}$  снижает чувствительность материала к местным напряжениям. Градиент напряжений  $\bar{G}$ , подобно теоретическому коэффициенту концентрации напряжений, зависит от формы тела и условий нагружения, и определяется законом изменения напряжений в окрестности очага концентрации:

$$\bar{G} = \frac{2(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{d} = \frac{2(1+0,32)}{0,1} + \frac{2}{2,7} = 27,14, \quad (18)$$

где  $d$  – диаметр стержня в зоне концентратора напряжений,  $r$  – радиус скругления на дне выточки,  $\varphi$  рассчитывалась по формуле:

$$\varphi = \frac{1}{4\sqrt{\frac{D-d}{2r}+2}} = \frac{1}{4\sqrt{\frac{8-2,7}{2 \times 0,1}+2}} = 0,32. \quad (19)$$

### Протяженность концентратора $L$ :

$$L = \pi \times d = \pi \times 2,7 = 8,48 \text{ мм}, \quad (20)$$

где  $d$  – диаметр стержня на дне выточки.

Учитывая вышеизложенное, вычислено

$$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = \frac{2\alpha_\sigma}{1 + \left( 88,3 \frac{\bar{G}}{L} \right)^{\nu_\sigma}} = \frac{2 \times 4,4}{1 + \left( 88,3 \frac{27,14}{8,48} \right)^{0,08}} = 3,43, \quad (21)$$

где  $\alpha_\sigma$  – теоретический коэффициент концентрации напряжений,  $\nu_\sigma$  – коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений и масштабному фактору.

Таким образом, определившись со значениями необходимых коэффициентов, проводился расчет коэффициента пересчета предела выносливости  $K_f$ :

$$K_f = K_v \sqrt{\left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right)} = 1 / \left( 3,43 + \frac{1}{1} - 1 \right) = 0,29, \quad (22)$$

где  $K_{F\sigma}$  – коэффициент влияния шероховатости поверхности. Рабочую поверхность стержня подвергали шлифовке и механической полировке с обеспечением шероховатости  $Ra0,63$  мкм, что соответствует  $K_{F\sigma} = 1$ ,  $K_v$  – коэффициент влияния поверхностного упрочнения. Так как стержень не подвергался никаким технологическим операциям по упрочнению, то  $K_v = 1$ .

### Расчет числа циклов $N$ , при которых происходит усталостное разрушение конструкции

На рис. 3 приведена кривая усталости для гладких образцов из наноструктурного титанового сплава Ti-6Al-4V.



Рис. 3. Кривая усталости для наноструктурного титанового сплава Ti-6Al-4V

По завершению подготовки исходных данных и решения статической задачи проводился расчет усталостной прочности.

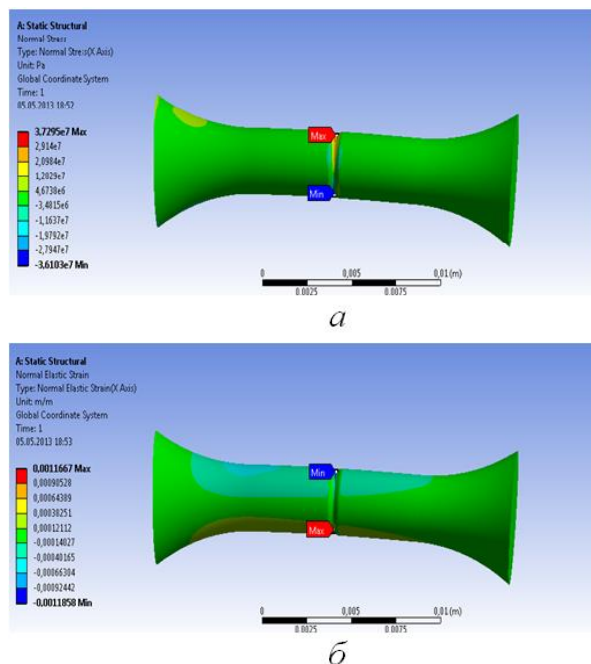


Рис. 4. Поля осевых напряжений  $\sigma_z$  и деформаций  $\varepsilon_z$  в рабочей части стержня, возникающих при изгибе

В качестве примера на рис. 4 приведены поля напряжений  $\sigma_z$  и деформаций  $\varepsilon_z$  в стержне с выточкой, возникающих при изгибе силой  $F_{\max} = 20,5\text{Н}$ .

Максимальные растягивающие напряжения возникают на внешних слоях в зоне концентратора  $\sigma_z = 372\text{ МПа}$ , а максимальные сжимающие – на внутренних и равны  $\sigma_z = 372\text{ МПа}$ . Аналогичный характер наблюдается и по деформациям, при этом на внешних слоях  $\varepsilon_z$  составляет 0,000117, а на внутренних – 0,000118.

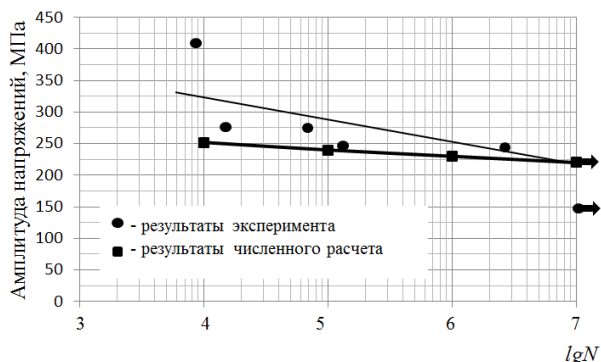


Рис. 5. Кривая усталости для стержня с выточкой при симметричном изгибе

На рис. 5 приведены кривые усталости для стержня с выточкой из наноструктурного титанового сплава Ti-6Al-4V,1 полученные численным решением и экспериментальным путем.

## ВЫВОДЫ

Анализ результатов численного расчета усталостной прочности стержней с выточкой из наноструктурного титанового сплава Ti-6Al-4V выявил, что предел выносливости  $\sigma_{-1D}$  соответствует значению  $\sigma_{-1D}^P = 222\text{ МПа}$ . Экспериментальные исследования усталостной прочности стержней показали, что  $\sigma_{-1D}^Э$  достигает уровня 220 МПа. Таким образом, отклонение расчетных данных от экспериментальных составляет всего 0,9%. Однако, при числе циклов  $N = 10^4$  разрушение детали при численном расчете происходит при уровне напряжений цикла в 252 МПа, а при эксперименте – 325 МПа. Отклонение составляет 22,5%. Таким образом, заметим, что при приближении значения амплитуды напряжений к малоцикловой области, разница между результатами численного решения и полученными экспериментальным путем увеличивается. Однако, в пределах многоцикловой области ( $N \geq 10^5$ ), отклонение не превышает 8%.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гречищев Е. С., Ильяшенко А. А.** Соединения с натягом: Расчеты, проектирование, изготовление. М.: Машиностроение, 1981. 247 с. [E. S. Grechishev, A. A. Ilyashenko. Interference fit: Calculations, design, manufacture. MOSCOW: Mashinostroenie, 1981. 247 p.]
2. **Допуски и посадки:** справочник. В 2 ч./ В. Д. Мягков, М. А. Палей., 6 изд., перераб. и доп. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1982. [Tolerance and fit: Manual./ V. D. Myagkov, M. A. Palei., 6 edit. Leningrad: Mashinostroenie, 1982].
3. **Зенкевич О. С.** Метод конечных элементов. М.: Мир, 1975. 540 с. [O. S. Zenkevich. Finite element method. Moscow: Mir, 1975. 540 p.]
4. **Жернаков В. С.** Сопротивление материалов – механика материалов и конструкций. Уфа: УГАТУ. 2012. 494 с. [V. S. Zhernakov. Strength of materials - Mechanics of materials and structures. Ufa: UGATU, 2012. 494 p.]
5. **Жернаков В. С.** Влияние напряженно-деформированного состояния деталей из объемных наноматериалов на их усталостную прочность /Семенова И. П., Ермоленко А. Н.//Вестник УГАТУ. 2009. Т. 12, № 2(31). С. 62–68. [V. S. Zhernakov, I. P. Semenova, A. N. Ermolenko, "Effect of stress-strain state of parts of bulk nanomaterials on their fatigue strength" (in Russian), in *Vestnik UGATU*, vol. 12, no. 2 (31), pp. 62–68, 2009.]

## ОБ АВТОРАХ

**Жернаков Владимир Сергеевич**, зав. каф. сопротивления материалов, д-р техн. наук, проф., засл. деят. науки РФ. Чл.-корр. АН РБ. Автор 8 монографий, 2 учебников и 8 учебных пособий\*, более 250 статей, 90 авторских свидетельств и патентов, им подготовлено 12 канд. и 8 д-ров техн. наук. Область науч. интересов – решение фундаментальных и прикладных задач теории упругости, пластичности, ползучести и мех. разрушения применительно к основным элементам авиац. конструкций.

**Мардимасова Тамара Николаевна**, канд. техн. наук, доц. Автор 5 учебных пособий, свыше 100 публикаций, 4 авторских свидетельств и патентов. Область науч. интересов – решение задач механики процессов упруго-вязкого пластического деформирования конструкций.

**Акбашев Вадим Ринатович**, асп. каф. СМ, маг. техн. и техн. (УГАТУ, 2015).

**METADATA**

**Title:** Prediction of fatigue strength rod with notching made of nanostructured titanium alloy under symmetric cyclic bending.

**Authors:** Zhernakov V.S., Mardimasova T.N., Akbashev V.R.<sup>1</sup>

**Email:** <sup>1</sup>vadja92@mail.ru.

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 20, no. 2 (72), pp. 17-22, 2016.

**ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).**

**Abstract:** A study of the fatigue strength of structural elements of the bulk nanostructured materials with highcyclic loading. Based on the described method is designed fatigue strength recessed rods made of nanostructured titanium alloy Ti-6Al-4V, under cyclic bending.

**Key words:** fatigue, fatigue strength, nanostructured alloy, Wohler curve.

**About authors:**

**Zhernakov Vladimir Sergeevich**, Head of the Department of Strength of Materials, Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored Scientist of the Russian Federation. Corresponding Member of the Academy of Sciences of RB. Author of 8 monographs, 2 textbooks and teaching aids 8, more than 250 articles, 90 patents, they trained 12 candidates and 8 doctors of technical sciences. Research interests - the solution of fundamental and applied problems, the theory of elasticity, plasticity, creeping and fracture mechanics as applied to the basic elements of aircraft structures.

**Mardimasova Tamara Nikolaevna**, candidate of Technical Sciences., associate professor. Author of 5 textbooks and over 100 Publications, 4 patents. Research interests - the solution of problems of mechanics processes viscoelastic plastic deformation structures.

**Akbashev Vadim Rinatovich**, graduate student Department of Strength of Materials USATY. Master of Engineering and Technology (USATU 2015).