ISSN 1992-6502 (Print) 2015. T. 19, № 3 (69). C. 37–43

УДК 621.452.3-226.2: 539.4

-Вестник УГАМУ -

ISSN 2225-2789 (Online) http://journal.ugatu.ac.ru

ОПТИМИЗАЦИЯ СПЕКТРА ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБИН С ОХЛАЖДАЕМЫМИ ЛОПАТКАМИ

А. В. Сальников¹, Г. В. Мельникова²

¹ salnikov@ciam.ru, ² shorr@ciam.ru

^{1,2} ФГУП «Центральный институт авиационного моторостроения имени П. И. Баранова» (ФГУП «ЦИАМ им. П. И. Баранова»)

Поступила в редакцию 1 июля 2015 г.

Аннотация. В статье разработан усовершенствованный подход к оптимизации спектра частот лопаток турбин со сложной системой охлаждения. Метод основан на использовании при частотной оптимизации вместо реальной охлаждаемой лопатки эквивалентной ей по анализируемому частотному спектру сплошной лопатки. При этом профиля охлаждаемой и эквивалентной лопаток идентичны, а эквивалентность достигается за счет изменения свойств материала сплошной лопатки. Оптимизация заключается в отстройке лопаток по частоте от опасных форм колебаний при минимальном изменении неопасных собственных частот и минимизации массы самих лопаток. Показано, что для удовлетворения требований по оптимизации собственных частот по нескольким формам колебаний лучшие результаты можно получить путем создания эквивалентной лопатки с выделенными в поперечных сечениях тонкими «стенками» и сплошными внутренними частями, объемы которых изменяются в соответствии с варьируемыми размерами хордами и толщинами сечений.

Ключевые слова: динамическая оптимизация; турбина; лопатка; перо; собственные частоты; напряжения; резонанс.

введение

При проектировании высокотемпературных ступеней турбины с рабочими лопатками, работоспособность которых обеспечивается системой внутреннего воздушного охлаждения, необходимо удовлетворить ряду противоречивых требований [1]. При «ручной» увязке всех требований возникают большие трудности и необходимость в проведении многочисленных повторных пересчетов, что ведет к значительной потере времени. Поэтому разработка автоматизированных систем проектирования охлаждаемых лопаток турбин, позволяющих обеспечить оптимальное сочетание газодинамических, статико-динамических конструктивно-И технологических решений, ведется во многих авиадвигателестроительных фирмах и научноисследовательских центрах, в т.ч. в ФГУП «ЦИАМ им. П. И. Баранова» [2]. При создании таких систем полезно использовать общие принципы оптимального проектирования [3] с применением современных вычислительных методов и программных пакетов, опираясь на имеющийся в организации опыт проведения работ по всем указанным выше направлениям.

Разработка систем автоматизированной частотной оптимизации охлаждаемых лопаток является трудной задачей, т.к. внутренняя конструкция пера и хвостовика такой лопатки имеет сложную конфигурацию из-за наличия перегородок, каналов, штырьков и дополнительных отверстий, связанных с созданием оптимальной системы охлаждения.

В работе [4] описан подход к оптимизации спектра собственных частот неохлаждаемых лопаток турбин. Этот подход применяется для частотной оптимизации охлаждаемых лопаток. Для упрощения этой задачи предлагается при частотной оптимизации использовать вместо реальной охлаждаемой лопатки сплошную лопатку, которая эквивалентна ей по анализируемому частотному спектру и массовым характеристикам. Оптимизация заключается в отстройке лопаток по частоте от опасных форм колебаний при минимальном изменении неопасных собственных частот и минимизации массы самих лопаток.

ОБЩИЙ ПОДХОД К ДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ОХЛАЖДАЕМЫХ ЛОПАТОК ТУРБИН

Первоначальный расчет спектра собственных колебаний ступени турбины может быть проведен применительно к лопатке, прошедшей предварительное газодинамическое и прочностное проектирование, а также имеющей систему охлаждения, которая уже проработана на эскизном уровне для выполнения конструктивных, прочностных и температурных требований.

Расчет спектра частот может выявить необходимость отстройки рабочего колеса от одного или нескольких опасных резонансов. Если такую отстройку не удается осуществить путем изменения ножки лопатки, бандажной полки или элементов диска, то необходимо вносить изменения в перо лопатки. Их необходимо проводить как можно раньше и без многократного повторения вариантных расчетов, затрагивающих газодинамику ступени и систему охлаждения лопатки.

В работе частотная оптимизация охлаждаемой лопатки проводится не для исходной конструкции охлаждаемой лопатки, а для некоторого ее эквивалента, который обладает теми же массовыми и жесткостными характеристиками. При этом профили охлаждаемой и сплошной эквивалентной лопаток идентичны, а эквивалентность достигается за счет изменения свойств материала сплошной лопатки.

Для проведения оптимизации спектра собственных частот в оптимизируемой охлаждаемой лопатке выделяется набор характерных сечений, по которым создаются сплошные объемы, из которых состоит сплошная эквивалентная лопатки. Для каждого объема «создается» свой материал, свойства которого подбираются так, чтобы масса и анализируемый спектр собственных частот охлаждаемой и сплошной лопаток были одинаковы.

В пере охлаждаемой лопатки обычно можно условно выделить «стенки» профиля у корыта и спинки и «внутреннюю начинку» в виде ребер, перемычек и других конструктивных элементов (рис. 1). Поэтому возможны два подхода к получению эквивалентной лопатки: с учетом «стенок» профилей и без их учета.





В первом случаев в сплошной эквивалентной лопатке сохраняются «стенки», которые имеются в оптимизируемой охлаждаемой лопатке. Эквивалентность по массовым и жесткостным характеристикам достигается за счет подбора свойств материала «внутренних» объемов эквивалентной лопатки. Во втором случае «стенки» не выделяются. Весь профиль является сплошным. Получение обеих моделей сплошной эквивалентной лопатки представлено на рис. 2.



Рис. 2. Создание модели сплошной эквивалентной лопатки

ПРИНЦИП ПЕРЕХОДА К СПЛОШНЫМ ЭКВИВАЛЕНТНЫМ ЛОПАТКАМ

Для частотной отстройки используется сплошная эквивалентная модель охлаждаемой лопатки, которая имеет тот же внешний контур и одинаковые с охлаждаемой лопаткой частотные и массовые характеристики. При учете «стенок» изменяется только материал «внутренних» объемов. Материал «стенок» сплошной лопатки на спинке и корыте имеет те же свойства, что и материал исходной лопатки. Если «стенки» не учитываются, то меняется материал всего сплошного объема.

При этом в обоих случаях для каждого сплошного эквивалентного объема создается свой условный материал, который отличается от исходного распределением модуля Юнга по температуре и значением плотности:

$$\rho_eqv_i = (K_{\rho})_i \cdot \rho_0$$

$$E_eqv_i(T) = (K_E)_i \cdot E_0(T),$$

где *р*_еqv_i – плотность материала *i*-го эквивалентного объема;

 ρ_0 – плотность исходного материла;

 $E_{\rm eqv}_i(T)$ – модуль Юнга *i*-го эквивалентного объема, зависящий от температуры *T*;

 $E_0(T)$ – зависимость модуля Юнга от температуры исходного материала.

Подбор свойств материалов сплошных объемов происходит в два этапа. На первом этапе для каждого эквивалентного объема определяются коэффициенты (K_{ρ})_i. Эти коэффициенты вычисляются, исходя из условия равенства масс сплошных эквивалентных объемов и соответствующих им объемов охлаждаемой лопатки. Если «стенки» учитываются, то масса эквивалентного объема должна равняться массе «внутренней начинки», находящейся между сечениями, которые образуют данный сплошной объем. Если «стенки» не учитываются, то масса сплошного объема должна равняться массе всего соответствующего объема охлаждаемой лопатки.

На втором этапе определяется распределение по сплошным объемам коэффициентов (К_Е)_і. Для этого решается задача оптимизации, в которой в качестве параметров варьирования используются значения самих коэффициентов (К_Е)_і. Принято, что значения коэффициентов меняются в границах 0,1÷1,1. В качестве ограничений используется условие равенства значений отстраиваемых собственных частот охлаждаемой и эквивалентной сплошной лопаток (в пределах ±2%). Для получения равномерного распределения коэффициентов $(K_E)_i$ по сплошным объемам в качестве критерия оптимизации используется условие минимизации значения среднеквадратического отклонения коэффициентов $(K_E)_i$.

На каждой итерации оптимизации проводится модальный анализ расчетной модели сплошной эквивалентной лопатки с разными наборами значений коэффициентов (K_E)_i. Плотность материалов каждого сплошного объема определяется согласно значениям коэффициентов (K_p)_i, полученным на первом этапе подбора свойств материалов. Оптимизация завершается при удовлетворении всех поставленных требований с заданной точностью.

СХЕМА ПАРАМЕТРИЗАЦИИ СПЛОШНЫХ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЛОПАТОК

Изменение собственных частот сплошной эквивалентной лопатки происходит за счет модификации следующих характерных размеров сечений пера (рис. 3):

1. Варьирование значений координат центра масс и направления главных осей сечения в глобальной системе: $m_2=m_1\cdot(1\pm\Delta m)$, $n_2=n_1\cdot(1\pm\Delta n)$, $\alpha_2=\alpha_1\cdot(1\pm\Delta \alpha)$, где m_1 , n_1 , α_1 , m_2 , n_2 , α_2 – начальные и конечные значения координат центра масс и направления главных осей сечения; Δm , Δn , $\Delta \alpha$ – относительные изменения соответствующих параметров.

2. Варьирование значения хорды при помощи коэффициента k_b , так что $b_2=b_1\cdot k_b$. При этом профиль удлиняется пропорционально с сохранением своей кривизны.

3. Варьирование толщины сечения при помощи коэффициента k_{δ} , так что $\delta_2 = \delta_1 \cdot k_{\delta}$. При этом толщина профиля меняется пропорционально по всей его длине.

Более подробно схема модификации сечений описана в работе, посвященной частотной оптимизации неохлаждаемых лопаток турбин [4].



Рис. 3. Схема параметризации сплошного сечения

При учете в сплошной эквивалентной лопатке «стенок» конструкция стенок также параметризируется. Схема параметризации «стенок» приведена на рис. 4. Конструкция «стенок» описывается при помощи 6-ти параметров для каждого поперечного сечения: *h*1, *h*2, *h*3, *h*4, *h*5, *h*6. При варьировании характерных параметров каждого сечения толщина стенок сохраняется.



Рис. 4. Схема параметризации «стенок» лопаток

Таким образом, при оптимизации происходит либо смещение, либо деформация сечений, по которым строится сплошная эквивалентная лопатка. При этом «стенки» сохраняют свою толщину, но также деформируются согласно модификации сечений.

Для автоматизации процесса поиска оптимального проекта в конечно-элементном комплексе ANSYS на языке программирования APDL [5] было разработано специальное программное обеспечение (ПО), которое по заданным значениям параметров Δm , Δn , $\Delta \alpha$, k_b , и k_δ создает сечения эквивалентной сплошной лопатки. В сечениях при необходимости выделяются области «стенок». По построенным сечениям создаются объемы сплошной лопатки, строится расчетная конечно-элементная модель и проводится ее модальный анализ.

Разработанное ПО полностью автоматизирует процесс модификации и анализа модели сплошной эквивалентной лопатки.

При оптимизации поиск оптимального проекта проводится при помощи программного пакета многокритериальной оптимизации IOSO. В начале каждой итерации IOSO автоматически, согласно внутренним алгоритмам оптимизации, создает вектор варьируемых параметров и запускает специализированное ПО в среде ANSYS. После проведения модального анализа, полученные результаты анализируются в программном пакете IOSO. На основе проведенного анализа в IOSO создается новый вектор параметров и запускается следующая итерация. Процесс завершается при удовлетворении всех критериев оптимизации с заданной точностью.

Данный подход используется как для определения коэффициентов (K_E)_i, при создании сплошной эквивалентной лопатки, так и при оптимизации спектра собственных частот сплошной эквивалентной лопатки. Вопросы оптимизации спектра частот сплошных лопаток рассматривались в ряде работ, например, в [6].

После получения оптимизированной по частоте эквивалентной сплошной лопатки необходимо провести контроль конфигурации внешних профилей с целью проверки их газодинамических характеристик, а также уточнить конст-«внутренней начинки» рукцию согласно проведенным модификациям сечений в соответствии с конструктивными, технологическими, тепловыми и прочностными требованиями. Так как при оптимизации варьирование параметров проводится в малых пределах, то уточнение конструкции не будет носить радикального характера и не займет много времени.

После внесения в конструкцию оптимизированной охлаждаемой лопатки необходимых изменений проводится ее контрольный модальный анализ. При необходимости процесс оптимизации частотного спектра с использованием сплошных эквивалентных лопаток повторяется.

ПРИМЕР ОПТИМИЗАЦИИ ОХЛАЖДАЕМОЙ ЛОПАТКИ ТУРБИНЫ

С использованием разработанного подхода, проведена оптимизация конструкции типовой охлаждаемой лопатки турбины с целью ее отстройки от резонансных режимов работы при удовлетворении газодинамическим и прочностным требованиям. Модель начальной конфигурации охлаждаемой лопатки приведена на рис. 5.



Рис. 5. Модель оптимизируемой охлаждаемой лопатки

В рассматриваемом примере анализируется лопатка, хвостовик которой жестко закрепляется по контактным граням. Размеры хвостовика, ножки и трактовой полки при оптимизации не варьируются. Масса исходной лопатки составляет 0,110 кг.

Анализ частот оптимизируемой лопатки в начальной конфигурации

На рис. 6 приведена диаграмма возбуждения исходной лопатки. На рабочей частоте вращения происходит нежелательное сближение между первой собственной частотой и 6-й гармоникой.



Рис. 6. Диаграмма возбуждения лопатки в исходной конфигурации

Целью оптимизации лопатки является увеличение 1-й собственной частоты примерно на 100 Гц без увеличения массы лопатки. Чтобы при оптимизации избежать сближения остальных собственных частот с опасными резонансами, в качестве дополнительных ограничений используется требование минимального изменения значений 2–4-й собственных частот.

Создание эквивалентной сплошной лопатки

Согласно описанному выше алгоритму, для оптимизируемой охлаждаемой лопатки созданы две эквивалентные сплошные лопатки с выделением «стенок» и без, которые имеют идентичный внешний профиль. Для создания эквивалентных лопаток выделяется 15 характерных сечений. Коэффициенты изменения свойств материалов сплошных объемов полученных эквивалентных лопаток с учетом и без учета «стенок» приведены в табл. 1. В табл. 2 приведены результаты модального анализа полученных сплошных эквивалентных лопаток и проценты расхождения их частот по отношению к исходной полой лопатки.

Результаты модального анализа показывают, что при создании эквивалентной лопатки без выделения «стенок» удается (при принятых ограничениях на величину отклонений параметров) получить эквивалентность к исходной охлаждаемой лопатке по частотному спектру только по 1-й отстраиваемой собственной час-

тоте. Эквивалентность по другим частотам получить не удается. При учете «стенок» можно получить частотный спектр эквивалентной лопатки очень близким к спектру частот исходной охлаждаемой лопатке по всем анализируемым частотам.

Таблица 1

Коэффициенты (K_{ρ}) _і и (K_E) _і	для
сплошных лопаток	

	$(\mathbf{K}_{\rho})_{\mathbf{i}}$		(K _E) _i		
№ сеч.	без учета	с учетом	без учета	с учетом	
	«стенок»	«стенок»	«стенок»	«стенок»	
1–2	0.65	0.127	0.62	0.202	
2-3	0.52	0.122	0.611	0.201	
3–4	0.53	0.123	0.623	0.203	
4–5	0.53	0.123	0.625	0.205	
5-6	0.52	0.122	0.619	0.2019	
6–7	0.51	0.121	0.614	0.2014	
7–8	0.51	0.121	0.615	0.2015	
8–9	0.5	0.12	0.618	0.2018	
9–10	0.49	0.119	0.621	0.2021	
10-11	0.51	0.121	0.62	0.202	
11-12	0.5	0.12	0.622	0.2022	
12-13	0.48	0.128	0.624	0.2024	
13-14	0.54	0.124	0.627	0.2027	
14–15	0.52	0.127	0.629	0.202	

Таблица 2

Результаты модального анализа сплошных эквивалентных лопаток

	Собственные частоты, Гц			
№ формы колебания	1	2	3	4
Исх. лопатка	1401	2787	3465	5254
Экв. лоп. (без стенок)	1392 (0.64%)	2956 (6%)	3782 (9.1%)	6127 (16%)
Экв. лоп. (со стенками)	1405 (0.32%)	2813 (0.91%)	3489 (0.66%)	5328 (1.38%)

Оптимизация эквивалентной сплошной лопатки

Ниже приведены результаты оптимизации профилей созданных сплошных эквивалентных лопаток с учетом «стенок» и без них. В данном примере варьируется только два параметра каждого из 15 расчетных сечений:

- изменение толщины сечения (k_δ);
- изменение хорды сечения (*k*_b).

Таким образом, при оптимизации одновременно варьируется 30 параметров. Значение каждого параметра варьируется в пределах 90–110 %.

В результате оптимизации получены две конструкции сплошных эквивалентных лопаток с учетом «стенок» и без. В обоих случаях удов-

летворяется требование к увеличению первой собственной частоты на 100 Гц. При этом массы эквивалентных сплошных лопаток (с учетом нового распределения плотности) в результате оптимизации не меняются и составляют 0,110 кг, как и исходной охлаждаемой лопатки. На рис. 7 приведены изменения по радиусам значений хорд и максимальных толщин сечений для исходной и оптимизированных эквивалентных лопаток.



Рис. 7. Изменение значений максимальных толщин (сверху) и хорд (снизу) сечений для исходной и оптимизированных эквивалентных лопаток

После оптимизации эквивалентных сплошных лопаток проведено газодинамическое уточнение их внешних профилей и уточнение системы охлаждения лопаток с учетом внесенных изменений. Незначительное изменение хорд и толщин сечений, полученное в результате оптимизации, а также относительная простота системы охлаждения оптимизируемой охлаждаемой лопатки приводят к тому, что уточняющая модификация не представляет больших трудностей (особенно в случае учета «стенок»).

Результаты модального анализа оптимизированных эквивалентных сплошных лопаток, а также уточненных охлаждаемых лопаток приведены в табл. З. Как видно из полученных результатов, уточнение системы охлаждения в сплошной эквивалентной лопатке без учета «стенок» приводит к снижению 1-й собственной частоты на 2,7% относительно неуточненной сплошной лопатки. Значения остальных частот значительно отклоняются от их начальных значений для сплошной лопатки. При учете «стенок» уточнение системы охлаждения и внешних профилей не приводит к значительному изменению как 1-й собственной частоты (1 %), так и остального анализируемого спектра собственных частот.

Таблица З

Результаты	оптимизации
------------	-------------

	Собственные частоты, Гц			
№ формы колебания	1	2	3	4
Исх. лопатка	1401	2787	3465	5254
Опт. эквив. лопатка (без стенок)	1509	3214	4019	6113
Опт. лопатка уточ. охл. (без стенок)	1469 (2,7%)	3414 (6%)	4502 (12%)	6807 (11,3%)
Опт. эквив. лопатка (со стенками)	1507	3103	3721	5498
Опт. лопатка уточ. охл. (со стенками)	1491 (1%)	3147 (1,4%)	3613 (3%)	5282 (4%)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен метод оптимизации спектра собственных частот охлаждаемых лопаток турбин, основанный на использования метода частотной оптимизации неохлаждаемых лопаток турбин, описанного в [4].

Оптимизация заключается в отстройке лопаток по частоте от опасных форм колебаний при минимальном изменении неопасных собственных частот и сохранении или минимизации массы самих лопаток.

Метод основан на создании модели сплошной лопатки, которая при таком же внешнем контуре, как и у охлаждаемой лопатки, эквивалентна ей по частотному спектру и массовым характеристикам. Эквивалентность достигается путем изменения плотности и модуля Юнга сплошных объемов, из которых формируется эквивалентная лопатка.

Показаны два подхода к получению сплошной эквивалентной лопатки: с учетом выделения «стенок» поперечных сечений и без них. На примере частотной оптимизации типовой охлаждаемой лопатки проведено исследование эффективности этих двух подходов.

Показано, что для удовлетворения требований к оптимизации собственных частот по нескольким формам колебаний лучшие результаты можно получить путем создания эквивалентной лопатки с выделенными в ее поперечных сечениях «стенками».

Авторы статьи благодарят проф. Б. Ф. Шорра за помощь в постановке задачи и канд. физ.-мат. наук. Р. З. Нигматуллина за консультацию по газодинамическим аспектам проблемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1993. 640 с. [I. A. Birger, B. F. Shorr, G. B. Iosilevich, Strength *analysis of machine components,* (in Russian). Moscow: Mashinostroyeniye. 1993.]

2. Биргер И. А. Основы автоматизированного проектирования // Изв. Вузов, Машиностроение. 1977. № 8. С. 32–35. [I. A. Birger, "*Basics of of the automated designing*", (in Russian), in *Izv. Vuzov*, Mashinostroyeniye, no. 8, pp. 32–35, 1977]

3. Реклейтис Г., Рейвиндран А. Оптимизация в технике. – М.: Мир, 1986. 348с. [G. Rekleytis, A. Reyvindran, *Technics optimization*, (in Russian). Moscow: Mir. 1986.]

4. Мельникова Г. В., Шорр Б. Ф., Сальников А. В., Нигматуллин Р. З. Автоматизированная динамическая оптимизация рабочих лопаток турбин газотурбинных двигателей // «Вестник Московского авиационного института». 2014. № 21. С. 64–69. [G. V. Melnikova, B. F. Shorr, A. V. Salnikov, R. Z. Nigmatullin, "Automated dynamic optimization of turbine rotor blades of gas turbine engines", (in Russion), in Bulletin of the Moscow Aviation Institute, no. 21, pp. 64–69, 2014]

5. Басов К. А. ANSYS справочник пользователя. М.: ДМК пресс, 2005. 640 с. [К. А. Basov, ANSYS user's guide, (in Russian), Mockow: DMK Press. 2005.]

6. Тюленев В. Н., Дмитриев А.Б., Синицын А.А., Филатов М.Д. Частотная отстройка рабочих лопаток по первым трем формам колебаний с использованием графического дисплея в диалоговом режиме // Проблемы прочности и динамики в авиадвигателестроении. 1980. Вып. 1, Труды ЦИАМ № 887, С. 98–106. [V. N. Tyulenev, A. B. Dmitriyev, A. A. Sinitsyn, M. D. Filatov, "The frequency detuning of rotor blades on the first three vibration modes with a graphic display in the dialog", (in Russian), in Problems of Strength and dynamics in the aircraft engine. vol. 1, Proceedings of the CIAM, no. 887, pp. 98-106. 1980.]

ОБ АВТОРАХ

САЛЬНИКОВ Антон Владелинович, аспирант, ведущий инженер отделения прочности ЦИАМ. Дипл. инженерисследователь (МЭИ (ТУ), 2008). Готовит дисс. о проблемах конструктивно-прочностной оптимизации деталей рабочих колес ГТД.

МЕЛЬНИКОВА Галина Всеволодовна, вед. науч. сотр. отделения прочности ЦИАМ. Дипл. инженер-механик (МАИ, 1966). Канд.техн.наук. (МАДИ, 1989). Проблемы динамической прочности двигателей ЛА.

METADATA

Title: An optimization of frequency spectrum of turbine wheels with cooled blades.

Authors: A. V. Salnikov¹, G. V. Melnikova²

Affiliation:

^{1,2} Central Institute of Aviation Motors, Russia.

Email:

¹ salnikov@ciam.ru, ² shorr@ciam.ru.

Language: Russian.

- Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 19, no. 3 (69), pp. 37-43, 2015. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).
- Abstract: A new approach of frequency spectrum optimization of turbine blades with a complex cooling system is developed. It's based on the next principle: an equivalent solid blade is used instead of a real cooled blade during a frequency optimization. Equivalence between blades means an equality of an analyzable frequency spectrum. Blades sections remain identical and equivalence is achieved by changing material properties of a solid blade. An optimization lies in tuning out of blade frequency from dangerous modes during minimal changes of not dangerous Eigen frequencies and blade mass minimization. It's shown that to satisfy requirements of an Eigen frequency optimization on several modes the best results can be found by creating an equivalent blade with a specific thin "walls" and solid inner parts, which volumes are changed according to variation of chord sizes and section thicknesses.
- Key words: dynamic optimization, turbine, blade, frequencies, stress, resonance.

About authors:

SALNIKOV, Anton Vladelinovich, Postgrad. (PhD), Lead engineer Stress analyst Optimized solutions. Engineerresearcher (MPEI, 2008).

MELNIKOVA, Galina Vsevolodovna, Leading Researcher of strength department CIAM. Dipl. mechanical engineer (MAI, 1966). Ph.D. (MADI, 1989). Problems of dynamic strength of aircraft engines.