

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НА СУПЕРКОМПЬЮТЕРЕ В КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ВОЛНОВОЙ ТОМОГРАФИИ С УЧЕТОМ ПОГЛОЩЕНИЯ

С. Ю. РОМАНОВ

romanov60@gmail.com

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (МГУ)  
Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ (НИВЦ МГУ)

*Поступила в редакцию 27 января 2015 г.*

**Аннотация.** Предложены эффективные методы решения обратных задач волновой томографии. Обратная задача рассматривается как коэффициентная обратная задача для волнового уравнения относительно неизвестных функций, характеризующих как скорость, так и поглощение в диагностируемой области. Математическая модель описывает эффекты дифракции, рефракции, поглощения. Алгоритмы основаны на прямом вычислении градиента функционала невязки. Используются данные по всей границе расчетной области (томография с полным диапазоном данных) при решении обратной задачи. Методами математического моделирования исследовано влияние эффекта поглощения на возможности реконструкции неоднородностей. Проблема большого объема вычислений при решении обратной задачи преодолена с помощью использования суперкомпьютера кластерного типа. Использование явной разностной схемы идеально подходит для распараллеливания. Проведенные модельные расчеты показывают, что можно восстановить не только скорость, но и поглощение в диагностируемой среде. Разработанные алгоритмы могут быть использованы при проектировании ультразвуковых томографов, в задачах электромагнитной диагностики, сейсморазведки и инженерной сейсмологии.

**Ключевые слова:** коэффициентные обратные задачи; волновое уравнение; компьютерное моделирование; ультразвуковая томография; параллельные вычисления; суперкомпьютер.

### ВВЕДЕНИЕ

Различные физические задачи описываются скалярными волновыми уравнениями гиперболического типа. К таким задачам относятся обратные задачи ультразвуковой (УЗ) томографии в медицине, электромагнитного зондирования [1], томографии неоднородностей морского дна [2], акустической диагностики железнодорожных насыпей [3], сейсморазведки [4], инженерной сейсмологии [5], неразрушающего контроля ультразвуком сварных швов [6] и т. п.

Во всех перечисленных выше задачах всегда присутствует поглощение как неотъемлемый

физический процесс распространения волн в средах. Работа посвящена решению обратных задач диагностики объектов с помощью волнового зондирования. Обратная задача рассматривается как коэффициентная обратная задача для волнового уравнения с учетом эффектов поглощения.

В настоящее время в медицине для регулярных обследований используется ультразвуковая диагностика, которая не может обладать высоким разрешением из-за ограниченного диапазона углов наблюдения. В отличие от рентгеновских томографов, математические модели УЗ томографии должны учитывать явления дифракции, рефракции, переотражения волн и т. д. Поглощение УЗ волн в диагностируемом объекте является одним из основных физических процессов. В задачах акустического зондирования поглощение, как правило, возрастает с увеличением частоты. УЗ импульсы большой частоты более 20 МГц используются исключи-

---

Статья рекомендована к публикации программным комитетом Международной суперкомпьютерной конференции «Научный сервис в сети Интернет: многообразие суперкомпьютерных миров» (2014). Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 14-07-00078 а.

тельно для диагностики подкожных слоев, поскольку полностью поглощаются на глубине порядка нескольких миллиметров. На частоте порядка от 0,3 до 1,5 МГц ослабление сигнала от источника в мягких тканях человека может достигать нескольких раз при размере диагностируемого объекта 10–15 см [7]. Именно этот диапазон от 0,3–1,5 МГц используются при проектировании УЗ томографов.

Задачей УЗ томографии является поиск неоднородностей в диагностируемой области. В идеале можно пытаться искать как неоднородности по скорости распространения УЗ волны, так и неоднородности по поглощению. Одной из целей статьи является оценка возможности одновременного определения скоростного разреза и неоднородностей по поглощению из решения обратной задачи для волнового уравнения с поглощением.

Попытки решения обратных задач в моделях с поглощением лишь единичны. Связано это с тем, что разработка методов решения коэффициентных обратных задач, когда неизвестными являются как функции, характеризующие скорость, так и функции, характеризующие поглощение, является очень сложной задачей, в том числе в вычислительном плане. Полное решение ее без различного рода упрощений возможно только на суперкомпьютерах. Суперкомпьютерные технологии, в том числе с использованием графических карт, находят все большее применение в обратных задачах волновой томографии из-за огромного объема вычислений особенно в трехмерном случае [8–10].

В работах [11, 12] предложены методы решения обратных задач УЗ томографии в приближенной параболической модели для волнового уравнения, которая достаточно хорошо работает при небольших углах дифракции и рефракции. В рамках параболической модели можно использовать только томографическую схему на прохождении, что приводит к необходимости решать поэтапно две разные задачи на отражение и на прохождении. В работах [13, 14] рассматривается обратная задача для уравнения Гельмгольца. Сделана попытка восстановления функции, описывающей поглощение в рамках упрощенной модели. Восстановление скоростного разреза осуществляется в томографической схеме на прохождении [15]. В работе [16] рассмотрена постановка обратной задачи с учетом поглощения, независимого от частоты. На теоретическом уровне описан «propagation-back-propagation» метод решения для этой постановки, выписано выражение для градиента функционала невязки. В другой постановке выраже-

ние для градиента функционала невязки для волнового уравнения с учетом поглощения независимого от частоты, получено в работе [17]. В работе [18] для реконструкции скорости и поглощения рассмотрен метод граничного управления. Часть работ посвящена исследованию алгоритмов решения трехмерных задач [19–21].

В работе рассмотрена модель, имеющая квадратичную зависимость поглощения от частоты зондирующих импульсов. Неизвестными являются не только функция, характеризующая скоростной разрез, но и поглощение в диагностируемой области. Зондирование осуществляется короткими импульсами. В рамках стандартной томографической постановки для разных положений источников собирается зарегистрированный сигнал как функции от времени с большого количества приемников. Используя представление для градиента функционала невязки как по функции скорости, так и по функции поглощения, разработаны численные методы и проведены расчеты модельных задач на суперкомпьютере «Ломоносов» на процессорах общего назначения.

#### ПОСТАНОВКА И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим волновую модель, в которой поглощение квадратично зависит от частоты. Будем рассматривать так называемое стоковское поглощение в вязких средах [22]. Задачу будем описывать уравнениями (1, 2).

$$c(r)u_{tt}(r, t) + a(r)(\Delta u)_t - \Delta u(r, t) = \delta(r - q)f(t), \quad (1)$$

$$u(r, t = 0) = u_t(r, t = 0) = 0, \quad \partial_n u|_{ST} = p(r, t). \quad (2)$$

Здесь  $u(r, t)$  – акустическое поле в области  $\Omega \subset R^N$ ,  $N = 2, 3$ , ограниченной поверхностью  $S$ , точечный источник располагается в точке  $q$ ,  $\partial_n u|_{ST}$  – производная вдоль нормали к поверхности  $S$  в области  $S \times (0, T)$ ,  $p(r, t)$  – некоторая известная функция. Предполагается, что вне области неоднородности скорость  $c^{-0.5}(r) = v(r) \equiv v_0 = \text{const}$ , где  $v_0$  – известна, а в окрестности ограничивающей поверхности  $S$   $a(r)|_S = 0$ . В случае исследования объекта, помещенного в воду, можно считать выполненным условие  $a(r) \equiv 0$  около границы, поскольку поглощение ультразвука в воде гораздо меньше, чем в тканях. Решение задачи (1), (2) заключается в расчете волнового поля в области

$\Omega$ , если в качестве источника излучения используется точечный источник. Условия (2) представляют собой граничные и начальные условия. Функция  $p(r, t)$  может быть получена из решения внешней задачи в однородной среде для области  $R^N \setminus \Omega$  по экспериментальным данным на границе  $S$ . Однако в настоящей работе использовались приближенные условия неотражения на границе, описанные ниже.

Обратная задача состоит в нахождении функций  $c(r)$  и  $a(r)$ , описывающих неоднородность, по экспериментальным данным измерения волны  $U(s, t)$  на границе  $S$  области за время  $(0, T)$  при различных положениях  $r_0$  источника.

Введем функционал невязки

$$\Phi(u(c)) = \frac{1}{2} \int_0^T \int_S (u(s, t) - U(s, t))^2 ds dt. \quad (3)$$

Поставим обратную задачу как задачу минимизации квадратичного функционала (3). Для минимизации функционала будем использовать градиентные итерационные методы. Выделяя линейные части по вариации  $dc$  и  $da$ , для градиента функционала  $\Phi(u(\xi))$  имеем [23]

$$\begin{aligned} \Phi'_c(u(c)) &= \int_0^T w_t(r, t) u_t(r, t) dt, \\ \Phi'_a(u(a)) &= \int_0^T w_t(r, t) \Delta u(r, t) dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $u(r, t)$  – решение основной задачи (1) и (2), а  $w(r, t)$  – решение «сопряженной» задачи при заданных  $c(r)$  и  $a(r)$  [17]. Таким образом, для вычисления градиента функционала необходимо решить основную и «сопряженную» задачи.

#### ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В СРЕДЕ С ПОГЛОЩЕНИЕМ

Для решения обратной задачи будем использовать метод конечных разностей. На области изменения аргументов введем равномерную дискретную сетку

$$\begin{aligned} v_{ijk} &= \{(x_i, y_j, t_k) : x_i = ih, 0 \leq i < n; \\ & y_j = jh, 0 \leq j < n; t_k = k\tau, 0 \leq k < m\}, \end{aligned}$$

где  $h$  – шаг сетки по горизонтальным координатам;  $\tau$  – шаг сетки по времени. Параметры  $h$

и  $\tau$  связаны условием устойчивости Куранта  $c^{-0.5} \tau < h/\sqrt{2}$ . Параметры  $n, m$  задают количество точек сетки по горизонтальным координатам и времени.

Мы использовали четырехслойную по времени схему, которая обеспечила получение устойчивого решения волнового уравнения с поглощением (1). Для слагаемого  $a(r)(\Delta u)_i$  предложена следующая схема

$$\begin{aligned} \frac{a_{ij}}{\tau h^2} & \left[ (u_{i+1j}^k - u_{ij}^{k+1} - u_{ij}^{k-1} + u_{i-1j}^k + u_{ij+1}^k - u_{ij}^{k+1} - \right. \\ & \left. - u_{ij}^{k-1} + u_{ij-1}^k) - (u_{i+1j}^{k-1} - u_{ij}^k - \right. \\ & \left. - u_{ij}^{k-2} + u_{i-1j}^{k-1} + u_{ij+1}^{k-1} - u_{ij}^k - u_{ij}^{k-2} + u_{ij-1}^{k-1}) \right]. \end{aligned}$$

Выделяя член  $u_{ij}^{k+1}$ , получаем явную разностную схему по временным слоям для расчета распространения звуковой волны (расчет «в прямом времени») для уравнения (1)

$$\begin{aligned} u_{ij}^{k+1} &= \left( \frac{c_{ij}}{\tau^2} - \frac{2a_{ij}}{\tau h^2} \right)^{-1} \left[ \frac{c_{ij}}{\tau^2} (2u_{ij}^k - u_{ij}^{k-1}) - \right. \\ & \left. - \frac{a_{ij}}{\tau h^2} \{ (u_{i+1j}^k - 2u_{ij}^{k-1} + u_{i-1j}^k + u_{ij+1}^k + u_{ij-1}^k) - \right. \\ & \left. - (u_{i+1j}^{k-1} - 2u_{ij}^k - 2u_{ij}^{k-2} + u_{i-1j}^{k-1} + u_{ij+1}^{k-1} + u_{ij-1}^{k-1}) \} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{h^2} (u_{i+1j}^k + u_{i-1j}^k + u_{ij+1}^k + u_{ij-1}^k - 4u_{ij}^k) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Начальные условия задаются в виде  $u_{ij}^0 = u_{ij}^1 = 0$ . В качестве граничных условий для модельных расчетов в настоящей статье выбиралось условие неотражения на границе, которое в разностной аппроксимации имеет вид

$$\frac{(u_{i+1j}^k - u_{i-1j}^k)}{2h} = \pm \frac{(u_{ij}^{k+1} - u_{ij}^{k-1})}{c_{ij}^{0.5} 2\tau} \text{ для } i=1 \text{ или } n-2.$$

Аналогично по индексу  $j$  для  $j=1$  или  $n-2$ .

Для аппроксимации слагаемого

$$\Delta \{ a(r) w_t(r, t) \}$$

в сопряженной задаче предложена следующая схема

$$\frac{1}{\tau h^2} [a_{i+1j} (w_{i+1j}^{k+1} - w_{i+1j}^k) + a_{i-1j} (w_{i-1j}^{k+1} - w_{i-1j}^k) -$$

$$\begin{aligned}
& -a_{ij} \left\{ (w_{ij}^{k+2} + w_{ij}^k) - (w_{ij}^{k-1} + w_{ij}^{k+1}) \right\} + \\
& + a_{ij+1} (w_{ij+1}^{k+1} - w_{ij+1}^k) + a_{ij-1} (w_{ij-1}^{k+1} - w_{ij-1}^k) - \\
& - a_{ij} \left\{ (w_{ij}^{k+2} + w_{ij}^k) - (w_{ij}^{k-1} + w_{ij}^{k+1}) \right\}.
\end{aligned}$$

Разностная схема для волны  $w(r, t)$  в сопряженной задаче выписывается в следующей явной форме по временным слоям в обратном времени

$$\begin{aligned}
w_{ij}^{k-1} &= \left( \frac{c_{ij}}{\tau^2} - \frac{2a_{ij}}{\tau h^2} \right)^{-1} \left[ \frac{c_{ij}}{\tau^2} (2w_{ij}^k - w_{ij}^{k+1}) + \right. \\
& + \frac{1}{\tau h^2} [a_{i+1j} (w_{i+1j}^{k+1} - w_{i+1j}^k) + a_{i-1j} (w_{i-1j}^{k+1} - w_{i-1j}^k) + \\
& + a_{ij+1} (w_{ij+1}^{k+1} - w_{ij+1}^k) - 2a_{ij} (w_{ij}^{k+2} + w_{ij}^k - w_{ij}^{k+1}) + \\
& + a_{ij-1} (w_{ij-1}^{k+1} - w_{ij-1}^k)] + \\
& \left. + \frac{1}{h^2} (w_{i+1j}^k + w_{i-1j}^k + w_{ij+1}^k + w_{ij-1}^k - 4w_{ij}^k) \right].
\end{aligned}$$

Градиент (4) функционала невязки вычислялся по разностной формуле

$$\begin{aligned}
\text{grad } C_{ij} &= \sum_{k=1}^{m-2} \frac{u_{ij}^{k+1} - u_{ij}^k}{\tau} \frac{w_{ij}^{k+1} - w_{ij}^k}{\tau} \tau, \\
\text{grad } A_{ij} &= \sum_{k=1}^{m-2} \frac{u_{i+1j}^k + u_{i-1j}^k + u_{ij+1}^k + u_{ij-1}^k - 4u_{ij}^k}{h^2} \times \\
& \times \frac{w_{ij}^{k+1} - w_{ij}^{k-1}}{\tau} \tau, \quad (6)
\end{aligned}$$

где  $\text{grad } C_{ij}$  – градиент в точке  $(x_i, y_j)$  по  $c$ , а  $\text{grad } A_{ij}$  – градиент в точке  $(x_i, y_j)$  по  $a$ . Невязка вычисляется по формуле

$$F = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^m \sum_{(i,j) \in S} (u_{ij}^k - U_{ij}^k)^2 h \tau. \quad (7)$$

Здесь  $S$  – граница,  $U_{ij}^k$  – значения  $U(r, t)$  в точке  $(x_i, y_j)$  на границе  $S$  в момент времени  $t_k$ .

Для проведения модельных расчетов был использован следующий итерационный процесс. В качестве начального приближения выбирается значение  $c^{(0)} = c_0 = \text{const}$ , соответствующее скорости звука в воде 1,5 км/с, и

$$a^{(0)} = \begin{cases} a_0 = \text{const}, & \text{для } (i, j) \in G; \\ 0, & \text{для } (i, j) \notin G, \end{cases}$$

где  $a_0$  – некоторое среднее значение поглощения в области  $G$ , граница области  $G$  – известна. (Проводились также вычисления с начального

приближения  $a_0 = 0$  в области  $\Omega$ , которые показали аналогичную сходимость итерационного процесса.)

На каждой итерации ( $p$ ) выполняются следующие действия:

1. Расчет начального импульса источника.

2. Решение прямой задачи (1), (2) для текущего итерационного приближения  $(c^{(p)}, a^{(p)})$ .

Расчет распространения ультразвуковой волны  $u^{(p)}(r, t)$  выполняется по формуле (5). Вычисляются значения  $u(r, t)$  на каждом из детекторов.

3. Вычисление невязки  $F^{(p)} = F(u^{(p)}(r, t))$  по формуле (7).

4. Решение сопряженной задачи для  $w^{(p)}(r, t)$ .

5. Вычисление градиента  $(\text{grad } C^{(p)}, \text{grad } A^{(p)})$  по формуле (6) для всех источников.

6. Коррекция текущего приближения  $c^{(p+1)} = c^{(p)} + \gamma^{(p)} \text{grad } C^{(p)}$ ,  $a^{(p+1)} = a^{(p)} + \gamma^{(p)} \text{grad } A^{(p)}$ . Процесс возвращается к пункту 2.

Итерационный процесс останавливается либо, если невязка становится меньше заданной величины, которая соответствует известной априори погрешности входных данных, либо при достижении заданного минимального значения скорости убывания невязки.

Начальный шаг метода градиентного спуска  $\gamma^{(0)}$  выбирается из априорных соображений. Для более точного определения шага для наискорейшего спуска потребовалось бы выполнять дополнительные итерации, что увеличило бы время расчетов в 2 и более раз. Если невязка  $F^{(p)}$  на следующей итерации оказывается больше  $F^{(p-1)}$ , шаг  $\gamma^{(p)}$  уменьшается в 1,5 раза.

## МОДЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ НА СУПЕРКОМПЬЮТЕРЕ

Используя явное представление для градиента функционала невязки, можно предложить эффективные итерационные процедуры восстановления  $c(r)$  и  $a(r)$ . Полученные представления для градиента невязки позволяют решать обратную задачу как в 2D, так и в 3D варианте. В работах [24] задача решалась в 3D случае на графических процессорах. В настоящей статье рассматриваются двумерные задачи УЗ томографии.

В силу большого объема вычислений наиболее эффективно рассматриваемые обратные задачи решаются с использованием суперкомпьютеров [25–27]. Суперкомпьютеры позволяют решать задачи на сетке до нескольких тысяч точек по каждой координате в восстанавливаемом

мом слое, в настоящей работе моделирование проводилось на равномерной расчетной сетке  $500 \times 500$  точек. Расчеты с помощью разработанных алгоритмов и программ были проведены на процессорах общего назначения суперкомпьютеров СКЦ МГУ «Ломоносов» с помощью технологии MPI.

Волновое уравнение аппроксимировалось явной разностной схемой. Явная схема сравнительно легко распараллеливается на многопроцессорной системе, например, с помощью метода разбиения квадратной области расчетов на квадратные подобласти. Было выделено  $4 = 2 \times 2$  подобласти, по границам которых на каждом шаге по времени выполнялся обмен данными. Следующий уровень распараллеливания связан с тем, что расчеты надо проводить для 64 источников, вычисления для каждого из которых в значительной степени независимы. Таким образом, обратная задача решалась на 256 вычислительных ядрах = 64 источника  $\times 2 \times 2$  подобластей. Такое разбиение по процессам позволяет достичь высокой эффективности и ускорения  $\sim 100$  раз по сравнению с однопроцессорным вариантом. Время расчета 500 итераций составило около 3,5 часов.

На рис. 1 приведена схема эксперимента, источники обозначены цифрой 1, приемники – цифрой 2. Источники расположены по сторонам области расчетов через равные интервалы, приемники излучения расположены также по периметру области расчетов с шагом не более  $\frac{1}{3}$ . Исследуемая область  $G$ , содержащая неоднородности, расположена в центре квадрата расчетной области и окружена непоглощающей средой  $L$  с известной скоростью  $v_0 = 1500$  м/с.

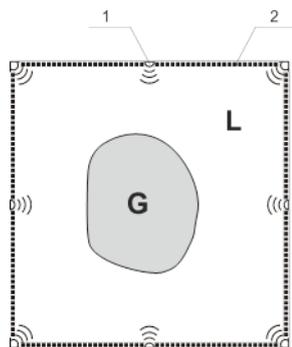


Рис. 1. Схема расположения источников и приемников в модельном эксперименте

Экспериментальные исследования проводились на компьютерно-синтезированном 2D объекте с модельными неоднородностями. Минимальный размер неоднородности 3 мм. Вариация скорости  $c(x, y)$  не превышала 20 %. Вариация

коэффициента поглощения  $a(x, y)$  в пределах объекта не превышала 50 %. Выбранные диапазоны вариации параметров соответствуют диапазонам изменения в мягких тканях человека [7].

В ходе модельных расчетов решалась прямая задача распространения ультразвуковой волны. Амплитуда волны при учете поглощения после прохождения через неоднородность падает примерно в 3 раза, а частотный спектр волны содержит в основном низкие частоты.

По полученным данным без внесения дополнительного шума решалась обратная задача. Параметры расчетной модели: длина волны излучения 5,0 мм; шаг регистрации сигналов по пространству 2,0 мм; размер области ультразвукового зондирования по горизонтали  $200 \times 200$  мм.

Для решения обратной задачи использовался итерационный процесс с начального приближения  $c(r) = \text{const} = c_0$  – известной вне области неоднородности. При наличии поглощения начальное приближение для поглощения выбиралось  $a(r) = \text{const} = a_0$  в диагностируемой области, где  $a_0$  полагалась равной среднему коэффициенту поглощения для мягких тканей. Вне области неоднородности, где поглощение отсутствует,  $a(r)$  всегда полагалась равной 0. Расчеты проводились для 64 источников излучения.

На рис. 2 приведены модельные сечения функции скорости распространения ультразвуковой волны  $v(x, y)$  в исследуемом объекте (слева) и функции поглощения ультразвуковой волны  $a(x, y)$  (справа) как функции от  $x, y$ .

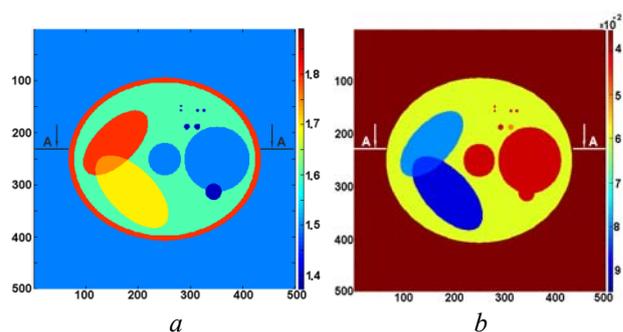


Рис. 2. Модельные изображения:  
a – скоростного разреза  $v(r)$ ;  
b – поглощения  $a(r)$

На рис. 3, 4 приведены результаты восстановления функций  $v(x, y)$  и  $a(x, y)$  через 500 и 3500 итераций. Видно, что удается восстановить одновременно две неизвестные функции: скорость и поглощение. Тем не менее, отчетливо можно утверждать, что функция скорости

при заданных параметрах восстанавливается за меньшее число итераций и с более высоким качеством, чем функция поглощения.

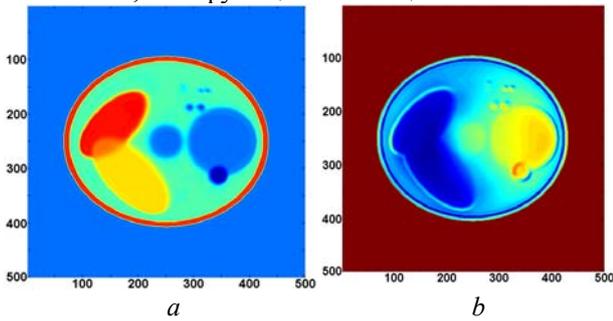


Рис. 3. Реконструированное изображение через 500 итераций:  $a - v(r)$ ;  $b - a(r)$

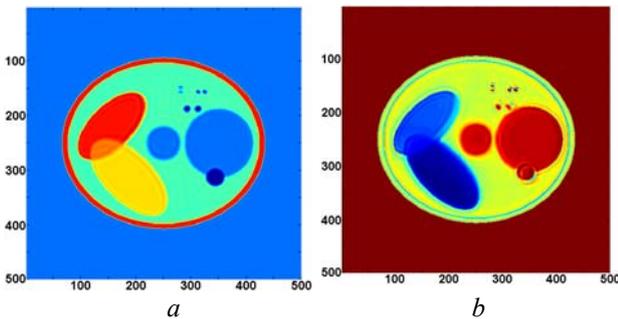


Рис. 4. Реконструированное изображение через 3500 итераций:  $a - v(r)$ ;  $b - a(r)$

Тот же факт, что функция скорости восстанавливается с более высоким качеством, чем функция поглощения виден, например, из рис. 5, где изображены графики точного и восстановленного сечений вдоль линии AA на рис. 2 для скорости ( $a$ ) и поглощения ( $b$ ).

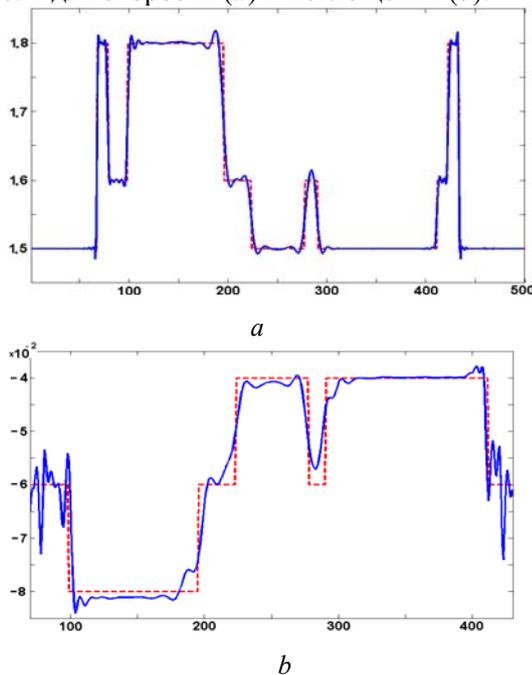


Рис. 5. График точного (пунктир) и восстановленного (сплошная) сечения вдоль линии AA, 3500 итераций:  $a - v(r)$ ;  $b - a(r)$

Из рис. 6 следует, что уменьшение числа источников до 4 (по сравнению с 64) также сильнее сказывается на реконструкции поглощения, качество которого становится низким.

Более того, скорость восстанавливается неплохо даже если вообще не учитывать поглощение. Это следует из рис. 7, где восстанавливалась скорость на основе модели без поглощения [17] по данным, полученным из модели с поглощением. Результаты, приведенные на рис. 7, получены в случае, когда поглощение уменьшает амплитуду сигнала на детекторах до 3 раз!

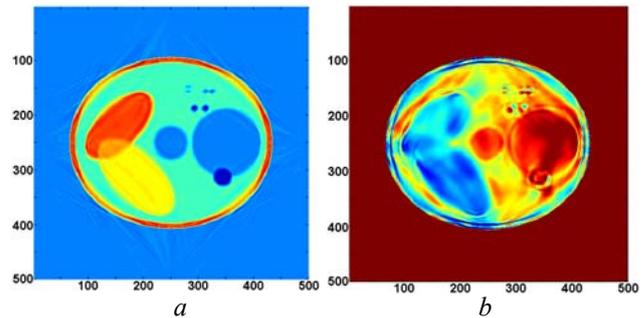


Рис. 6. Реконструированное изображение, 4 источника через 5000 итераций:  $a - v(r)$ ;  $b - a(r)$

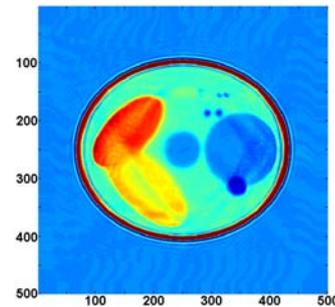


Рис. 7. Изображение  $v(r)$  реконструированное на основе модели без учета поглощения по данным из модели с учетом поглощения, 500 итераций

Даже при наличии вполне значимого поглощения, реконструированный в модели без поглощения скоростной разрез достаточно хорошо соответствует точному решению. Конечно, полученный результат нельзя сравнить с идеальной картинкой, полученной в соответствующей модели с поглощением. Тем не менее, тот факт, что реконструкция скоростного разреза не так сильно зависит от модели поглощения, обнадеживает.

## ВЫВОДЫ

Разработаны эффективные методы решения обратных задач УЗ томографии в моделях с поглощением. Обратная задача рассматривается как коэффициентная обратная задача относи-

тельно неизвестных функций, характеризующих как скоростной разрез, так и поглощение в диагностируемой области. Разработаны эффективные алгоритмы минимизации функционала невязки на базе вычисления градиента через решение сопряженной задачи. В рассматриваемой постановке не требуется искусственно разделять данные на прохождение и отражение.

Разработанные алгоритмы хорошо распараллеливаются при реализации на суперкомпьютерах, что позволяет в сотни раз сократить время вычислений по сравнению с персональным компьютером.

Модельные расчеты показали, что при небольших погрешностях входных данных можно восстанавливать не только скоростной разрез, но и поглощение. В моделях с поглощением скоростной разрез восстанавливается лучше, чем поглощение.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батраков Д. О., Батракова А. Г., Головин Д. В., Кравченко О. В., Почанин Г. П. Определение толщин слоев дорожной одежды методом георадиолокационного зондирования // Физические основы приборостроения. 2014. Т. 3, № 2(11). С. 46–57. [[ D. O. Batrakov, A. G. Batrakov, D. V. Golovin, et al., "Determination of thicknesses of the pavement layers with GPR probing," (in Russian), in *Fizicheskie osnovy priborostroeniya*, vol. 3, no. 2 (11), pp. 46–57, 2014. ]]
2. Гайкович П. К., Хилько А. И., Гайкович К. П. Метод многочастотной ближнеполевой акустической томографии объемных неоднородностей морского дна // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 6. С. 431–443. [[ P. K. Gaikovich, A. I. Khil'ko, and K. P. Gaikovich, "The method of multifrequency near-field acoustical tomography of bulk inhomogeneities of the sea bottom," (in Russian), in *Izvestiya Vysshikh Uchebn. Zaved. Radiofiz.*, vol. 54, no. 6, pp. 431–443, 2011. ]]
3. Кругликов А. А., Лазоренко Г. И., Шаповалов В. Л., Хакиев З. Б., Явна В. А. Компьютерное моделирование распространения акустических колебаний в насыпях железных дорог // Вестник Ростовского гос. университета путей сообщения. 2012. № 3. С. 135–140. [[ A. A. Kruglikov, G. I. Lazorenko, V. L. Shapovalov, et al., "Computer simulation of acoustic oscillations propagation in railway embankment," (in Russian), in *Vestn. Rostovsk. Gos. Univ. Putei Soobshcheniya*, no. 3, pp. 135–140, 2012. ]]
4. Данилин А. Н., Ерохин Г. Н., Кремлев А. Н., Пестов Л. Н., Саломонс Б., Круд Ф. Численное решение задачи определения сверхслабых дифракторов в сложной акустической среде // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2014. № 10. С. 115–119. [[ A. Danilin, G. Erokhin, A. Kremlev, et al., "Numerical solving the problem of detecting of ultraweak diffractors in a complex acoustical medium," (in Russian), in *Vestnik Baltiiskogo federal'nogo universiteta imeni Kanta*, no. 10, pp. 115–119, 2014. ]]
5. Головина С. Г., Романов С. Ю., Степанов В. В. Об одной обратной задаче сейсмологии // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15: Вычисл. матем. и киберн. 1994. № 4. С. 16–21. [[ S. G. Golovina, S. Yu. Romanov, and V. V. Stepanov, "On the inverse problem of seismics," (in Russian), in *Vestn. Mosk. Univ., Ser. 15: Vychisl. Matem. Kibern.*, no. 4, pp. 16–21, 1994. ]]
6. Базулин Е. Г. О возможности использования в ультразвуковом неразрушающем контроле метода максимальной энтропии для получения изображения рассеивателей по набору эхосигналов // Акустический журнал. 2013. Т. 59, № 2. С. 235–254. [[ E. G. Bazulin, "On the possibility of using the maximum entropy method in ultrasonic nondestructive testing for scatterer visualization from a set of echo signals," (in Russian), in *Akust. Zh.*, vol. 59, no. 2, pp. 235–254, 2013. ]]
7. Hende W. R., Ritenour E. R. *Medical Imaging Physics*. John Wiley & Sons, 2002. 536 p.
8. Burov V. A., Zotov D. I., Karavay M. F., Rumyantseva O. D. Ultrasound tomography of soft biological tissues containing strong inhomogeneities. // *Physics of Wave Phenomena*. 2013. Vol 21. № 1. P. 74–80.
9. Овчинников С.Л., Романов С. Ю. Организация параллельных вычислений при решении обратной задачи волновой диагностики // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2008. Т. 9, № 1. С. 338–345. [[ S. L. Ovchinnikov, and S. Y. Romanov, "Organization of parallel computations when solving the inverse problem of wave diagnostics," (in Russian), in *Vychisl. Metody Programm*, vol. 9, no. 1, pp. 338–345, 2008. ]]
10. Воеводин Вад. В., Овчинников С.Л., Романов С. Ю. Разработка высокоэффективных масштабируемых программ в задаче ультразвуковой томографии // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2012. Т.13, № 1. С. 307–315. [[ Vad. V. Voevodin, S. L. Ovchinnikov, and S. Y. Romanov, "Development of high-performance scalable software for ultrasound tomography," (in Russian), in *Vychisl. Metody Programm*, vol. 13, no. 1, pp. 307–315, 2012. ]]
11. Wiskin J., Borup D.T., Johnson S.A., Berggren M. Non-linear inverse scattering: high resolution quantitative breast tissue tomography. // *J. Acoust. Soc. Am*. 2012. Vol 131. № 5. P. 3802–3813.
12. André M., Wiskin J., Borup D., Johnson S., Ojeda-Fournier H., Olson L. Quantitative volumetric breast imaging with 3d inverse scatter computed tomography. // *Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc*. 2012. P. 1110–1113.
13. Pratt R. G., Huang L., Duric N., Littrup P. Sound-speed and attenuation imaging of breast tissue using waveform tomography of transmission ultrasound data. // *Medical Imaging 2007: Physics of Medical Imaging, Proceedings of the SPIE*. 2007. № 6510. P. 65104S.
14. Буров В. А., Шуруп А. С., Зотов Д. И., Румянцева О. Д. Моделирование функционального решения задачи акустической томографии для данных от квазиточечных преобразователей // Акустический журнал. 2013. Т. 59, № 3. С. 391–407. [[ V. A. Burov, A. S. Shurup, D. I. Zotov, and O. D. Rumyantseva, "Simulation of a functional solution to the acoustic tomography problem for data from quasi-point transducers," (in Russian), in *Akust. Zh.*, vol. 59, no. 3, pp. 391–407, 2013. ]]
15. Пикалов В. В., Баландин А. Л., Родионов Д. Г., Влащенко М. Г., Князев Б. А. Терагерцовая томография низко-контрастных объектов: алгоритмы и экспериментальные измерения // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Физика. 2010. Т. 5. № 4. С. 91–97. [[ V. V. Pikalov, A. L. Balandin, D. G. Rodionov, et al., "Te-

rahertz tomography of low contrast objects: algorithms and experimental measurements," (in Russian), in *Vestn. Novosib. Gos. Univ., Ser.: Fiz.* vol. 5, no. 4, pp. 91–97, 2010. ]]

16. **Natterer F.** (2015, Jan. 21). *Acoustic mammography in the time domain*, Inst. Appl. Math. Preprint. 2008 [Online]. Available: <http://wwwmath.uni-muenster.de/num/Preprints/files/80.pdf> (дата обращения 01.02.2015)

17. **Goncharsky A. V., Romanov S. Y.** Supercomputer technologies in inverse problems of ultrasound tomography. // *Inverse Probl.* 2013. Vol 29. № 7. P. 075004.

18. **Pestov L.** On determining an absorption coefficient and a speed of sound in the wave equation by the BC method. // *Journal of Inverse and Ill-posed Problems.* 2014. Vol 22. № 2. P. 245–250.

19. **Бакушинский А. Б., Козлов А. И., Кокурин М. Ю.** Об одной обратной задаче для трехмерного волнового уравнения // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 2003. Т. 43, № 8. С. 1201–1209. [[ А. В. Bakushinskii, A. I. Kozlov, and M. Yu. Kokurin, "On some inverse problem for a three-dimensional wave equation," (in Russian), in *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, vol. 43, no. 8, pp. 1201–1209, 2003. ]]

20. **Гончарский А. В., Романов С. Ю.** Об одной трехмерной задаче диагностики в волновом приближении // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 2000. Т. 40, № 9. С. 1364–1367. [[ А. В. Goncharsky, and S. Y. Romanov, "On a three-dimensional diagnostics problem in the wave approximation," (in Russian), in *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, vol. 40, no. 9, pp. 1364–1367, 2000. ]]

21. **Гончарский А. В., Овчинников С. Л., Романов С. Ю.** Об одной задаче волновой диагностики // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15: Вычисл. матем. и киберн. 2010. № 1. С. 7–13. [[ А. В. Goncharsky, S. L. Ovchinnikov, and S. Y. Romanov, "On the one problem of wave diagnostic," (in Russian), in *Vestn. Mosk. Univ., Ser. 15: Vychisl. Matem. Kibern.*, no. 1, pp. 7–13, 2010. ]]

22. **Shutilov V. A.** *Fundamental Physics of Ultrasound*. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publ., 1988. 378 p.

23. **Goncharsky A. V., Romanov S. Y.** Inverse problems of ultrasound tomography in models with attenuation. // *Physics in medicine and biology.* 2014. Vol. 59. № 8. P. 1979–2004.

24. **Goncharsky A. V., Romanov S. Y., Seryozhnikov S. Y.** Inverse problems of 3D ultrasonic tomography with complete and incomplete range data. // *Wave Motion.* 2014. Vol. 51. № 3. P. 389–404.

25. **Романов С. Ю.** К вопросу об масштабируемости программы для обратной задачи волновой томографии // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2013. № 2–1. С. 160–167. [[ S. Y. Romanov, "Scalability of the program for solving the inverse problem of wave tomography," (in Russian), in *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta imeni Lobachevskogo*, no. 2–1, pp. 160–167, 2013. ]]

26. **Агаян Г. М., Романов С. Ю.** Суперкомпьютерное моделирование в задаче ультразвуковой диагностики с применением аналитических подходов // Вестник УГАТУ. 2013. Т. 17, № 5 (58). С. 260–269. [[ G. M. Agayan, and S. Y. Romanov, "Supercomputer simulations in the problem of ultrasound diagnostics with the use of analytical approaches," (in Russian), in *Vestnik UGATU*, vol. 17, no. 5 (58), pp. 260–269, 2013. ]]

27. **Агаян Г. М., Воеводин Вад. В., Романов С. Ю.** О применимости послойных моделей в решении трехмер-

ных задач ультразвуковой томографии // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2013. Т. 14, № 1. С. 533–542. [[ G. M. Agayan, Vad. V. Voevodin, and S. Y. Romanov, "Applicability of stratified models for solving problems of three-dimensional ultrasonic tomography," (in Russian), in *Vychisl. Metody Programm*, vol. 14, no. 1, pp. 533–542, 2013. ]]

#### ОБ АВТОРЕ

**РОМАНОВ Сергей Юрьевич**, вед. науч. сотр. МГУ им. М. В. Ломоносова. Дипл. мат. (там же, 1982). Канд. физ.-мат. наук (там же, 1986). Иссл. в обл. обратных задач мат. физ.

#### METADATA

**Title:** Supercomputer modeling in coefficient inverse problems of wave tomography with attenuation.

**Authors:** S. Y. Romanov.

**Affiliation:** Research Computing Center of the M. V. Lomonosov Moscow State University, Russia.

**Email:** romanov60@gmail.com.

**Language:** Russian.

**Source:** *Vestnik UGATU* (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 19, no. 2 (68), pp. 207–214, 2015. ISSN 2225–2789 (Online), ISSN 1992–6502 (Print).

**Abstract:** Efficient methods are proposed for solving inverse problems of wave computer tomography. Inverse problem is viewed as a coefficient inverse problem for the wave equation for unknown functions that characterize both the velocity and attenuation in the diagnosed region. Mathematical model has to deal with diffraction, refraction, attenuation effects. Algorithms are based on direct computation of the gradient of the residual functional. We used data over the entire boundary of the computational domain (full-range tomography scheme) to solve the inverse problem. Mathematical modeling methods investigated the effects of the attenuation to the possibility of reconstruction. The problem of the large amount of computation for solving the inverse problem is overcome by using a supercomputer cluster-type. Used explicit finite difference scheme is ideally suited for parallelization. Computations of model problems show that it is possible to reconstruct not only the velocity, but also the attenuation in the diagnosed medium. The algorithms that we developed can be used in the design of ultrasound tomographs, electromagnetic diagnostics, seismic exploration, and earthquake engineering.

**Key words:** coefficient inverse problems; wave equation; computer modeling; ultrasonic tomography; parallel computing; supercomputer.

#### About the author:

**ROMANOV, Sergey Yurievich**, Cand. of Phys. and Math. Sci. (M. V. Lomonosov Moscow State University, 1986), Leading Researcher (Research Computing Center of the M. V. Lomonosov Moscow State University, Russia).