

УДК 621.9.047

## ПРЕДЕЛЬНО-КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО КОПИРОВАНИЯ ЗУБЧАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ С РАЗЛИЧНЫМ УГЛОМ РАСТВОРА КЛИНА ЭЛЕКТРОД-ИНСТРУМЕНТА

В. П. Житников<sup>1</sup>, Н. М. Шерыхалина<sup>2</sup>, А. А. Зарипов<sup>3</sup>, А.А. Соколова<sup>4</sup>

<sup>1</sup> zhitnik@mail.ru, <sup>2</sup> n\_sher@mail.ru, <sup>3</sup> jacud@yandex.ru, <sup>4</sup> alexandrakrasich@gmail.com

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 29.07.2018

**Аннотация.** Решается задача моделирования нестационарной электрохимической обработки электрод-инструментом с впадиной клинообразной формы с произвольным углом раствора клина. Для моделирования процесса анодного растворения используется ступенчатая функция выхода по току. Для исследования режима с наибольшей локализацией процесса растворения рассматривается случай совпадения критической напряженности с максимальным ее значением на обрабатываемой поверхности. Для решения используются конформные отображения. Найдено точное (в квадратурах) решение задачи и получены численные результаты, позволяющие определить форму обрабатываемой поверхности в различные моменты времени.

**Ключевые слова:** комплексный потенциал; конформное отображение; выход по току; квазистационарная модель; предельное решение.

### ВВЕДЕНИЕ

Моделирование электрохимической обработки (ЭХО) основано на законе Фарадея, согласно которому скорость растворения  $V_{есм}$  равна [1]

$$V_{есм} = \frac{k}{\kappa} \eta j, \quad k = \frac{\kappa \varepsilon}{\rho}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – электрохимический эквивалент;  $\rho$  – плотность растворяемого материала;  $\kappa$  – электропроводность электролита;  $j$  – плотность тока на анодной границе;  $\eta = \eta(j)$  – выход по току (доля тока, участвующего в реакции растворения металла).

В данной работе зависимость выхода по току от плотности тока моделируется ступенчатой функцией [2–7]

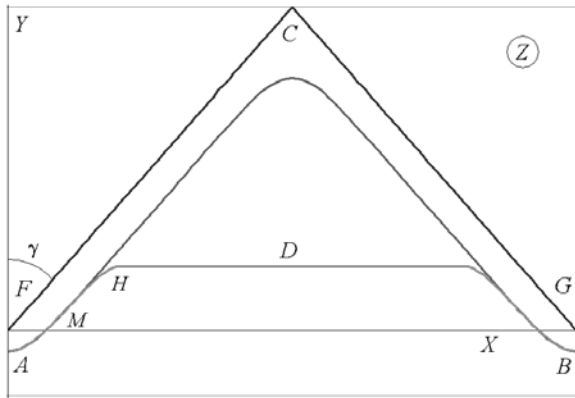
$$\eta(j) = \begin{cases} \eta_0, & j > j_1, \\ 0 \leq \eta \leq \eta_0, & j = j_1, \\ 0, & j < j_1. \end{cases} \quad (2)$$

Рассматривается режим обработки, называемый предельно квазистационарным, при котором в каждой точке анода, где происходит растворение,  $j = j_1$ , а  $\eta$  может изменяться от  $\eta_0$  до нуля или какой-то минимальной величины. При этом достигается наивысшая степень локализации процесса растворения [8].

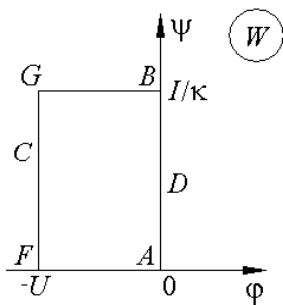
Нагревом электролита и газонаполнением пренебрегается, и рассматривается идеальный процесс в однородном электролите. При допущении об идеальности среды для решения задачи можно применить методы теории функций комплексного переменного и использовать конформные отображения.

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Рассмотрим нестационарную задачу электрохимической обработки с помощью электрода-инструмента (ЭИ)  $FCG$  с зубчатой периодической поверхностью. Форма межэлектродного пространства (МЭП) в некоторый момент времени показана на рис. 1, *a*. Рассматривая один период, ограничим межэлектродное пространство (МЭП) вертикальными пластинами  $FA$  и  $GB$  из изоляционного материала. Изначально плоская заготовка  $ADB$  движется в направлении ЭИ со скоростью  $V_a$ . Начальный межэлектродный зазор (расстояние  $AF$ ) равен  $S_0$ , ширина ячейки  $L$ , разность потенциалов между электродами равна  $U$ .



*a*



*б*

**Рис. 1.** Образы МЭП:

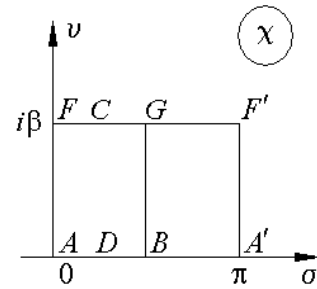
*a* – на физической плоскости; *б* – на плоскости комплексного потенциала;  
 $FCG$  – ЭИ (катод);  $ADB$  – обрабатываемая поверхность (анод)

Пусть комплексные координаты  $Z = X + iY$ . В связи с эквипотенциальностью электродов форма области МЭП на плоскости комплексного потенциала  $W = \varphi + i\psi$  ( $\varphi$  – потенциал электрического поля,  $\psi$  – функция тока) представляет собой прямоугольник (рис. 1, *б*). Линиям тока  $FA$

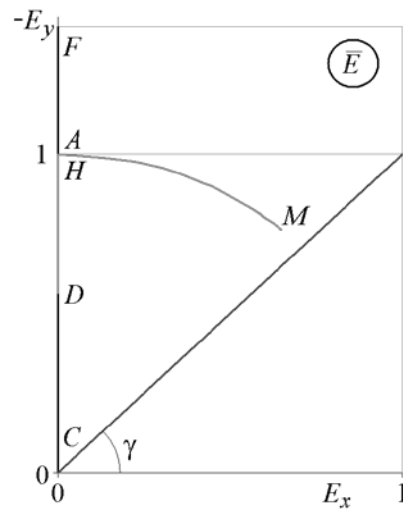
и  $GB$  соответствуют горизонтальные отрезки. При этом величина напряженности электрического поля определяется производной  $E = \left(\frac{dW}{dZ}\right)$ , а плотность тока в соответствии с законом Ома  $j = \kappa|E|$ .

Конформно отобразим область МЭП на прямоугольник параметрической плоскости  $\chi$  (рис. 2, *a*). Для выполнения условия  $Re z(\chi) = \text{const}$  на участках границы  $FA$  и  $GB$  функцию  $z(\chi, \tau)$ , согласно принципу симметрии, следует аналитически продолжить симметрично отрезку  $GB$  (рис. 2, *a*). Если форма ЭИ является симметричной, то продолжение не проводится. Связь плоскостей  $\chi$  и  $W$  осуществляется функцией

$$W = i \frac{U}{\beta} \chi. \tag{3}$$



*a*



*б*

**Рис. 2.** Форма образов МЭП для  $\alpha = 1$ :  
*a* – на параметрической плоскости; *б* – на плоскости годографа напряженности  $\bar{E} = dw/dz$ ;  
*M* – точка перегиба анодной поверхности

При этом закон Фарадея (1) в векторном виде можно выразить формулой:

$$\frac{dZ}{dt} = k\eta \overline{\left(\frac{dW}{dZ}\right)}.$$

Перейдем к безразмерным величинам  $x, y, \tau, w$ :

$$x = \frac{X}{l}, \quad y = \frac{Y}{l}, \quad \tau = \frac{V_{et}}{l} t = \frac{k\eta_0 U}{l^2} t, \quad w = \frac{W}{U}.$$

Здесь  $l$  – величина стационарного зазора в задаче об обработке плоским горизонтальным ЭИ. Из условия  $V_{ecm} = V_a$  в (1) определяем  $V_a = k\eta_0 U/l$ . Тогда  $l = k\eta_0 U/V_a$ ,  $E_0 = U/V_a$ . При этом безразмерная скорость

$$v_a = \frac{dy_D}{d\tau} = \frac{dY_D}{V_a dt} = 1.$$

В безразмерном виде закон Фарадея

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{dZ}{V_{et} dt} = \frac{k\eta U}{V_{et} l} \overline{\left(\frac{dw}{dz}\right)} = \frac{\eta}{\eta_0} \overline{\left(\frac{dw}{dz}\right)}.$$

На рис. 2, б показана плоскость годографа безразмерной напряженности  $E = dw/dz$ , где ввиду симметрии изображена только правая половина формы области, соответствующая левой половине области плоскости  $Z$ .

Поскольку при  $|\omega| < 1$  растворения не происходит, а значение  $|E| = E_1 = j_1/\kappa = E_0$  является максимальным в данном процессе, на всех участках, где растворение происходит, модуль  $|\omega| = 1$ . При этом области анода соответствует разрез по дуге окружности  $|\omega| = 1$   $AMH$  и части вертикальной прямой  $HD$ , соответствующей нерастворенной части обрабатываемой поверхности. Это позволяет получать решения, соответствующие различным моментам времени  $\tau$  не решая

нестационарной задачи, т.е. квазистационарно, аналогично [3]. В данной постановке задачи квазистационарное решение является точным, а не приближенным к нестационарному.

Границе катода  $CF$  соответствует луч, расположенный под углом  $\gamma$  к оси абсцисс.

Таким образом, для решения задачи необходимо найти конформное отображение области МЭП плоскости годографа на плоскость  $w$  (рис. 1, б).

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Применив преобразование

$$\omega = i \ln \frac{\bar{E}}{E_1} = \theta + i\tau, \quad \tau = \ln \frac{|E|}{E_1}, \quad (4)$$

получим на плоскости  $\omega$  многоугольник с углами  $A, C, F, M, H$ , равными  $\pi/2; 0; 0, 2\pi; \pi/2$  соответственно (рис. 3, а).

Используя преобразование Шварца–Кристоффеля, получим конформное отображение верхней полуплоскости  $t_1$  (рис. 4, б) на этот многоугольник

$$\omega(t_1) = iC_1 \int_{\infty}^{t_1} \frac{(\zeta + \mu)d\zeta}{(\zeta - \nu)(\zeta - 1)\zeta^{1/2}} + \frac{\pi}{2}.$$

Поскольку

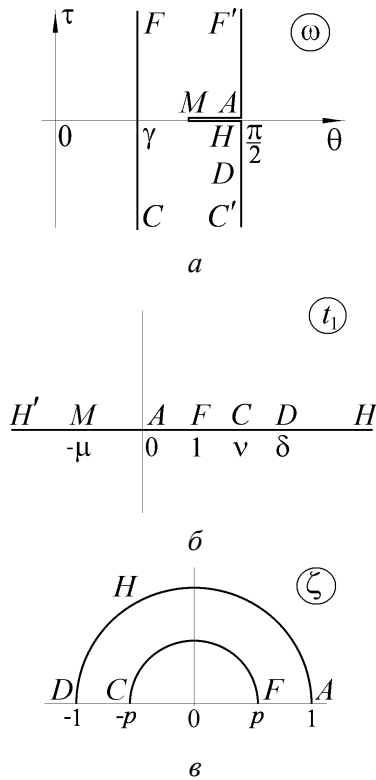
$$\frac{\zeta + \mu}{(t_1 - \nu)(t_1 - 1)} = \frac{\mu + \nu}{\nu - 1} \frac{1}{t_1 - \nu} - \frac{\mu + 1}{\nu - 1} \frac{1}{t_1 - 1},$$

$$\int \frac{dt_1}{(t_1 - \nu)\sqrt{t_1}} =$$

$$= 2 \int \frac{du}{u^2 - \nu} = \frac{1}{\sqrt{\nu}} \ln \frac{u - \sqrt{\nu}}{u + \sqrt{\nu}} = \frac{1}{\sqrt{\nu}} \ln \frac{\sqrt{t_1} - \sqrt{\nu}}{\sqrt{t_1} + \sqrt{\nu}},$$

то  $\omega(t_1) =$

$$= iC_1 \frac{\mu + \nu}{(\nu - 1)\sqrt{\nu}} \ln \frac{\sqrt{t_1} - \sqrt{\nu}}{\sqrt{t_1} + \sqrt{\nu}} - iC_1 \frac{\mu + 1}{\nu - 1} \ln \frac{\sqrt{t_1} - 1}{\sqrt{t_1} + 1} + \frac{\pi}{2}.$$



**Рис. 3.** Формы образа МЭП на плоскостях:  
*a* – на плоскости  $\omega$ ; *б* – на параметрической  
 плоскости  $t_1$ ; *в* – на параметрической плоскости  $\zeta$

Поскольку в соответствии с рис. 3, *a*

$$\operatorname{Re} \omega\left(\frac{1+v}{2}\right) = \gamma, \quad \operatorname{Re} \omega(0) = \frac{\pi}{2},$$

то

$$\operatorname{Re} \omega\left(\frac{1+v}{2}\right) = -\pi C_1 \frac{\mu+v}{(v-1)\sqrt{v}} + \frac{\pi}{2} = \gamma,$$

$$\operatorname{Re} \omega(0) = -\pi C_1 \frac{\mu+v}{(v-1)\sqrt{v}} + \pi C_1 \frac{\mu+1}{v-1} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2},$$

$$C_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{\pi}\right) \frac{(v-1)\sqrt{v}}{\mu+v}, \quad \mu = \sqrt{v}.$$

Тогда получим окончательно

$$\begin{aligned} \omega(\zeta) = & i\left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{\pi}\right) \ln \frac{\sqrt{t_1} - \sqrt{v}}{\sqrt{t_1} + \sqrt{v}} - \\ & - i\left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{\pi}\right) \ln \frac{\sqrt{t_1} - 1}{\sqrt{t_1} + 1} + \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для удобства численного интегрирования в качестве основной параметрической плоскости выберем полукольцо плоскости  $\zeta$  (рис. 3, *в*).

Внешность полукруга радиуса  $p$  отображается на верхнюю полуплоскость с помощью функции  $u_1 = \left(\frac{\zeta - p}{\zeta + p}\right)^2$ . При этом полукольцо отображается на полуплоскость с вырезом овальной формы (рис. 4, *a*), где  $a_1 = \left(\frac{1-p}{1+p}\right)^2$ . Чтобы превратить эту область в полуплоскость, используем ряд Лорана с действительными коэффициентами

$$u_2(\zeta) = \left(\frac{\zeta - p}{\zeta + p}\right)^2 + \sum_{m=1}^{\infty} c_m \left( \left(\frac{\zeta}{p}\right)^m + \left(\frac{\zeta}{p}\right)^{-m} \right).$$

На полуокружности  $AHD$   $\zeta = e^{i\sigma}$

$$\begin{aligned} u_2(e^{i\sigma}) = & \left(\frac{1 - pe^{-i\sigma}}{1 + pe^{-i\sigma}}\right)^2 + \sum_{m=1}^{\infty} c_m (p^{-m} e^{im\sigma} + p^m e^{-im\sigma}) = \\ = & (1 - pe^{-i\sigma})^2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (1+m) p^m e^{-im\sigma} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} c_m (p^{-m} e^{im\sigma} + p^m e^{-im\sigma}) = \\ = & 1 - 2pe^{-i\sigma} + p^2 e^{-i2\sigma} - 2pe^{-i\sigma} + \\ & + 3p^2 e^{-i2\sigma} + \sum_{m=3}^{\infty} (-1)^m (1+m) p^m e^{-im\sigma} + \\ & + 4p^2 e^{-i2\sigma} - 2 \sum_{m=3}^{\infty} (-1)^{m-1} m p^m e^{-im\sigma} + \\ & + \sum_{m=3}^{\infty} (-1)^m (m-1) p^m e^{-im\sigma} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} c_m (p^{-m} e^{im\sigma} + p^m e^{-im\sigma}) = \\ = & 1 - 4pe^{-i\sigma} + 8p^2 e^{-i2\sigma} + \\ & + \sum_{m=3}^{\infty} (-1)^m [(1+m) + 2m + (m-1)] p^m e^{-im\sigma} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} c_m (p^{-m} e^{im\sigma} + p^m e^{-im\sigma}) = \\ = & 1 - 4pe^{-i\sigma} + 8p^2 e^{-i2\sigma} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 4 \sum_{m=3}^{\infty} (-1)^m m p^m e^{-im\sigma} + \sum_{m=0}^{\infty} c_m (p^{-m} e^{im\sigma} + p^m e^{-im\sigma}) = \\
 &= 1 + 4 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m m p^m e^{-im\sigma} + \\
 &+ \sum_{m=1}^{\infty} c_m (p^{-m} e^{im\sigma} + p^m e^{-im\sigma}) = \\
 &= 1 + 4 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m m p^m (\cos m\sigma - i \sin m\sigma) + \\
 &+ \sum_{m=1}^{\infty} c_m (p^{-m} \cos m\sigma + p^m \cos m\sigma) + \\
 &+ i \sum_{m=1}^{\infty} c_m (p^{-m} \sin m\sigma - p^m \sin m\sigma).
 \end{aligned}$$

Условием отображения на полуплоскость является равенство  $\text{Im} u_2(e^{i\sigma}) = 0$

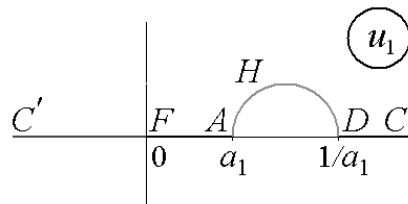
$$\sum_{m=1}^{\infty} [-4(-1)^m m p^m + c_m (p^{-m} - p^m)] \sin m\sigma = 0.$$

Отсюда

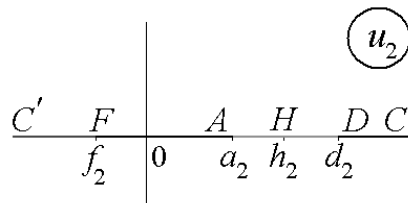
$$c_m = \frac{(-1)^m 4mp^{2m}}{1 - p^{2m}}.$$

Тем самым

$$\begin{aligned}
 u_2(\zeta) &= \left( \frac{\zeta - p}{\zeta + p} \right)^2 + \\
 &+ 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m m p^{2m}}{1 - p^{2m}} \left( \left( \frac{\zeta}{p} \right)^m + \left( \frac{\zeta}{p} \right)^{-m} \right).
 \end{aligned}$$



a



б

Рис. 4. Формы образа МЭП на плоскостях: a –  $u_1$ ; б –  $u_2$

Верхняя полуплоскость с обозначением точек показана на рис. 4, б. При этом

$$\begin{aligned}
 a_2 &= u_2(1), \quad d_2 = u_2(-1), \quad h_2 = u_2(e^{i\sigma}), \\
 f_2 &= u_2(p), \quad u_2(-p) = \infty,
 \end{aligned}$$

где  $e^{i\sigma^*}$  – образ точки  $H$  на плоскости  $\zeta$ .

Остается отобразить верхнюю полуплоскость  $u_2$  на полуплоскость  $t_1$

$$t_1 = v \frac{u_2 - a_2}{u_2 - h_2}.$$

Конформное отображение  $w(\zeta)$  определяется по формуле

$$w = -\frac{1}{\ln p} \ln \zeta. \tag{6}$$

Производная

$$\frac{dw}{d\zeta} = -\frac{1}{\ln p} \frac{1}{\zeta}.$$

Таким образом, согласно (4)–(6) имеем две функции:  $\frac{dw}{dz} = f_E(\zeta)$  и  $w(\zeta)$ . Для вычисления координат точек плоскости  $z$  отсюда найдем

$$\begin{aligned}
 \bar{E} &= E_1 \frac{dw}{dz} = e^{-i\omega(\zeta)} = \\
 &= -i \left( \frac{\sqrt{t_1} - \sqrt{v}}{\sqrt{t_1} + \sqrt{v}} \frac{\sqrt{t_1} + 1}{\sqrt{t_1} - 1} \right)^{\frac{1}{2} \frac{\gamma}{\pi}}, \\
 dz &= \frac{dw}{f_E(\zeta)} = \frac{1}{f_E(\zeta)} \frac{dw}{d\zeta} d\zeta = \\
 &= -\frac{1}{\ln p} \frac{1}{f_E(\zeta)} \frac{d\zeta}{\zeta} = f_z(\zeta) d\zeta. \tag{7}
 \end{aligned}$$

Численно интегрируя (7), найдем  $z_D$  в системе координат, связанной с ЭИ

$$z_D = \int_p^1 f_z(\zeta) d\zeta + \int_1^{e^{i\sigma^*}} f_z(\zeta) d\zeta + \int_{e^{i\sigma^*}}^{-1} f_z(\zeta) d\zeta,$$

где  $e^{i\sigma^*}$  – образ точки  $H$  на плоскости  $\zeta$ .

В этой системе координат анод движется вверх со скоростью  $v_{et} = 1$ . Отсюда получается система двух нелинейных уравнений

$$\operatorname{Re} z_D = \frac{L}{2}, \quad \operatorname{Im} z_D = \tau - 1,$$

которая решается методом Ньютона с регулированием шага относительно параметров  $\sigma^*$  и  $p$ . Для оценки погрешности и уточнения результатов численного интегрирования применяется фильтрация результатов вычислений [9–11].

### РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ

На рис. 5 приведены формы анодной поверхности в различные моменты времени в случае угла раствора  $\gamma = \pi/4$ . На вершине выступа, образующегося на поверхности анода, имеет место прямолинейный участок, соответствующий нерастворенной поверхности. Поскольку вершина выступа не растворяется, то она движется вверх со скоростью  $v_a = 1$ . При завершении обработки за конечное время  $\tau < 9$  получается окончательная предельная форма, обозначенная на рис. 5 буквой «П», соответствующая выполнению условия  $|\omega| = 1$  на всей поверхности анода.

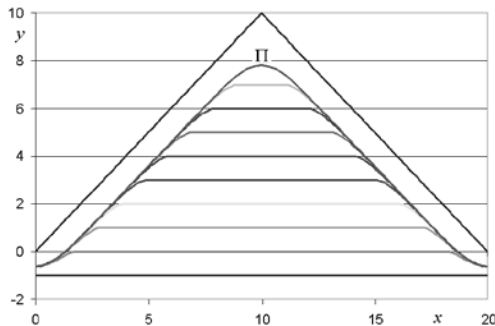


Рис. 5. Формы поверхности при обработке ЭИ при  $\gamma = \pi/2$ ,  $\Delta t = 1$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе с помощью конформных отображений решена задача моделирования квазистационарного процесса электрохимического копирования.

Квазистационарная модель позволила получить точные (в квадратурах) решения задач ЭХО обработки ЭИ с клиновидной впадиной.

Результаты численного интегрирования полученного решения позволили определить форму заготовки в различные моменты времени.

В предельных случаях ( $E_0 = E_1$ ) квазистационарная модель дает точное решение нестационарной задачи. При этом квазистационарное решение требует существенно меньших затрат вычислительных ресурсов по сравнению с нестационарным.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клоков В. В. Электрохимическое формообразование. Казань: изд-во Казан. ун-та 1984. 80 с. [V. V. Klokov, *Electrochemical shaping*, (in Russian). Kazan: KGU, 1984. ]
2. Житников В. П., Ошмарина Е. М., Федорова Г. И. Использование разрывных функций для моделирования растворения при стационарном электрохимическом формообразовании // Изв. Вузов. Математика. 2010, № 10. С. 77–81. [V. P. Zhitnikov, E. M. Oshmarina, G. I. Feforova, "The use of discontinuous functions for modeling the dissolution process of steady-state electrochemical shaping", (in Russian), in *Izv. Vuzov. Matematika*, no.10, pp. 67-70, 2010. ]
3. Житников В. П., Ошмарина Е. М., Федорова Г. И. Точные решения двух задач предельного квазистационарного электрохимического формообразования // Известия вузов. Математика, 2011. № 12. С. 21–29. [V. P. Zhitnikov, E. M. Oshmarina, G. I. Feforova, "Exact solutions of two limiting quasistationary electrochemical shaping problems", (in Russian), in *Izvestiya vuzov. Matematika*, vol. 55, no.12, pp. 16-22, 2011. ]
4. Моделирование электрохимического формообразования при ограничениях на растворение / В. П. Житников и др. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. СПб. 2009. №4 (82). С. 221–224. [V. P. Zhitnikov, et. al., "Modeling of electrochemical shaping at the restriction of dissolution", (in Russian), in *Nauchno-Tekhnicheskie ведомosti SPbBPU*, no. 4 (82), pp. 221-224, 2009. ]
5. Житников В. П., Муксимова Р. Р., Ошмарина Е. М. Моделирование процессов нестационарного электрохимического формообразования применительно к прецизионным технологиям // Труды математического центра имени Н. И. Лобачевского. 2010. Т. 42. С. 99–122. [V. P. Zhitnikov, R. R. Muksimova, E. M. Oshmarina, "Modeling of nonstationary electrochemical shaping processes applying to precision technologies", (in Russian), in *Trudy matematicheskogo tsentra im. N. I. Lobachevskogo*, vol. 42, pp. 99-122, 2010. ]
6. Предельная модель электрохимической размерной обработки металлов / В. П. Житников и др. // ПМТФ. 2014. Т. 55, № 4. С. 193–201. [V. P. Zhitnikov, E. M. Oshmarina, S. S. Porechny, G. I. Feforova, "Limit model of electrochemical dimensional machining of metals", in *PMTF*, vol. 55, no. 4, pp. 718-725, 2014. ]
7. Житников В. П., Зарипов А. А., Шерыхалина Н. М. Исследование нестационарного электрохимического формообразования с помощью квазистационарной модели // Вестник УГАТУ. 2014. Т. 18, №3 (64). С. 80–86. [V. P. Zhitnikov, A. A. Zaripov, N. M. Sherykhalina, "Investigation of nonstationary electrochemical shaping with the aid of quasistationary model" (in Russian), in *Vestnik UGATU*, vol. 16, no.3 (64), pp. 80-86, 2014. ]
8. Zhitnikov V. P., Sherykhalina N. M., Porechny S. S. Stationary electrochemical machining simulation applying to pre

cision technologies, in *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software* (Bulletin SUSU MMCS, Chelyabinsk, Russia), 2017, vol. 10, no. 4, pp. 15–25.

**9. Zhitnikov V. P., Sherykhalina N. M., Sokolova A. A.** Problem of Reliability Justification of Computation Error Estimates, in *Mediterranean Journ. of Soc. Sci.*, 2015, Vol. 6, No. 2, pp. 65-78.

**10. Житников В. П., Шерыхалина Н. М.** Методы верификации математических моделей в условиях неопределенности // Вестник УГАТУ. 2000. № 2. С. 53–60. [ V. P. Zhitnikov, N. M. Sherykhalina, "Methods of verification of mathematical models in conditions of inconfidence" (in Russian), in *Vestnik UGATU*, no. 2, pp. 53-60, 2000. ]

**11. Шерыхалина Н.М.** Методы обработки результатов численного эксперимента для увеличения их точности и надежности // Вестник УГАТУ, 2007. Т. 9, № 2 (20). С. 127–137. [N. M. Sherykhalina, "Methods of processing of numerical experiment results for its accuracy and reliability increase" (in Russian), in *Vestnik UGATU*, vol. 9, no. 2 (20), pp. 127-137, 2007. ]

#### ОБ АВТОРАХ

**ЖИТНИКОВ Владимир Павлович**, проф. каф. выч. мат. и кибернетики. Дипл. инж.-физ. (МФТИ, 1973). Д-р физ.-мат. наук по мех. жидкости, газа и плазмы (Казанск. ун-т, 1993). Засл. деят. науки РБ. Иссл. в обл. волн. течений жидкости, э/хим. формообразования, числ.-аналит. методов.

**ШЕРЫХАЛИНА Наталия Михайловна**, проф. каф. ВМиК. Дипл. инж.-системотехн. (УГАТУ, 1993). Д-р техн. наук по мат. моделированию, числ. методам и комплексам программ (УГАТУ 2012). Иссл. в обл. волновых течений жидкости, разработки числ.-аналит. методов, методов оценки погрешности и достоверности числ. результатов.

**ЗАРИПОВ Аскар Александрович**, научный сотрудник каф. выч. мат. и кибернетики. Дипл. магистр по прикладн. математике и информатике (УГАТУ, 2013). Иссл. в обл. решения задач матем. моделирования физ. процессов.

**СОКОЛОВА Александра Алексеевна**, аспирант каф. выч. мат. и кибернетики. Дипл. магистр по прикладн. математике и информатике (УГАТУ, 2014). Иссл. в обл. решения задач матем. моделирования физ. процессов.

#### METADATA

**Title:** Limiting quasi-stationary solution of a problem of electrochemical copying of a cogged surface of different internal angle

**Authors:** V. P. Zhitnikov<sup>1</sup>, N. M. Sherykhalina<sup>2</sup>, A. A. Zaripov<sup>3</sup>, A. A. Sokolova<sup>4</sup>

**Affiliation:**

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

**Email:** <sup>1</sup>zhitnik@mail.ru, <sup>2</sup>n\_sher@mail.ru, <sup>3</sup>jacud@yandex.ru, <sup>4</sup>alexandrakrasich@gmail.com

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 22, no. 3 (81), pp. 17-23, 2018. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** We solve a problem of modeling of non-stationary electrochemical machining by an electrode-tool with cogged surface form of different angle. For modeling of process of anode dissolution we use the step function of a current efficiency. We find an exact (in quadratures) solution of a problem and obtain numerical results allowing to define a form of the processed surface in various moments of time.

**Key words:** complex potential conformal mapping; current efficiency; limiting model; quasi-stationary approximation.

**About authors:**

**ZHITNIKOV, Vladimir Pavlovich**, Prof., Dept. of computer science and robotics. Dipl. Engineer-physicist (Moscow Physical-Technical Inst., 1973). Cand. of Phys.-Math. Sci. (MIPT, 1984), Dr. of Phys.-Math. Sci. (KSU, 1993).

**SHERYKHALINA, Nataliya Mikhailovna**, Prof., Dept. of computer science and robotics. Dipl. Engineer-system master (UGATU, 1993). Cand. of Phys.-Math. Sci. (BashGU, 1996), Dr. of Tech. Sci. (UGATU, 2012).

**ZARIPOV, Askar Alexandrovich**, lower scientist, Dept. of computer science and robotics. Master's degree (UGATU, 2013).

**SOKOLOVA, Alexandra Alekseevna**, postgraduate student. master's degree (UGATU, 2014). Dept. of computer science and robotics.