

А. М. Ямилева

## ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ 3D-МОДЕЛИ УПРУГОЙ СТАДИИ ПРОЦЕССА ЛИНЕЙНОЙ СВАРКИ ТРЕНИЕМ

В данной работе исследуется влияние на длительность упругой стадии процесса линейной сварки трением технологических параметров процесса (амплитуды, частоты движения, прижимного усилия). Исследование проводится на трехмерной компьютерной модели, выполненной в инженерном пакете ANSYS Mechanical, с помощью факторного вычислительного эксперимента. *Линейная сварка трением; факторный вычислительный эксперимент; компьютерное моделирование; ANSYS Mechanical*

### ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в связи с появлением новых типов универсального и специализированного технологического оборудования с системами программного управления, линейная сварка трением (ЛСТ) начинает широко применяться в основном производстве газотурбинных двигателей. Для создания технологических процессов, использующих ЛСТ, в соответствии с критериями бережливого производства необходимо активно использовать преимущества компьютерного моделирования.

Линейная сварка трением является разновидностью сварки трением [1], при которой механическое соединение образуется вследствие возвратно-поступательного движения друг относительно друга свариваемых компонентов изделия, сжимаемых до образования плотного контакта.

Выделяют четыре стадии процесса ЛСТ [2]: начальная – приведение в контакт свариваемых изделий; переходная – нагрев и упругое деформирование изделий; равновесная – пластическое деформирование, сопровождающееся осевым укорачиванием; завершающая – останов движения и проковка. Основными технологическими

параметрами процесса являются амплитуда и частота движения, прижимное усилие на стадии трения и проковки. В данной работе рассматривается вторая (упругая) стадия процесса ЛСТ.

При построении математической и компьютерной модели важным является проверка адекватности модели для всех допустимых наборов параметров. Целью данной работы является изучение степени взаимного влияния технологических факторов процесса (амплитуда, частота, прижимная сила) на продолжительность упругой стадии процесса ЛСТ, т. е. длительность процесса с начала движения до момента достижения материалом предела текучести в плоскости контакта. Для этого проводится факторный вычислительный эксперимент [3] с использованием трехмерной компьютерной модели в инженерном пакете ANSYS Mechanical.

Показано, что зависимость длительности упругой стадии процесса от рассматриваемых параметров имеет нелинейный характер выше квадратичного. В порядке убывания влияния параметры располагаются следующим образом: амплитуда, частота и прижимная сила.

### 1. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИ В ПАКЕТЕ ANSYS MECHANICAL

Модель упругой стадии процесса ЛСТ рассматривает термоупругие деформации прямоугольных образцов из сплава ВТ6 [4] (российский аналог зарубежного сплава Ti-6Al-4V).

Геометрическая модель состоит из двух одинаковых брусков с размерами поперечного сечения  $26 \times 13$  мм и высотой 5 мм, стоящих один на другом (Рис. 1). Верхний образец скользит по поверхности нижнего образца вдоль длинной стороны (вдоль оси X) по периодическому закону  $x = a \sin(2\pi ft)$  с амплитудой  $a$

Контактная информация: 8(347)292-19-31

Работа выполнена в рамках проекта «Создание технологий и промышленного производства узлов и лопаток ГТД с облегченными высокопрочными конструкциями для авиационных двигателей новых поколений» (шифр 2010-218-01-133) в рамках реализации Постановления № 218 правительства РФ от 9.04.2010 г. «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских высших учебных заведений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства».

(рассматриваются значения от 1 до 3 мм) и частотой  $f$  (от 20 до 50 Гц), нижний образец неподвижен. На верхнюю грань верхнего образца задано постоянное давление, соответствующее прижимной силе  $F$  (от 20 до 50 кН). Начальная температура – 293 К.

Рассматривается изотропный упругий материал. В модели материала используются параметры сплава ВТ6 [5, 6]. Так как на упругой стадии процесса возникает сухое трение скольжения, закон трения достаточно взять в форме Амонтона-Кулона. Коэффициент трения задан в виде линейной функции от температуры:

$$\lambda(T) = 0,3 + 5 \cdot 10^{-4}(T - 293). \quad (1)$$

Используется правильная прямоугольная сетка  $42 \times 16 \times 12$  элементов, более плотная в приконтактной области (рис.1).

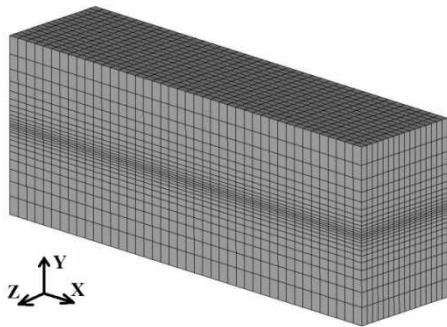


Рис. 1. Геометрия модели и конечно-элементная сетка

В работе [7] приведены поля температур и напряжений, полученные при моделировании второй стадии процесса ЛСТ при некоторых значениях технологических параметров, а также характерные времена расчета.

Целью данной работы является определение влияния технологических параметров процесса (амплитуда, частота осцилляций, прижимная сила) на результат моделирования. Для этого по аналогии с физическим факторным экспериментом проводится вычислительный эксперимент [3]. В качестве входных параметров (факторов) выбраны технологические параметры процесса: амплитуда, частота и прижимная сила.

Модель имеет ряд выходных параметров: температурное поле в конце упругой стадии, поле напряжений, в том числе отдельные компоненты этих полей (максимальные и средние значения, компоненты тензора напряжений, толщина прогретого слоя), и т. д. В качестве количественного критерия (целевой функции) в данном случае была выбрана продолжитель-

ность упругой стадии процесса, которая определяется из эксперимента как длительность процесса до начала осадки. Отметим, что количественные критерии для остальных выходных параметров модели сложно определить экспериментально.

В модели длительность упругой стадии процесса определялась как время с начала осцилляций до достижения материалом предела текучести по критерию Мизеса в плоскости контакта.

## 2. ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Предполагаем, что зависимость целевой функции от каждого параметра при фиксированных остальных квадратична. Кроме того, будем учитывать возможные эффекты взаимодействия, т. е. включим в формулу парные и тройные произведения переменных. Следовательно, будем искать функцию продолжительности второй стадии  $t_e(x_1, x_2, x_3)$  в виде:

$$t_e = b_0 + \sum_{n=1}^6 b_{j_1 \dots j_n} x_{j_1} \dots x_{j_n}, \quad j_i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$$j_{n-1} \leq j_n, \quad j_i = j_k \Rightarrow j_i \neq j_m, \quad \forall m \neq k,$$

где  $x_1$  – амплитуда,  $x_2$  – частота,  $x_3$  – прижимная сила.

Проведем полный факторный эксперимент типа  $3^k$  с трехуровневой вариацией факторов (табл. 1) по аналогии с полным факторным экспериментом типа  $2^k$  [3]. Следовательно, будет проведено 27 расчетов.

Таблица 1

Значения факторов в вычислительном эксперименте			
Уровень	Амплитуда, мм	Частота, Гц	Прижимная сила, кН
	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$
верхний	3	50	50
средний	2	35	35
нижний	1	20	20

Для упрощения записи условий эксперимента и обработки результатов перейдем к безразмерным переменным:

$$x_j = \frac{\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j0}}{I_j},$$

где  $x_j$  – значение фактора в новых переменных,  $\tilde{x}_j$  – натуральное значение фактора,  $\tilde{x}_{j0}$  – натуральное значение основного уровня (среднего уровня),  $I_j$  – интервал варьирования,  $j$  – номер фактора (1, 2, 3). Тогда матрица планирования

эксперимента будет содержать только значения -1, 0 и 1.

В табл. 2 приведены значения целевой функции для каждого расчета. Для того чтобы найти коэффициенты из формулы (2), воспользуемся методом наименьших квадратов, т. е. минимизируем сумму квадратов невязок:

$$U = \sum_{i=1}^{27} (t_{ei} - t_e(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}))^2 \rightarrow \min,$$

для чего решим линейную систему уравнений относительно коэффициентов уравнения (2):

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial b_0} = -2 \sum_{i=1}^{27} (t_{ei} - t_e(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})) = 0; \\ \frac{\partial U}{\partial b_j} = -2 \sum_{i=1}^{27} (t_{ei} - t_e(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})) x_{ji} = 0, \\ \frac{\partial U}{\partial b_{j_1 \dots j_n}} = -2 \sum_{i=1}^{27} (t_{ei} - t_e(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})) x_{j_1 i} \dots x_{j_n i} = 0, \quad j, j_k = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Таблица 2

**Матрица планирования вычислительного эксперимента и соответствующие факторам  $x_1, x_2, x_3$  значения целевой функции  $t_e$**

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$t_e$ (сек)	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$t_e$ (сек)
-1	-1	-1	0,9775	0	0	1	0,0168
-1	-1	0	0,5525	0	1	-1	0,0522
-1	-1	1	0,331	0	1	0	0,0214
-1	0	-1	0,346	0	1	1	0,0106
-1	0	0	0,201	1	-1	-1	0,1305
-1	0	1	0,116	1	-1	0	0,0538
-1	1	-1	0,1905	1	-1	1	0,0084
-1	1	0	0,1012	1	0	-1	0,046
-1	1	1	0,0522	1	0	0	0,016
0	-1	-1	0,278	1	0	1	0,0026
0	-1	0	0,15125	1	1	-1	0,022
0	-1	1	0,0774	1	1	0	0,0028
0	0	-1	0,102	1	1	1	0,0014
0	0	0	0,0452				

Таким образом, получена следующая зависимость целевого параметра от факторов:

$$t_e = 0,0452 - 0,0925x_1 - 0,0649x_2 - 0,0426x_3 + 0,1001x_1x_2 + 0,0467x_1x_3 + 0,03975x_2x_3 + 0,0633x_1^2 + 0,0411x_2^2 + 0,0142x_3^2 - 0,0508x_1x_2x_3 - 0,0568x_1x_2^2 -$$

$$- 0,01085x_1x_3^2 - 0,06065x_2x_1^2 - 0,008225x_2x_3^2 - 0,02575x_3x_1^2 - 0,01795x_3x_2^2 + 0,02795x_1^2x_2^2 + 0,00495x_1^2x_3^2 + 0,004025x_2^2x_3^2 + 0,0187x_1x_2x_3^2 + 0,0336x_1x_3x_2^2 + 0,03646x_2x_3x_1^2 - 0,01349x_1x_2^2x_3^2 - 0,01386x_2x_1^2x_3^2 - 0,02964x_3x_1^2x_2^2 + 0,01344x_1^2x_2^2x_3^2.$$

### 3. АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ОТ ПАРАМЕТРОВ

Так как в формуле (3) используются нормированные переменные, степень влияния факторов на целевую функцию определяется величиной коэффициента при произведении этих факторов. Таким образом, для слагаемых первого порядка влияние на целевую функцию амплитуды ( $x_1$ ) является наиболее сильным, а влияние частоты ( $x_2$ ) и прижимного усилия ( $x_3$ ) слабее. Из эффектов парного взаимодействия наиболее существенными являются взаимодействия амплитуды и частоты ( $x_1 x_2$ ). При увеличении порядка слагаемых в целевой функции соответствующие коэффициенты уменьшаются незначительно (табл. 3), что указывает на нелинейную зависимость целевой функции от параметров.

Таблица 3

**Максимальное значение коэффициента  $b_{j_1 \dots j_n}$  (3) при слагаемых  $n$ -го порядка**

$n = 1: \max( b_{j_1} ) = 0,09$
$n = 2: \max( b_{j_1 j_2} ) = 0,10$
$n = 3: \max( b_{j_1 j_2 j_3} ) = 0,06$
$n = 4: \max( b_{j_1 \dots j_4} ) = 0,036$
$n = 5: \max( b_{j_1 \dots j_5} ) = 0,03$
$n = 6: \max( b_{j_1 \dots j_6} ) = 0,013$

На рис. 2 показано поведение целевой функции при различных значениях факторов. Отметим, что хотя аппроксимирующая кривая целевой функции проходит в окрестности точек, определенных в вычислительном эксперименте, при больших значениях амплитуды и давления зависимость перестает быть монотонно убывающей (рис. 2, а, б). Это означает, что для аппроксимации по этим факторам необходимо строить целевую функцию более высокого по-

рядка, чем второй. Для прижимной силы достаточно оставить второй порядок (рис. 2, в).

Количество тепла в единицу времени, генерируемое в области контакта при трении, определяется работой силы трения:

$$\frac{dQ_{\text{gen}}}{dt} = F_{\text{fr}} \frac{dx}{dt}.$$

Рассматривается закон Амонтона–Кулона, следовательно, формулу можно переписать в виде:

$$\frac{dQ_{\text{gen}}}{dt} = \lambda \sigma_N \frac{dx}{dt},$$

где  $\sigma_N$  – нормальное давление в плоскости контакта.

Так как часть тепла отводится из области контакта за счет теплопереноса, для характеристики изменения количества тепла в плоскости контакта введем коэффициент  $0 < k_r(t_e) < 1$ , зависящий от продолжительности второй стадии:

$$\frac{dQ}{dt} = k_r \frac{dQ_{\text{gen}}}{dt}.$$

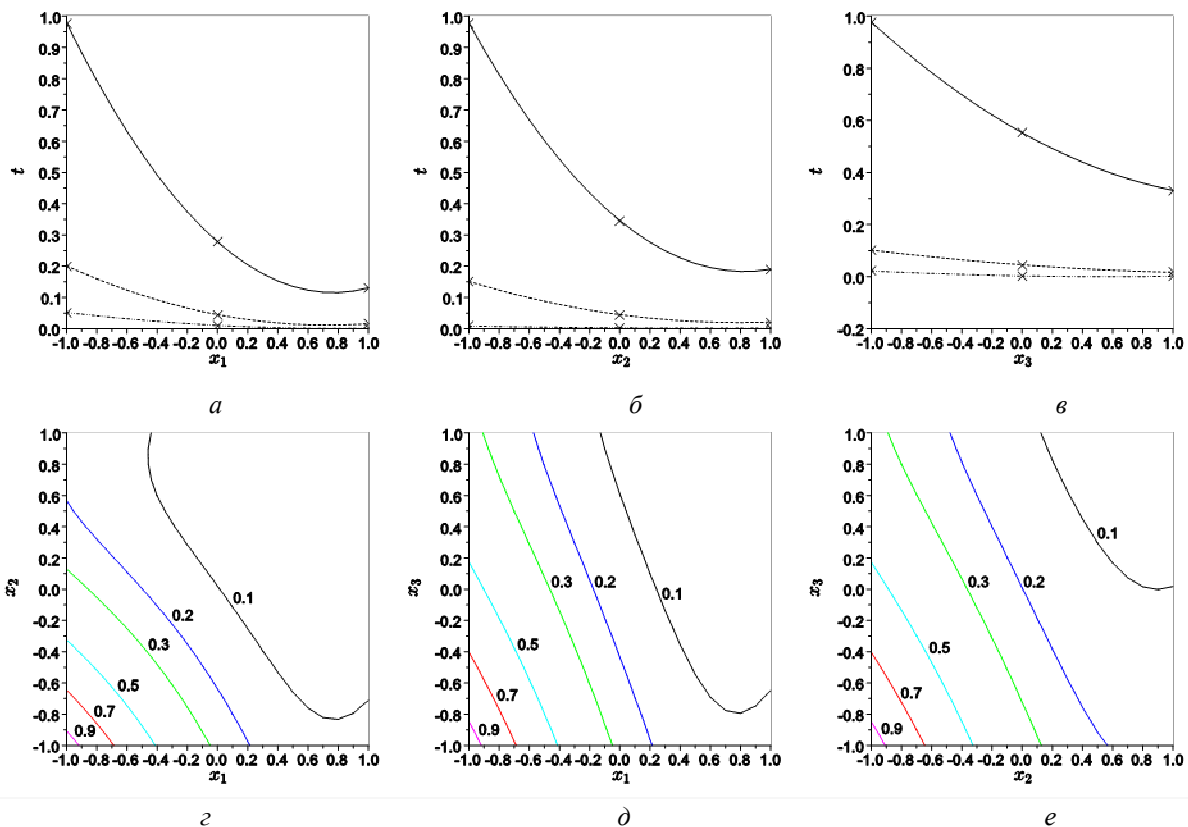
Тогда изменение тепла в области контакта будет определяться формулой:

$$\frac{dQ}{dt} = k_r \lambda \sigma_N \frac{dx}{dt}.$$

При периодическом движении средняя скорость перемещения будет пропорциональна произведению амплитуды и частоты движения, следовательно,

$$\frac{dQ}{dt} \sim k_r \lambda \sigma_N a f. \tag{4}$$

Значение температуры в области контакта пропорционально  $dQ/dt$ , следовательно, значение целевой функции уменьшается с ростом температуры (и каждого из факторов отдельно).



**Рис. 2.** Значение целевой функции для двух фиксированных факторов  $x_2 = x_3 = c$  (а),  $x_1 = x_3 = c$  (б),  $x_1 = x_2 = c$  (в) при  $c = -1$  (—),  $c = 0$  (- -),  $c = 1$  (- · -); × – точки, по которым строилась аппроксимация. Изолинии целевой функции для фиксированной одной переменной:  $x_3 = -1$  (з);  $x_2 = -1$  (д);  $x_1 = -1$  (е)

Из рис. 2, *a–e* видно, что при значениях факторов в интервале  $(-1, 0)$  целевая функция изменяется сильнее, чем в области  $(0, 1)$ . Это объясняется тем, что при уменьшении значения факторов время второй стадии увеличивается, приближаясь к характерному времени теплопереноса, и доля тепла, перемещающаяся из области контакта вглубь образца, увеличивается ( $k_r$  уменьшается с ростом  $t_e$ ). При значениях факторов порядка 1 характерное время теплопереноса больше продолжительности второй стадии и зависимость целевой функции от факторов приближается к линейной ( $k_r = \text{const}$  в формуле (4)). Наибольшее влияние на целевую функцию оказывает амплитуда и частота (рис. 2, *a, б*). Меньшее влияние прижимного усилия на целевую функцию (рис. 2, *в*) объясняется тем, что с ростом прижимной силы к поступательному движению бруска добавляется вращение на небольшой угол относительно оси  $Z$ , что приводит к перераспределению нормальных напряжений в области контакта. Отметим, что при приближении значения любого фактора к 1 влияние двух других факторов на целевую функцию снижается.

На рис. 2, *г–e* показаны изолинии целевой функции при одной фиксированной переменной. В случае фиксированного прижимного усилия (рис. 2, *г*) доминирующего влияния на целевую функцию какого-либо одного фактора не наблюдается. Это объясняется тем, что в формуле (4) используется произведение этих факторов (составляющее максимальную скорость движения). Кроме того, согласно формуле (3), взаимодействие этих факторов вносит наиболее существенный вклад в целевую функцию. Ассиметрия является следствием того, что амплитуда оказывает опосредованное влияние на распределение нормальных напряжений в области контакта. В случае фиксированной амплитуды (частоты) (рис. 2, *д, e*), целевая функция в меньшей степени зависит от величины прижимного усилия, чем от другого фактора (изолинии выстраиваются вдоль  $x_3$ ). Таким образом, зависимость целевой функции носит сильно нелинейный характер, для описания которого квадратичной функции недостаточно. Влияние факторов описывается последовательностью (в порядке убывания): амплитуда, частота, прижимная сила.

На рис. 3, *a* приведены зависимости значений температуры от времени для некоторых наборов факторов. Угол наклона зависимости температуры от времени пропорционален мощ-

ности теплового потока (4), а амплитуда осциллирующей температуры пропорциональна произведению амплитуды движения образца на прижимную силу. Поскольку с ростом частоты движения образца период колебаний температуры уменьшается, эффективно это не приводит к увеличению амплитуды колебания температуры.

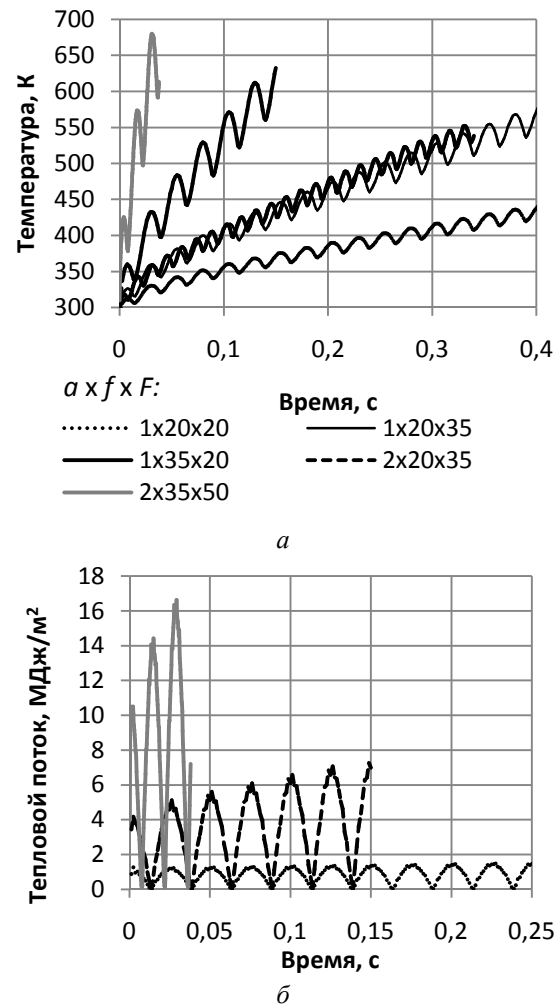


Рис. 3. Зависимость температуры (*a*) и теплового потока (*б*) от времени в центре контактной области

Для объяснения изменения поведения целевой функции при увеличении значений факторов были построены зависимости теплового потока от времени в центре контактной области для некоторых значений параметров (рис. 3, *б*). Согласно формуле (4) скорость изменения теплового потока пропорциональна коэффициенту трения, который, в свою очередь, прямо пропорционален температуре (1), т. е. средний тепловой поток должен расти с увеличением температуры. На рисунке видно, что при минимальных значениях всех факторов тепловой по-

ток практически не меняется. Это объясняется тем, что продолжительность второй стадии  $t_e$  велика и часть тепла успевает перейти вглубь образца в результате теплопроводности ( $k_r(t_e) < 1$ ). С увеличением факторов (с уменьшением  $t_e$ ) скорость роста теплового потока возрастает, т. е. тепло не успевает отводиться и аккумулируется в области контакта ( $k_r(t_e) \sim 1$ ).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе компьютерной модели второй стадии ЛСТ был проведен факторный вычислительный эксперимент для технологических параметров процесса: амплитуды, частоты и прижимной силы. В качестве целевой функции была выбрана продолжительность второго этапа процесса ЛСТ.

Было получено, что наибольшее влияние на длительность упругой стадии оказывают амплитуда и частота движения. Зависимость целевой функции от параметров носит нелинейный характер (выше квадратичного). Чувствительность целевой функции к факторам возрастает с уменьшением величины факторов.

Используемая в данной работе компьютерная модель не привязана к экспериментальному оборудованию и не учитывает таких технологических особенностей, как линейное нарастание амплитуды и прижимного усилия от минимального значения до максимального за время порядка 0,1 с. Поэтому полученная длительность упругой стадии процесса на порядок меньше наблюдаемой в натуральных экспериментах. Тем не менее выводы о характере зависимости целевой функции остаются справедливыми, при введении поправочных коэффициентов она может быть использована для оценки длительности

упругой стадии процесса в реальных экспериментах.

В дальнейшем планируется уточнить полученные результаты для модифицированной компьютерной модели, построенной в соответствии с натурными экспериментами.

Автор данной работы выражает благодарность И. Ш. Насибуллаеву и Р. К. Газизову за плодотворное обсуждение результатов работы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вилль В. И.** Сварка металлов трением. М.: Машиностроение, 1970.
2. **Vairis A., Frost M.** On the extrusion stage of linear friction welding of Ti6Al4V // *Material Science and Engineering*. 1999. A 271. P. 477–484.
3. **Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю. В.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. 279 с.
4. ГОСТ 19807-91: Титановый сплав ВТ6
5. Характеристика материала ВТ6 // Марочник стали и сплавов [Электронный ресурс] ([http://www.splav.kharkov.com/mat\\_start.php?name\\_id=1298](http://www.splav.kharkov.com/mat_start.php?name_id=1298)).
6. *Mechanical APDL Basic Analysis Guide* // Release 13.0. ANSYS, Inc., November 2010.
7. Анализ эффективности распараллеливания решателей пакета ANSYS Multiphysics при моделировании процесса линейной сварки трением / А. Т. Бикмеев [и др.] // *Вестник Южно-Уральского государственного университета*. 2011. № 25(242). Серия «Математическое моделирование и программирование», вып. 9. С. 64–75.

### ОБ АВТОРАХ

**Ямилева Альфия Маратовна**, асп. каф. высокопроизводительн. вычислительн. технологий и систем. Дипл. инженер-математик (УГАТУ, 2010). Иссл. в обл. моделирования твердотельных процессов.