

Д. И. Халирахманов, А. М. Ямилева, И. Ш. Насибуллаев

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ДЛИТЕЛЬНОСТЬ УПРУГОЙ СТАДИИ ПРОЦЕССА ЛИНЕЙНОЙ СВАРКИ ТРЕНИЕМ

В данной работе исследуется влияние технологических параметров процесса линейной сварки трением (амплитуды, частоты движения, прижимного усилия) на длительность упругой стадии. Исследование проводится на двухмерной компьютерной модели методами факторного вычислительного эксперимента. *Линейная сварка трением; факторный вычислительный эксперимент; компьютерное моделирование*

### ВВЕДЕНИЕ

Соединения разнородных металлов имеют широкое распространение в приоритетных высокотехнологичных отраслях промышленности – ракетно-космический сектор, авиастроение, производство устройств военного назначения, энергетика и химическое машиностроение. Некоторые материалы или же сочетания материалов являются проблемными с точки зрения обычной сварки. На поверхности стыка могут образовываться интерметаллические соединения, либо в прилежащих участках появляются трещины. Подобные недостатки не позволяют использовать полученные в результате сварки детали при высоких нагрузках. В ряде случаев данная проблема может быть решена применением процессов линейной сварки трением (ЛСТ), среди достоинств которых можно выделить не только решение вопросов, связанных с расплавлением и застыванием металлов, но также минимальный нагрев, слабая зависимость от размеров деталей, поскольку трению подвергается вся стыкуемая поверхность, и очень короткое время самого процесса.

Линейная сварка трением является разновидностью сварки трением [1], при которой образование плотного контакта обеспечивается за

счет возвратно-поступательных движений одной из соединяемых деталей и прессования в осевом направлении ко второй (неподвижной) детали с заданным усилием.

В данной работе рассматривается упругая стадия процесса ЛСТ, в процессе которой происходит нагрев и упругая деформация обрабатываемых деталей.

Целью данной работы является изучение степени взаимного влияния технологических факторов процесса (амплитуда, частота, прижимная сила) на продолжительность упругой стадии процесса ЛСТ. Для этого проводится факторный численный вычислительный эксперимент [2] для данных, полученных численно по двумерной математической модели, позволяющей получить взаимосвязь между факторами в аналитическом виде через целевую функцию.

### 1. ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Численное моделирование проводилось для модели материала ВТ6 [3, 4] (русский аналог зарубежного сплава Ti-6Al-4V).

Геометрическая модель состоит из бруска с размерами поперечного сечения  $26 \times 13$  мм и высотой 5 мм, скользящего по поверхности вдоль длинной стороны (вдоль оси  $X$ ) по периодическому закону  $x = A \sin(2\pi ft)$  с амплитудой  $A$  (рассматриваются значения от 3 до 4 мм) и частотой  $f$  (от 30 до 50 Гц). На верхнюю грань образца задано постоянное давление, соответствующее прижимной силе  $F$  (от 30 до 50 кН). При этом происходит линейное нарастание амплитуды за время порядка 0,1 с и прижимного усилия от минимального значения до максимального со скоростью 100 кН/с. Начальная температура  $U_0 = 293$  К.

Контактная информация: 8(347)292-19-31

Работа выполнена в рамках проекта «Создание технологий и промышленного производства узлов и лопаток ГТД с облегченными высокопрочными конструкциями для авиационных двигателей новых поколений» (шифр 2010-218-01-133) в рамках реализации Постановления № 218 правительства РФ от 9.04.2010 г. «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских высших учебных заведений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства».

Для предварительного анализа была рассмотрена упрощенная модель процесса ЛСТ для расчета температурного поля в двумерной постановке. Рассматривается один образец, тепловыделение при трении заменено тепловым потоком на нижней границе образца.

Моделируется упругая стадия процесса – до достижения предела текучести в какой-либо точке модели. Так как расчет напряжений не выполняется, в качестве значений нормальных напряжений в области контакта принята величина приложенного прижимного давления.

С точки зрения технологического процесса важно исследовать влияние на процесс изменения технологических параметров: амплитуды, частоты и прижимной силы. Наиболее эффективным методом исследования на данный момент является проведение вычислительного эксперимента по аналогии с физическим факторным экспериментом [2].

Основным выходным параметром модели, по которому возможно сравнение с экспериментальными данными, является продолжительность упругой стадии процесса ЛСТ, определяемая моментом времени начала осадки. Поэтому в качестве целевой функции факторного эксперимента выбрана длительность процесса с начала осцилляций до момента достижения материалом предела текучести в плоскости контакта. В качестве факторов выбраны технологические параметры процесса: амплитуда, частота и прижимная сила.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Так как рассматривается упругая стадия процесса, тепловыделение происходит вследствие трения. В модели используется закон трения Амонтона–Кулона.

$$\tau_{fr} = \mu P_n, \quad (1)$$

где  $\tau_{fr}$  – эквивалентное сдвиговое напряжение,  $\mu$  – коэффициент трения,  $P_n$  – давление в плоскости трения (давление реакции опоры). Выделение тепла за один цикл осцилляции и на единицу площади для каждой контактной поверхности (при условии равного разделения тепла между образцами) составляет:

$$q = \frac{1}{2} \tau_{fr} v, \quad (2)$$

где  $v$  – скорость скольжения.

Подставляя сдвиговое напряжение в последнюю формулу, получим:

$$q = \frac{1}{2} \mu P_n v$$

– тепловыделение зависит от нормального давления и скорости движения образцов.

Во время осцилляций площадь контакта меняется, что приводит к изменению нормального давления. Скорость движения образцов определяется по формуле  $v = 2\pi f A |\cos(2\pi f t)|$ , нормальное давление составляет

$$P_n = \frac{F}{S} = \frac{F}{L_z (L_x - A |\sin(2\pi f t)|)},$$

где  $L_x$  и  $L_z$  – линейные размеры поперечного сечения образца,  $F$  – прикладываемая сила,  $S$  – площадь контакта.

Таким образом, тепловой поток задан на плоскость (линию) контакта по формуле:

$$q = \frac{\mu F A \cdot 2\pi f}{2L_z} \frac{|\cos(2\pi f t)|}{L_x - A |\sin(2\pi f t)|}.$$

Помимо этого, необходимо учитывать периодический характер контакта, т. е. периодическое перемещение теплового потока вдоль границы. Таким образом, рассматривается прямоугольная область и вторая краевая задача для уравнения теплопроводности [5]

$$c\rho \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial U}{\partial y} \right),$$

где  $U(x, y, t)$  – значение температуры элементарной площади с координатами  $x$  и  $y$  в момент времени  $t$ ,  $c$  – теплоемкость,  $\rho$  – плотность,  $\lambda$  – теплопроводность материала.

В начальный момент времени распределение температуры  $U(x, y, 0) = U_0$  равномерно. Граничные условия 2-го рода задаются системой:

$$\begin{cases} \frac{\partial U(0, y, t)}{\partial t} = 0, & -\lambda \frac{\partial U(x, 0, t)}{\partial t} = q, \\ \frac{\partial U(L_x, y, t)}{\partial t} = 0, & -\lambda \frac{\partial U(x, L_y, t)}{\partial t} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Использовалась правильная прямоугольная сетка  $260 \times 50$ , обеспечивающая погрешность расчета из-за дискретизации не более 1 %. Для решения поставленной задачи используется неявная конечно-разностная схема по причине ее безусловной устойчивости (т. е. шаги сетки по пространству и времени можно выбирать независимо), решение СЛАУ при этом производится методом последовательной верхней релаксации SOR с параметром релаксации 1,5, что обеспечивает абсолютную сходимость с любого на-

чального приближения на наиболее приемлемой скорости.

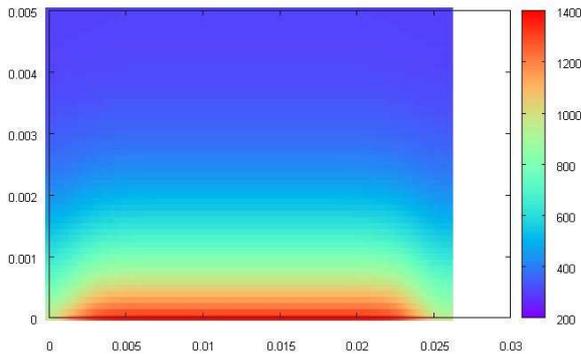
В ходе расчета на каждом временном шаге проводилось сравнение температурного поля в каждой точке с пороговой температурой, определяющей предел текучести [5]. При этом сравнивались не сами температуры, а напряжения  $s_M$ , вычисленные программой и пороговые напряжения  $s_y$ , полученные аппроксимацией экспериментальной зависимости для предела текучести, взятой из работы [6]:

$$s_M = \frac{F}{L_z(L_x - A|\sin(2\pi ft)|)},$$

$$s_y = -1,287 \cdot 10^6 U + 1,185 \cdot 10^9.$$

Предел текучести считался достигнутым и расчет завершался, если выполнялось  $s_M < s_y$ .

На рис. 1 представлено поле температур, полученного при моделировании второй стадии процесса ЛСТ для значений параметров  $A = 3$  мм,  $f = 30$  Гц,  $F = 50$  кН.



**Рис. 1.** Тепловое поле при параметрах  $c = 590$  Дж/кг,  $\rho = 4430$  кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda = 8,37$  Вт/(мК),  $\mu = 0,2$ ,  $A = 3$  мм,  $f = 30$  Гц,  $F = 50$  кН,  $t_e = 0,74$  с

### 3. ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Согласно предварительным расчетам для выбранной целевой функции линейной аппроксимации от данных параметров недостаточно. Для получения целевой функции второго порядка проведем вычислительный эксперимент с использованием ортогонального центрального композиционного плана (ОЦКП) [7].

Ядро плана ОЦКП образует полный факторный эксперимент (ПФЭ) с двухуровневой вариацией факторов [2], число экспериментов для которого составляет  $N_0 = 2^n$ , где  $n = 3$  – число факторов. Для учета нелинейности (второго порядка) целевой функции к ядру плана необ-

ходимо добавить точки с координатами, отличными от использованных в ядре, т. е. в ПФЭ.

В качестве дополнительных точек будем использовать так называемые «звездные» точки (по две для каждого фактора) с координатами  $(-\alpha, 0, 0)$ ,  $(+\alpha, 0, 0)$ ,  $(0, -\alpha, 0)$ ,  $(0, +\alpha, 0)$ ,  $(0, 0, -\alpha)$  и  $(0, 0, +\alpha)$ , где  $\alpha$  – плечо «звездных» точек, зависящее от числа экспериментов [7]. Кроме того, проводится один эксперимент в центре плана.

Таким образом, при фиксированных нулевых значениях прочих факторов рассматриваются три значения фактора  $x_i$   $(-\alpha, 0, +\alpha)$ . Общее количество точек в плане ОЦКП составляет

$$N = 2^n + 2n + 1.$$

При  $n > 2$  в ОЦКП оказывается меньшее количество точек, чем в плане ПФЭ  $3^n$ . Следовательно, в нашем случае будет проведено 15 расчетов вместо 27 расчетов по ПФЭ. При  $N = 15$  и  $N_0 = 8$  плечо «звездных» точек  $\alpha$  составляет 1,215 [7].

Проведем нормировку переменных в соответствии с планом ОЦКП (табл. 1). Тогда матрица планирования эксперимента будет содержать значения -1, 0 и 1 для основных точек и -1,215, 0 и 1,215 для «звездных».

Таблица 1

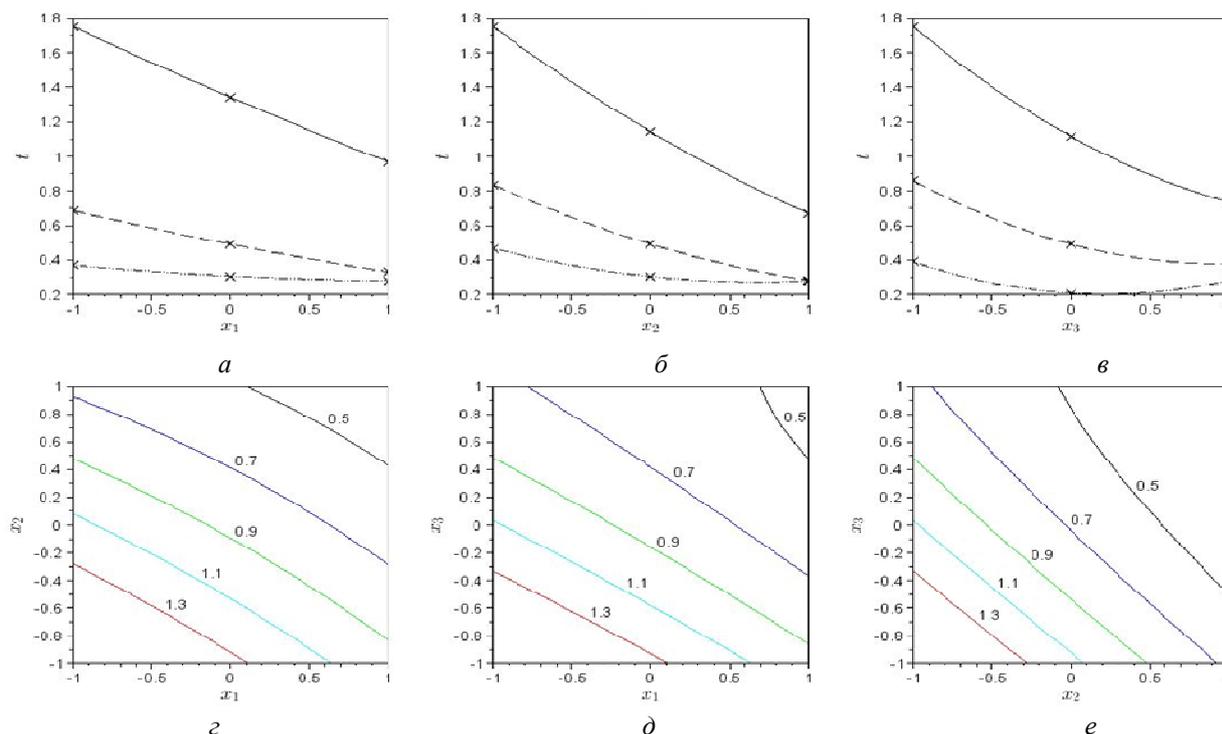
**Значения факторов в вычислительном эксперименте**

Нормированное значение $x_1, x_2, x_3$	Амплитуда, мм $\tilde{x}_1$	Частота, Гц $\tilde{x}_2$	Приж. сила, кН $\tilde{x}_3$
1,215	4,1075	52,15	52,15
1	4	50	50
0	3,5	40	40
-1	3	30	30
-1,215	2,8925	27,85	27,85

В отличие от планов ПФЭ для ОЦКП сумма квадратов факторов разных столбцов не является одинаковой. Для выполнения условия ортогональности плана необходимо ввести параметр сдвига  $a$  для квадратов факторов [7]. Следовательно, будем искать функцию продолжительности второй стадии  $t_e(x_1, x_2, x_3)$  в виде:

$$t_e = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_4(x_1^2 - a) + b_5(x_2^2 - a) + b_6(x_3^2 - a), \quad (4)$$

где  $x_1, x_2, x_3$  – нормированные значения амплитуды  $A$ , частоты  $f$  и прижимной силы  $F$  соответственно. При  $n = 3$  параметр сдвига составляет  $a = 0,73$ .



**Рис. 2.** Значение целевой функции для двух фиксированных факторов  $x_2 = x_3 = c$  (а),  $x_1 = x_3 = c$  (б),  $x_1 = x_2 = c$  (в) при  $c = -1$  (—),  $c = 0$  (---),  $c = 1$  (- -);  $\times$  – точки, по которым строилась аппроксимация. Изолинии целевой функции для фиксированной одной переменной:  $x_3 = -1$  (з);  $x_2 = -1$  (д);  $x_1 = -1$  (е)

Коэффициенты полинома определяются как

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} y_j}{\sum_{j=1}^N x_{ij}^2}.$$

В табл. 2 приведены значения целевой функции, полученные в результате проведения вычислительного эксперимента.

Согласно полученным результатам, целевая функция приходит к виду:

$$\begin{aligned} t_e = & 0,4918 - 0,1776x_1 - 0,2763x_2 - \\ & - 0,241x_3 + 0,0852x_1x_2 + 0,0881x_1x_3 + \\ & + 0,1381x_2x_3 - 0,0405x_1x_2x_3 + \\ & + 0,017x_1^2 + 0,0681x_2^2 + 0,1273x_3^2. \end{aligned} \quad (5)$$

После обратного преобразования и приведения к натуральным значения параметров функцию можно использовать для оценки длительности упругой стадии процесса в случае произвольных значений факторов из рассматриваемого диапазона ( $A = 3...4$  мм,  $f = 30...50$  Гц,  $F = 30...50$  кН).

Тем не менее, большой интерес представляет формула с нормированными переменными

(5), так как она позволяет оценить влияние изменения каждого из параметров на результат функции друг относительно друга.

Таблица 2

**Матрица планирования вычислительного эксперимента и соответствующие факторам  $x_1, x_2, x_3$  значения целевой функции  $t_e$**

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$t_e$ (с)
-1	-1	-1	1,7517
1	-1	-1	0,9683
-1	1	-1	0,6710
1	1	-1	0,3910
-1	-1	1	0,7358
1	-1	1	0,4675
-1	1	1	0,3700
1	1	1	0,2805
-1,215	0	0	1,0506
1,215	0	0	0,3013
0	-1,215	0	2,5494
0	1,215	0	0,2570
0	0	-1,215	2,5263
0	0	1,215	0,3875
0	0	0	0,4769

#### 4. АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ОТ ПАРАМЕТРОВ

Так как в формуле (5) используются нормированные переменные, степень влияния факторов на целевую функцию определяется величиной коэффициента при произведении этих факторов. Таким образом, для слагаемых первого порядка влияние на целевую функцию амплитуды ( $x_1$ ) является наиболее слабым, а влияние частоты ( $x_2$ ) и прижимного усилия ( $x_3$ ) сильнее. Наибольший нелинейный отклик дает прижимное усилие ( $x_3$ ). Из эффектов парного взаимодействия наиболее значимым являются взаимодействие частоты и прижимной силы ( $x_2 x_3$ ).

Таблица 3  
Максимальное значение коэффициента  $b_{j_1 \dots j_k}$

при слагаемых $k$ -го порядка
$k = 1: \max( b_{j_1} ) = 0,2763(x_2)$
$k = 2: \max( b_{j_1 j_2} ) = 0,1381(x_2, x_3)$
$k = 3: \max( b_{j_1 j_2 j_3} ) = 0,0405(x_1, x_2, x_3)$

При увеличении порядка слагаемых в целевой функции соответствующие коэффициенты уменьшаются незначительно (табл. 3), что указывает на сильное влияние комбинаций факторов.

На рис. 2 показано поведение целевой функции при различных значениях факторов. Отметим, что хотя аппроксимирующая кривая целевой функции проходит в окрестности точек, определенных в вычислительном эксперименте, при больших значениях частоты и давления зависимость перестает быть монотонно убывающей (рис. 2, б, в). Это означает, что для аппроксимации по этим факторам необходимо строить целевую функцию более высокого порядка, чем второй. Для амплитуды достаточно оставить второй порядок (рис. 2, а).

Из рис. 2, а–в видно, что при значениях факторов в интервале  $(-1, 0)$  целевая функция изменяется сильнее, чем в области  $(0, 1)$ . Это объясняется тем, что при уменьшении значения факторов время второй стадии увеличивается, приближаясь к характерному времени теплопереноса, и доля тепла, перемещающаяся из области контакта вглубь образца, увеличивается. Наибольшее влияние на целевую функцию оказывает частота и прижимная сила (рис. 2, б, в). Отметим, что при приближении значения любо-

го фактора к 1 влияние двух других факторов на целевую функцию снижается.

На рис. 2, г–е показаны изолинии целевой функции при одной фиксированной переменной. В случае фиксированной амплитуды (рис. 2, е) доминирующего влияния на целевую функцию какого-либо одного фактора практически не наблюдается. В двух других случаях (рис. 2, г, д) целевая функция в меньшей степени зависит от величины амплитуды, чем от другого фактора (изолинии выстраиваются вдоль  $x_1$ ).

Таким образом, зависимость целевой функции носит сильно нелинейный характер, для описания которого квадратичной функции недостаточно. Влияние факторов описывается последовательностью (в порядке убывания): прижимная сила  $F$ , частота  $f$ , амплитуда  $A$ .

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе компьютерной модели упругой стадии ЛСТ было получено, что наибольшее влияние на длительность упругой стадии оказывают частота движения и прижимная сила. Зависимость целевой функции от факторов амплитуды и частоты является почти линейной, в то время как зависимость от прижимной силы нелинейна. Чувствительность целевой функции к факторам возрастает с уменьшением величины факторов.

Полученный вычислительный факторный эксперимент показал хорошую эффективность для оценки результатов вычислений компьютерной модели, а построенная нами схема факторного вычислительного эксперимента позволяет провести качественную оценку как самой модели, так и результатов моделирования и, таким образом, может быть использована для оценок будущих модификаций компьютерной модели.

В дальнейшем планируется модификация математической модели для учета влияния теплового расширения и неоднородного распределения поля нормальных напряжений в области контакта, а также учет зависимости параметров модели материала от температуры и построения соответствующей компьютерной модели, что позволит провести факторный вычислительный эксперимент на основе данных реального эксперимента.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вилль В. И.** Сварка металлов трением. М.: Машиностроение, 1970.
2. **Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. 279 с.
3. ГОСТ 19807-91: Титановый сплав ВТ6
4. Характеристика материала ВТ6 // Марочник стали и сплавов [Электронный ресурс] ([http://www.splav.kharkov.com/mat\\_start.php?name\\_id=1298](http://www.splav.kharkov.com/mat_start.php?name_id=1298)).
5. **Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М.** Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970. 712 с.
6. **Vanderhasten M.** Ti-6Al-4V: Deformation map and modelisation of tensile behavior: PhD Thesis. Royal Military Academy, 2007. 150 p.
7. **Сидняев Н. И.** Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. М.: ЮРАЙТ, 2011. 399 с.

## ОБ АВТОРАХ

**Халирахманов Дамир Илдарович**, студ. спец. «Прикладная математика». Иссл. в обл. моделирования роста дендритных кристаллических структур.

**Ямилева Альфия Маратовна**, асп. каф. высокопроизводительн. вычислительн. технологий и систем. Дипл. инженер-математик (УГАТУ, 2010). Иссл. в обл. моделирования твердотельных процессов.

**Насибуллаев Ильдар Шамилевич**, ст. преп. той же каф. Дипл. спец. по теор. и вычислительн. физике (БГУ, 2000). Канд. физ.-мат. наук по физике конденсированного состояния (Ин-т физики молекул и кристаллов УНЦ РАН, 2005). Иссл. в обл. гидродинамики изотропных и анизотропных жидкостей.