Уфа : УГАТУ, 2007 Вестник УГАТУ • Управление, ВТ и И Т. 9, № 7 (25). С. 3–11

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 681.5

Ю. С. КАБАЛЬНОВ, И. В. КУЗНЕЦОВ, А. В. МАРГАМОВ

СТРУКТУРНЫЕ МЕТОДЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ КООРДИНАЦИИ ПРОЦЕССОВ ПРИ УПРАВЛЕНИИ МНОГОСВЯЗНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Проводится краткий анализ существующих методов координированного управления. Предложен структурный подход решения задачи одновременного синтеза координированного и модального управления сложными динамическими объектами. Доказана возможность независимого синтеза контуров обратной связи по управлению и координации. Методы управления базируются на алгоритме декомпозиции, позволяющего развязать многосвзязную систему как по входам, так и по переменным состояния. *Координация; управление сложными объектами; декомпозиция*

Задача синтеза законов управления группой динамических объектов (задача координированного управления) в настоящее время получила новое развитие в связи с появлением интеллектуальных систем управления, способных реализовать принципиально новые и более эффективные законы управления.

В настоящее время для решения задач координированного управления выделяются три основных подхода:

• традиционным походом решения задач координированного управления являются методы автономного управления, которые обеспечивают требуемое соотношение выходных переменных за счет согласования задающих воздействий на *статических* режимах работы [1]. При этом синхронизация осуществляется пассивно, по разомкнутой схеме управления, и, следовательно, данный подход не достаточно эффективен в условиях действия внешних помех.

• вторым подходом решения задач координированного управления являются методы управления многоканальными объектами [2], обеспечивающие согласованное движение выходных координат на *динамических*(переходных) режимах работы системы. Однако эти методы получили свое развитие только для случая полностью однотипных линейных систем без введения в систему автоматического управления (САУ) контуров координированного управления.

• третий подход основан на решении задач *функциональной* координации как задач пространственного управления, в котором эталонное движение системы задается с помощью функциональных соотношений переменных, определяющих в многомерном пространстве интегральную кривую, поверхность или многообразие [3]. При этом координация осуществляется путем введения дополнительного контура координации. Однако здесь имеются нерешенные вопросы, обусловленные проблемой совместного синтеза алгоритмов как абсолютного, так и координированного управления.

Предлагается следующее направление исследования, развивающее методологию динамической координации в многосвязных системах управления со структурных (декомпозиционных) позиций.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается многосвязная двухканальная система координированного управления, описываемая системой дифференциальных уравнений в форме Коши. Блочный вектор переменных состояния представлен в виде $\bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2]^T$ ($\bar{x}_i$ $(i = \overline{1,2})$ — вектор размерности m переменных состояния i-го канала); вектор управляющих воздействий — $\bar{u} = [u_1, u_2]^T$. Пара матриц (A, B) имеет вид

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & A_0 \end{bmatrix}_{(2m)\times(m2)} \qquad B = [B_1, B_2]^T\,, \tag{1}$$

где подматрица B_i $(i = \overline{1,2})$ имеет размерность $2 \times m$.

В качестве функциональной «траектории» координации выходных переменных выбирается обеспечение равенства

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_2 \tag{2}$$

по окончании переходных режимов работы системы.

Закон координированного управления определим в виде

$$\bar{u} = K\bar{x} + K_\delta \bar{\delta},$$

где $\bar{\delta} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$ — вектор размерности m переменных состояния контура координации; $K = [\bar{k}_1, \bar{k}_2]^T$ — искомая матрица коэффициентов обратной связи по переменным состояния размерности $2 \times (2 \cdot m)$; K_δ — искомая матрица коэффициентов обратной связи координированного управления размерности $2 \times \times m$.

Задача синтеза координированного управления супервизорной системы (рис. 1) заключается в определении матриц K, K_δ постоянных коэффициентов в цепи обратной связи замкнутой системы и координированного управления с точки зрения обеспечения заданного быстродействия системы, определяемого желаемым распределением корней заданного характеристического полинома $D^*(s)$.

2. УСЛОВИЯ НЕЗАВИСИМОГО СИНТЕЗА КОНТУРОВ МОДАЛЬНОГО И КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ

С целью упрощения решения поставленной задачи рассмотрим описание исходной многосвязной системы в виде двух однотипных подсистем. Для этого путем эквивалентного преобразования $\hat{\bar{x}} = \Gamma\bar{x}$, где матрица Γ вычисляется по формуле:

$$\Gamma = [B, AB, \ldots, A^{m-1}B]^{-1}, \tag{3}$$

рассматривается гомеоморфная система, описываемая с помощью декомпозиционного базиса [4] переменных состояния со скалярным входом в виде

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\bar{x}}}_1 &= \hat{A}_0 \hat{\bar{x}}_1 + b_1 u_1, \\ \dot{\hat{\bar{x}}}_2 &= \hat{A}_0 \hat{\bar{x}}_2 + b_2 u_2, \end{aligned} \tag{4}$$

где b — некоторый коэффициент (как правило, $b = 1$).

Дальнейшее решение задачи синтеза модального и координированного управления будем осуществлять относительно декомпозиционного базиса переменных состояния $\hat{\bar{x}} = \left[\hat{\bar{x}}_1, \hat{\bar{x}}_2\right]^T$.

Естественно заметить, что собственное движение замкнутой системы координированного управления определяется совместным распределением характеристических чисел подсистем как модального, так и координированного управления. Поэтому вначале (с целью последующего упрощения решения задачи) проведем анализ условия независимого синтеза контуров модального и координированного управления.

Поскольку динамическая координация осуществляется относительно переменных состояния исходного базиса пространства фазовых координат, то, после перехода к декомпозиционному базису пространства состояний, необходимо определить соотношение (линейную комбинацию) переменных состояния $\hat{\bar{x}}_1 = H\hat{\bar{x}}_2$ нового базиса, соответствующее требуемому соотношению переменных состояния исходного базиса: $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$.

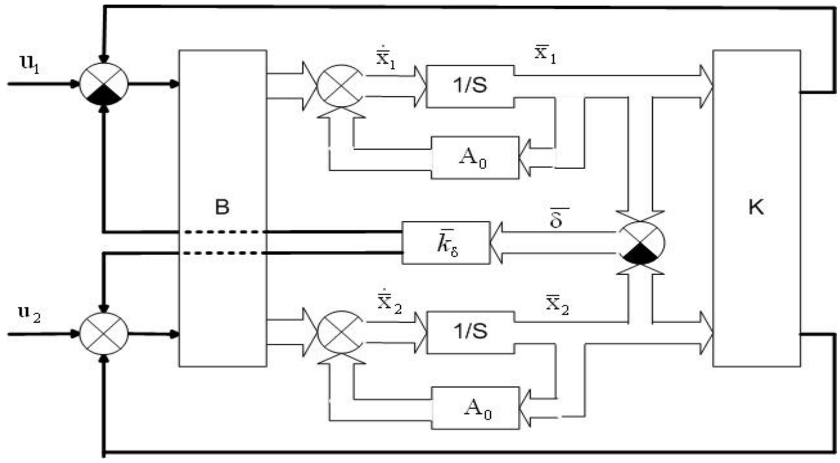


Рис. 1. Структурная схема двухканальной системы координированного управления многосвязным объектом

Для начала определим вид вектора ошибки координации в переменных состояния нового базиса, который будет представлен линейной зависимостью этих переменных в соответствии с видом матрицы Г. Для этого произведем обратное преобразование:

$$\bar{x} = \Gamma^{-1}\hat{\bar{x}}. \tag{5}$$

Представим матрицу Γ^{-1} в виде

$$\Gamma^{-1} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,1} & \cdots & \gamma_{1,2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{2m,1} & \cdots & \gamma_{2m,2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix},$$

где γ_1, γ_2 — матрицы размерности $m \times 2m$ коэффициентов матрицы Γ^{-1} перехода к исходному базису пространства переменных состояния. Тогда формулу (5) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} \hat{\bar{x}}, \quad \text{или} \quad \begin{cases} \bar{x}_1 = \gamma_1\hat{\bar{x}}, \\ \bar{x}_2 = \gamma_2\hat{\bar{x}}. \end{cases} \tag{6}$$

Поскольку в исходном базисе требуется обеспечить равенство соответствующих переменных состояния каналов многосвязной систем, то вектор ошибки координации для исходного базиса будет выглядеть так:

$$\bar{\delta} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \gamma_1\hat{\bar{x}} - \gamma_2\hat{\bar{x}} = \\ = (\gamma_1 - \gamma_2)\hat{\bar{x}} = P\hat{\bar{x}}, \tag{7}$$

где матрица $P = (\gamma_1 - \gamma_2)$ размерности $m \times 2m$ получается из исходной матрицы Γ^{-1} путем эквивалентного преобразования:

$$P = P_0 \cdot \Gamma^{-1}, \tag{8}$$

где $P_0 = \begin{bmatrix} \overbrace{\begin{matrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{matrix}}^{m} & \overbrace{\begin{matrix} -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -1 \end{matrix}}^{m} \end{bmatrix}_{m\times 2m} = \begin{bmatrix} I & -I \end{bmatrix}$.

Умножение на матрицу общего вида P_0 исходной матрицы Γ^{-1} размерности $2m \times 2m$, обеспечивает ее преобразование к матрице P размерности $m \times 2m$ путем вычитания из первых m строк исходной матрицы вторые m строк соответственно, что и эквивалентно вычислению разности $(\gamma_1 - \gamma_2)$.

Матрица P образует коэффициенты при соответствующих векторах переменных состояния объекта в новом базисе пространства переменных состояния. Таким образом, ее можно переписать в виде

$$P = \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix},$$

где ρ_1, ρ_2 — матрицы размерности $m \times m$ коэффициентов при соответствующих переменных состояния $\hat{\bar{x}}_1, \hat{\bar{x}}_2$. Тогда формулу (7) можно представить в следующем виде:

$$\bar{\delta} = \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\bar{x}}_1 \\ \hat{\bar{x}}_2 \end{bmatrix}$$

или

$$\bar{\delta} = \rho_1\hat{\bar{x}}_1 + \rho_2\hat{\bar{x}}_2. \tag{9}$$

Так как конечной целью динамической координации является обеспечение тождества $\bar{\delta} \equiv 0$, следовательно, должно выполняться условие

$$\rho_1\hat{\bar{x}}_1 \equiv \rho_2\hat{\bar{x}}_2$$

или

$$\hat{\bar{x}}_1 \equiv H\hat{\bar{x}}_2, \tag{10}$$

где $H = -\rho_1^{-1}\rho_2$ — матрица коэффициентов.

Далее, вводя в рассмотрение вектор ошибок координации $\hat{\bar{\delta}}$ для декомпозиционного базиса переменных состояния размерности m в виде

$$\bar{\delta} = \hat{\bar{x}}_1 - H \cdot \hat{\bar{x}}_2, \tag{11}$$

синтез закона управления многосвязной системой будем проводить в виде

$$\begin{aligned} u_1 &= \hat{\bar{k}}^T \hat{\bar{x}}_1 - \hat{\bar{k}}_{\delta 1}\hat{\bar{\delta}}; \\ u_2 &= \hat{\bar{k}}^T \hat{\bar{x}}_2 - \hat{\bar{k}}_{\delta 2}\hat{\bar{\delta}}; \end{aligned} \tag{12}$$

где $\hat{\bar{k}}^T$, $\hat{\bar{k}}^T_{\delta i}$ $(i = \overline{1,2})$ — соответственно вектор строки размерности $1 \times m$ коэффициентов обратной связи в контурах модального управления и координации.

В соответствии с формулой (11) система координированного управления в новом базисе примет вид

$$\begin{cases} \dot{\hat{\bar{x}}}_1 = (\hat{A}_0 + \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T)\hat{\bar{x}}_1 - \hat{\bar{b}}\bar{k}^T_{\delta 1}\hat{\bar{\delta}}, \\ \dot{\hat{\bar{x}}}_2 = (\hat{A}_0 + \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T)\hat{\bar{x}}_2 + \hat{\bar{b}}\bar{k}^T_{\delta 2}\hat{\bar{\delta}}. \end{cases} \tag{13}$$

Найдем общее дифференциальное уравнение, связывающее декомпозиционный базис переменных состояния и ошибку координации. Вначале с учетом (11), (4) получим, что производная по времени вектора ошибки координации равна

$$\dot{\hat{\bar{\delta}}} = \dot{\hat{\bar{x}}}_1 - H \cdot \dot{\hat{\bar{x}}}_2 = (\hat{A}_0 + \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T)\hat{\bar{x}}_1 - \\ - \hat{\bar{b}}\bar{k}^T_{\delta 1}\hat{\bar{\delta}} - H(\hat{A}_0 + \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T)\hat{\bar{x}}_2 - H\hat{\bar{b}}\bar{k}^T_{\delta 2}\hat{\bar{\delta}}. \quad (14)$$

В случае если пары матриц H и $(\hat{A}_0 + \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T)$ являются перестановочными, то систему дифференциальных уравнений (14) можно свести к виду

$$\dot{\hat{\bar{\delta}}} = (\hat{A}_0 + b\hat{\bar{k}}^T)\hat{\bar{\delta}} - b\bar{k}^T_{\delta 1}\hat{\bar{\delta}} - Hb\bar{k}^T_{\delta 2}\hat{\bar{\delta}}. \quad (15)$$

От полученной формулы дифференциального уравнения ошибки координации в исходном базисе пространства состояний (15), системы уравнений (13) перейдем к агрегированной векторно-матричной форме описания динамических свойств замкнутой системы управления относительно переменных состояния и ошибки координации:

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\bar{\delta}}} \\ \dot{\hat{\bar{x}}}_1 \\ \dot{\hat{\bar{x}}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_\delta & 0 & 0 \\ -\hat{\bar{b}}\bar{k}^T_\delta & A_k & 0 \\ \hat{\bar{b}}\bar{k}^T_\delta & 0 & A_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\bar{\delta}} \\ \hat{\bar{x}}_1 \\ \hat{\bar{x}}_2 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где $A_\delta = \hat{A}_0 + \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T - \hat{\bar{b}}\bar{k}^T_{\delta 1} - H\hat{\bar{b}}\bar{k}^T_{\delta 2}$, $A_k = \hat{A}_0 + \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T$.

Из уравнения (16) видно, что характеристический полином замкнутой системы координированного управления в новом базисе пространства переменных состояния равен:

$$D(s) = \det(Is - \hat{A}_0 - \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T + \hat{\bar{b}}\bar{k}^T_{\delta 1} - H\hat{\bar{b}}\bar{k}^T_{\delta 2}) \times \\ \times \overset{2}{\det}(Is - \hat{A}_0 - \hat{\bar{b}}\hat{\bar{k}}^T) = D_1 D_2^2, \quad (17)$$

т. е. равен произведению характеристических полиномов систем модального D_2 и координированного управления D_1. Другими словами, добавление к объекту контура координированного управления не влияет на распределение полюсов передаточной функции системы с обратной связью по переменным состояния, а лишь добавляет к этим полюсам свои. Таким образом, в рассматриваемом случае можно сказать, что предлагаемая схема координированного управления не влияет на устойчивость системы в целом, и, следовательно, коэффициенты контура координированного управления могут быть определены не зависимо от характеристик модального управления каналами системы. Этот результат (в рамках заданных допущений) является аналогом теоремы разделения [4], применяемой для синтеза наблюдателей Льюнбергера.

3. СИНТЕЗ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМОЙ

После декомпозиции исходного многосвязного объекта задача синтеза модального управления сводится к решению отдельных задач синтеза модального управления для каждого объекта с одним входом.

Пусть желаемый характеристический полином $D^*(s)$ замкнутой системы модального управления можно представить в виде произведения полиномов

$$D^*(s) = D^*_m(s) D^*_k(s), \quad (18)$$

где $D^*_m(s)$, $D^*_k(s)$ — соответственно желаемые характеристические полиномы систем модального управления и координации. Пусть $D(s)$ — располагаемый характеристический полином многосвязного объекта.

Поскольку изменения базиса с помощью преобразования (5) не приводит к изменению характеристического полинома объекта (системы), то можно рассматривать в качестве располагаемого характеристического полинома декомпозированного объекта, а $D^*_m(s)$ — в качестве желаемого характеристического полинома замкнутой декомпозированной системы. Так как полином $D(s)$ по условию имеет m различных корней кратности $n = 2$, то он может быть представлен в виде

$$D(s) = [\det[\mathrm{Is} - A_0]]^2 = \\ (s^m + q_{m-1}s^{m-1} + ... + q_0)^2 = [d_0(s)]^2 \quad (19)$$

Для декомпозированной системы желаемый полином $D^*_m(s)$ записать в виде

$$D^*_m(s) = \prod_{i=1}^{2} d^*_i(s) = \\ = \prod_{i=1}^{2} (s^m + q^*_{i,m-1}s^{m-1} + ... + q^*_{i,0}), \quad (20)$$

где $d^*_i(s)$ — желаемый характеристический порядка m полином i-й замкнутой подсистемы.

Матрица-строка $\hat{\bar{k}}^T$ коэффициентов в цепи обратной связи по переменным состояния, обеспечивающая желаемый характеристический полином $d_i^*(s)$ в i-й замкнутой подсистеме с одним управляющим воздействием (рис. 1) ($i = \overline{1,2}$) определяется достаточно просто [4]. На самом деле для случая описания систем в канонической форме управляемости коэффициенты главной обратной связи выбираются по формуле:

$$\hat{\hat{k}}^T = [q_0 - q_0^* \; q_1 - q_1^* \; \cdots \; q_m - q_m^*], \qquad (21)$$

где q_i, q_i^*; $i = \overline{1,m}$ — коэффициенты располагаемого и желаемого характеристических полиномов соответственно;

Совокупность всех $\hat{\hat{k}}^T$ образует клеточно-диагональную матрицу

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} \hat{k}^T & 0 \\ 0 & \hat{k}^T \end{bmatrix}_{2\times 2m} \qquad (22)$$

коэффициентов в цепи главной (модальной) обратной связи по переменным состояния объекта в новом базисе. Матрица $\hat{K}$ формирует составляющую закона модального управления $K\hat{\hat{x}}$, который обеспечивает равенство характеристического полинома замкнутой многосвязной системы желаемому:

$$\prod_{i=1}^{2} \det[\mathrm{Is} - (A_0 + b\hat{\hat{k}}^T)] = D_m^*(s). \qquad (23)$$

Возвращаясь к исходному базису переменных состояния $\bar{x}$, получим

$$\mathrm{K} = \hat{\mathrm{K}}\Gamma, \qquad (24)$$

искомую матрицу постоянных коэффициентов в цепи обратной связи по переменным состояния исходного многосвязного объекта, являющуюся решением поставленной задачи.

4. СИНТЕЗ КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОСВЯЗНЫМ ОБЪЕКТОМ

Вначале следует отметить, что в общем случае пара матриц H и $(\hat{A}_0 + \hat{\hat{b}}\hat{\hat{k}}^T)$ не является перестановочной, что нарушает условие независимости синтеза координированного и модального управления. Тем не менее, в большинстве практических случаев (для систем со слабыми голономными связями) в матрице H преобладают элементы главной диагонали. В этих случаях ее приближенно можно заменить диагональной матрицей:

$$H \to Z = z \cdot I,$$

где z — коэффициенты главной диагонали матрицы Z которые выбираются как среднеарифметическое значение диагональных элементов матрицы H:

$$z = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} h_{ii}.$$

Поскольку переменные состояния объекта управления в новом декомпозиционном базисе $\hat{\hat{x}}$ являются линейной комбинацией переменных состояния в исходном базисе $\bar{x}$, то, при условии наличия контура модального управления, будет выполняться условие:

$$\bar{x} \to 0, \; \bar{\delta} \to 0, \text{ при } t \to \infty.$$

Откуда $\hat{\hat{x}} = \Gamma\bar{x} \to 0$, $\hat{\hat{\delta}} = \hat{\hat{x}}_1 - \hat{\hat{x}}_2 \to 0$, при $t \to \infty$.

Следовательно, условия координации переменных состояния будут выполняться в любом базисе переменных состояния. Недостатком такого подхода может явиться появление дополнительных статических и динамических ошибок при соблюдении условия координации (2).

Следовательно, в зависимости от вида матрицы H предлагаются следующие методы синтеза координированного управления:

1) коэффициенты главной диагонали матрицы H примерно равны единице, а остальные элементы имеют значения на порядок или несколько порядков меньше. Тогда матрицу H можно приближенно заменить единичной матрицей $H \approx I$, то есть в новом базисе, как и в исходном, требуется обеспечить равенство выходных переменных объекта $\hat{\hat{x}}_1 = \hat{\hat{x}}_2$.

В этом случае вектор ошибки координации будет равен $\hat{\hat{\delta}} = \hat{\hat{x}}_1 - \hat{\hat{x}}_2$ и дифференциальное уравнение, описывающее движение переменных состояния координации:

$$\dot{\hat{\hat{\delta}}} = \dot{\hat{\hat{x}}}_1 - \dot{\hat{\hat{x}}}_2 = (\hat{A}_0 + b\hat{\hat{k}}^T)\hat{\hat{\delta}} - - 2b\hat{\hat{k}}_\delta^T\hat{\hat{\delta}} = (\hat{A}_0 + b\hat{\hat{k}}^T - 2b\hat{\hat{k}}_\delta^T)\hat{\hat{\delta}}. \qquad (25)$$

Как видно из формулы (25), координирующее управление не зависит от характеристик каналов управления и определяется только значениями коэффициентов вектора $\hat{\hat{k}}_\delta^T$ контура координированного управления.

После определения коэффициентов главной (модальной) обратной связи по переменным состояния объекта по формуле (24), матрица свободного движения главного контура управления принимает вид

$$\left(\hat{A}_0 + b\hat{\bar{k}}^T\right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_0^* & q_1^* & \cdots & q_{m-1}^* \end{pmatrix}. \tag{26}$$

Следовательно, коэффициенты обратной связи в контуре координации декомпозиционного базиса пространства состояний, в соответствии с формулой (25), могут быть независимо выбраны по виду желаемого характеристического полинома $D_k^*(s)$ контура координации. Коэффициенты вектора $\hat{\bar{k}}_\delta^T$ выбираются по формуле:

$$\hat{\bar{k}}_\delta^T = \frac{1}{2}\left[q_0^* - q_0^\delta \ \cdots \ q_{m-1}^* - q_{m-1}^\delta\right], \tag{27}$$

где $q_i^\delta;\ i = \overline{1,m}$ — коэффициенты желаемого характеристического полинома $D_k^*(s) = (s^m + q_{m-1}^\delta s^{m-1} + \ldots + q_0^\delta)$ контура координации. Коэффициент $\frac{1}{2}$ в (27) взят для компенсации удвоенного значения матрицы коэффициентов обратной связи контура координации.

Пусть матрица H также имеет коэффициенты главной диагонали, намного превышающие остальные, и при этом в новом базисе пространства переменных состояния необходимо обеспечить функциональную зависимость между переменными состояния объекта управления: $\hat{\bar{x}}_1 = H\hat{\bar{x}}_2$. В этом случае в формуле (15) можно искусственно переставить матрицу H, которая в результате примет вид

$$\dot{\bar{\delta}} = (\hat{A}_0 + b\hat{\bar{k}}^T - b\bar{k}_{\delta 1}^T + b\bar{k}_{\delta 2}^T H)\bar{\delta} \tag{28}$$

Для системы в новом базисе пространства переменных состояния необходимо обеспечить желаемое расположение корней характеристического полинома контура координированного управления, то есть заданное движение ошибки координации. Следовательно, коэффициенты обратной связи в новом базисе выбираются таким образом, чтобы соблюдалось отношение (26). Таким образом, исходя из вышесказанного, можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} b\bar{k}_{\delta 1}^T = b\hat{\bar{k}}_\delta^T, \\ b\bar{k}_{\delta 2}^T H = b\hat{\bar{k}}_\delta^T, \end{cases}$$

откуда получим:

$$\begin{cases} \bar{k}_{\delta 1}^T = \hat{\bar{k}}_\delta^T, \\ \bar{k}_{\delta 2}^T = \hat{\bar{k}}_\delta^T \cdot H^{-1}. \end{cases} \tag{29}$$

Следовательно, для компенсации перекрестных связей на входе системы, необходимо преобразовать коэффициенты обратной связи контура координации в соответствии с формулами (27) и (29).

4. ПРИМЕР

Рассмотрим полностью управляемый (по Р. *Калману*) многосвязный объект, определяемый парой матриц (A,B) вида

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,25 \\ 2 & 0,2 \\ 0,3 & 0,2 \\ 0,15 & 2 \end{bmatrix}.$$

Векторы переменных состояния первого $\bar{x}_1 = [x_{11}, x_{12}]^T$ и второго $\bar{x}_2 = [x_{21}, x_{22}]^T$ каналов, образуют в совокупности вектор $\bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2]^T$ Векторы задающих воздействий первого и второго каналов обозначим соответственно: $x_1^0 = \left[x_{11}^0, x_{12}^0\right]$ и $x_2^0 = \left[x_{21}^0, x_{22}^0\right]$, вектор управляющих воздействий - $\bar{u} = [u_1, u_2]^T$.

Минимальный характеристический полином первого и второго каналов объекта управления определяется матрицей A_0 и равен

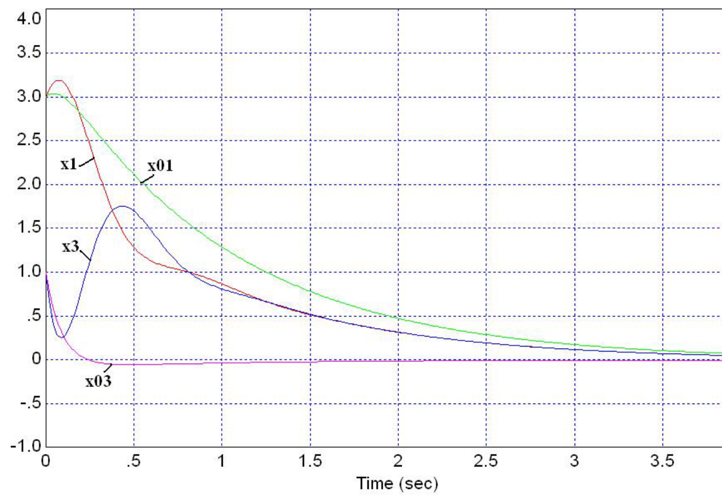
$$d_0(s) = s^2 + 2s.$$

Необходимо синтезировать супервизорную систему координированного управления. В качестве желаемых характеристических полиномов первого и второго каналов модального управления выберем следующий:

$$D_m^*(s) = (s^2 + 12s + 11)^2.$$

Для каналов координированного управления, обеспечивающих поддержание заданных функциональных зависимостей между соответствующими переменными состояния каналов $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, выберем (в качестве желаемого) характеристический полином следующего вида:

$$D_k^*(s) = s^2 + 14s + 49.$$



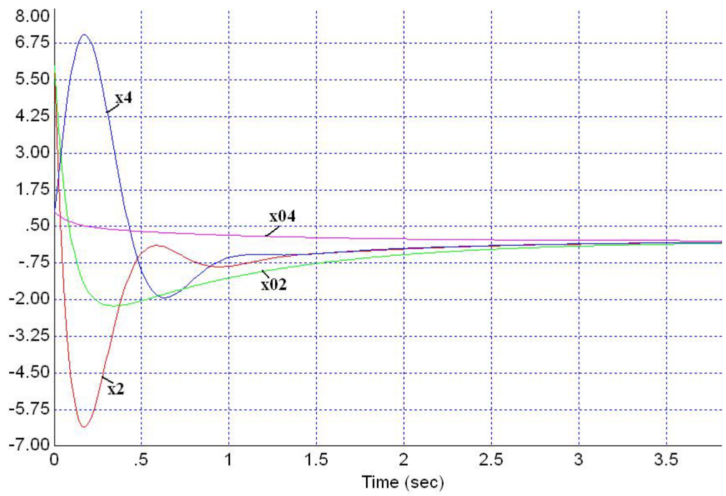


Рис. 2. Переходный процесс в системе с координацией (переменные состояния $x_1, ..., x_4$) и без координированного управления (переменные состояния $x_{01}, ..., x_{04}$)

Желаемые характеристические полиномы позволяют обеспечить (для каждого канала модального управления) время регулирования не более 5–6 с. Для контура координированного управления время регулирования должно составлять не более 1 с.

Изучаемая система является многосвязной и, следовательно, на начальном этапе проведем ее декомпозицию. Декомпозиционную пару матриц (A_0, b_i) будем задавать в канонической управляемой форме в виде

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица перехода к новому базису Γ вычисляется по формуле (3):

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0{,}505 & 4{,}768 \cdot 10^{-4} & -0{,}147 & -0{,}048 \\ 0 & 0{,}504 & 0 & -0{,}05 \\ -0{,}158 & -0{,}06 & 0{,}463 & -0{,}021 \\ 0 & -0{,}038 & 0 & 0{,}504 \end{bmatrix}.$$

В новом базисе матрица, обеспечивающая желаемое расположение корней характеристического полинома замкнутой системы модального управления определяется разностью соответствующих коэффициентов исходного и желаемых характеристических полиномов, что должно обеспечить при добавлении обратной связи желаемое расположение корней характеристических полиномов. Таким образом, матрица $\hat{K}$ управляющего воздействия в новом базисе имеет вид

$$\hat{K} =$$
$$= \begin{bmatrix} q_0 - q_{10}^* & q_1 - q_{11}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_0^* - q_{20} & q_1^* - q_{21} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -11 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -11 & -10 \end{bmatrix}.$$

Далее по формуле (24) определяем искомую матрицу K коэффициентов главной обратной связи по переменным состояния многосвязной системы:

$$K = \begin{bmatrix} -5{,}552 & -5{,}043 & 1{,}619 & 1{,}036 \\ 1{,}735 & 1{,}038 & -5{,}089 & -4{,}812 \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты обратной связи контура координации выбираются по формуле (27):

$$\hat{k}_\delta^T = \frac{1}{2}\left[q_0^* - q_0^\delta \; q_1^* - q_1^\delta\right] = [-19 \; -1]\,.$$

По формуле (15) находим матрицу обратного преобразования H:

$$H = \begin{bmatrix} -1{,}172 & -0{,}1 \\ 0 & -0{,}973 \end{bmatrix},$$

$$H^{-1} = \begin{bmatrix} -0{,}853 & 0{,}087 \\ 0 & -1{,}028 \end{bmatrix}.$$

Нетрудно видеть, что для данной системы коэффициенты главной диагонали матрицы H значительно больше остальных коэффициентов матрицы, что позволяет говорить о возможности ее рассмотрения в качестве перестановочной (квазиперестановочной). Тогда по формуле (29) найдем искомые коэффициенты обратной связи по контуру координированного управления

$$\begin{cases} \bar{k}_{\delta 1}^T = [-19 \; -1]\,, \\ \bar{k}_{\delta 2}^T = [16{,}206 {-} 0{,}633]\,. \end{cases}$$

Для проведения модельного эксперимента положим, что начальные условия системы отличны от нуля и равны $x_1^0 = 3$, $x_2^0 = 6$, $x_3^0 = 1$, $x_4^0 = 1$.

На рис. 2 приведены графики изменения управляемых координат для системы с контуром координации $x_1, \ldots, x_4$, и для системы, в которой присутствует только контур модального управления с идентичными коэффициентами главной обратной связи $K - x_{01}, \ldots, x_{04}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена процедура синтеза контура координированного управления на основе желаемых динамических свойств контуров управления и координации. Показано, что для определенного класса задач коэффициенты обратной связи контура координации могут быть выбраны независимо от коэффициентов главной обратной связи по переменным состояния, что дает возможность выбирать любые требуемые динамические характеристики контура координации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Воронов, А. А.** Введение в динамику сложных управляемых систем / А. А. Воронов. М. : Наука, 1985. 352 с.
2. **Соболев, О. С.** Однотипные связанные системы автоматического регулирования / О. С. Соболев. М. : Энергия, 1973, 135 с.
3. **Мирошник, И. В.** Согласованное управление многоканальными системами / И. В. Мирошник. Л. : Энергоатомиздат, 1990, 160 с.
4. **Кабальнов, Ю. С**. Декомпозиционные алгоритмы решения задач управления и наблюдения объектами с векторным входом / Ю. С. Кабальнов, И. В. Кузнецов, А. В. Маргамов // Системы управления и информационные технологии. 2006. № 4 (26). С. 22–26.

ОБ АВТОРАХ

Кабальнов Юрий Степанович, проф., зав. каф. информатики. Дипл. инж. электронной техники (УАИ, 1971). Д-р техн. наук по управлению в технических системах (УГАТУ, 1993). Иссл. в обл. адаптивного и интеллектуального управления.

Кузнецов Игорь Васильевич, доц. каф. телекоммуникац. систем. Канд. техн. наук по сист. обраб. информ. и управ. (УГАТУ, 1993). Иссл. в обл. теории передачи, обработки сигналов и управления.

Маргамов Александр Валерьевич, дипл. инж. в обл. моделир. и исслед. операций в орг.-техн. системах (УГАТУ, 2004).