

УДК 539.3

И. Х. БАДАМШИН

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ (ПУАССОНА) МОНОКРИСТАЛЛОВ НА ОСНОВЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ УПРУГОСТИ

Приведен вывод формулы коэффициента поперечной деформации (Пуассона), основанный на электростатической природе упругости. Новизна подтверждена патентом. Математическая модель расчета коэффициента Пуассона применима, в частности, не только для монокристаллов, но и для поликристаллов. Рабочая лопатка газовой турбины; композитный материал; монокристалл; поликристалл; коэффициент Пуассона

Существующие модели напряженно-деформированного состояния элементов конструкций, в том числе и элементов газотурбинных двигателей, основаны на теории упругости механики твердого тела. Для расчета по этим моделям необходимо иметь в качестве исходных данных упругие, прочностные, теплофизические и физические характеристики материалов. Как правило, перечисленные свойства оцениваются экспериментально. Каждый материал имеет множество параметров: модуль упругости, коэффициент Пуассона, предел текучести, предел временной прочности, плотность, коэффициент линейного теплового расширения, коэффициент теплопроводности и т. п. Каждая характеристика материала, в свою очередь, зависит от условий эксперимента, в частности, от температуры, формы и структуры образца. Поэтому результаты экспериментальных исследований, как правило, носят качественный характер и не в полной мере отражают свойства материала. В этом случае математическое моделирование и численный эксперимент могут дать развернутое представление о характеристиках материала (моно- и поликристаллического, композитного) при проектировании, в частности, рабочих лопаток газовой турбины.

Математическое моделирование и численный эксперимент позволяют существенно сократить объем дорогостоящих экспериментов. В частности, для экспериментов на нитевидных монокристаллах, входящих в состав эвтектических композитов, используется уникальное оборудование. Поэтому моделирование значительно снижает экономические и временные затраты в процессе проектирования элементов авиационных ГТД.

В работе обосновывается математическая модель расчета коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона) μ , основанная на электростатической природе упругости.

Коэффициент Пуассона определяется как отношение

$$\mu = \varepsilon_y / \varepsilon_x,$$

где ε_y — относительная деформация вдоль оси ОУ; ε_x — относительная деформация вдоль оси ОХ.

Математическая модель имеет следующие допущения.

1. Рассматривается бездефектная кристаллическая решетка.

2. По Коттреллу [1] разрушение кристаллической решетки происходит при $\varepsilon_x = 0,1$.

3. Рассматривается область упругой деформации, причем $V \neq \text{const}$.

4. Максимальное значение коэффициента Пуассона определяется на границе перехода от упругой к пластической области деформации при условии $\varepsilon_y = \varepsilon_z$ и сохранении постоянного объема (рис. 1).

Тогда в исходном состоянии (без нагрузки) при условии $x = 1, y = 1, z = 1$;

$$V = xyz = 1.$$

В деформированном состоянии (с нагрузкой) $x_1 = x + \Delta x, y_1 = y - \Delta y, z_1 = z - \Delta z$.

Так, при максимальном значении упругой продольной деформации по Коттреллу [1] $\varepsilon_x = 0,1$, максимальное значение коэффициента Пуассона будет равно $\mu_{\text{max}} = 0,47 \cong 0,5$.

При этом $y_1 = 0,953y, z_1 = 0,953z$, тогда

$$V = xyz = 1,1 \times 0,953 \times 0,953 = 0,999 \cong 1.$$

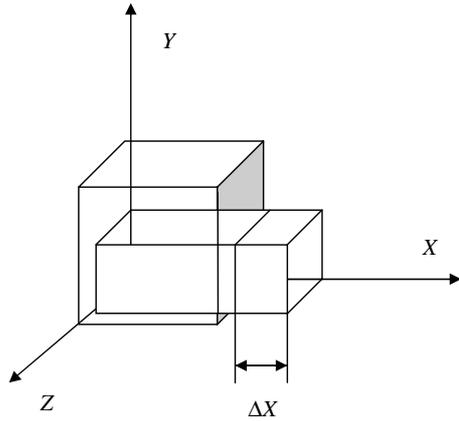


Рис. 1. Схема геометрического моделирования поперечной деформации при продольном растяжении твердого тела

Последовательность расчета коэффициента Пуассона для элементарной атомной ячейки бездефектной кристаллической решетки следующая.

При $x = y = z = a_0$ кулоновская сила без нагрузки, т. е. при $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0$

$$F_{\text{кул}1} = c/a_0^2,$$

где $c = e^2/4\pi\epsilon_0$ — коэффициент, $e = 1,6 \times 10^{-19}$, Кл — заряд электрона; $\pi = 3,14$; $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Кл²/Нм² — электрическая постоянная; a_0 — период кристаллической решетки.

Кулоновская сила при поперечном сжатии, т. е. при $y_1 = 0,953y$ или $0,953a_0$ (рис. 2)

$$F_{\text{кул}2} = c/(0,953a_0)^2.$$

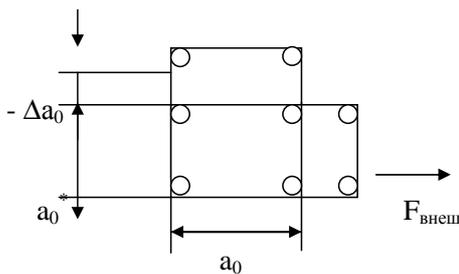


Рис. 2. Схема геометрического моделирования поперечной деформации при продольном растяжении элементарной атомной ячейки

Изменение кулоновской силы при сжатии

$$\Delta F = F_{\text{кул}2} - F_{\text{кул}1}.$$

Период кристаллической решетки с учетом изменения кулоновской силы

$$a_0^* = \sqrt{\frac{c}{F_{\text{кул}1} + \Delta F}} < a_0.$$

Изменение периода кристаллической решетки с учетом изменения кулоновской силы

$$\Delta a_0 = a_0 - a_0^*$$

Относительная поперечная деформация после несложных преобразований определяется по формуле (патент RU 2 289 114, автор Бадамшин И. Х.)

$$\varepsilon_y = \Delta a_0/a_0 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{0,953^2} - 1 \right)}},$$

где $k = 1 + k_{\text{стр}}N_{\text{орб}}$,

$k_{\text{стр}}$ — коэффициент, учитывающий тип структуры монокристалла;

$N_{\text{орб}}$ — среднее число незаполненных орбиталей внешней электронной оболочки атома;

Тип кристаллической решетки можно определить по справочным данным.

Относительная поперечная деформация

$$\varepsilon_y = \Delta a_0/a_0.$$

Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона)

$$\mu = \varepsilon_y/\varepsilon_x = \varepsilon_y/0,1.$$

Результаты расчетов для некоторых монокристаллических металлов приведены в таблице.

Таблица 1

Символ элемента	Величина коэффициента Пуассона		
	расчетная	справочная	погрешность, %
Al	0,33	0,36 [2]	8,3
Cu	0,377	0,35 [3]	7,7
Mo	0,328	0,335 [3]	2,0
W	0,257	0,26 [2]	1,2
Ta	0,237	0,24 [2]	1,3
Ni	0,404	0,342* [3]	18,1
Fe	0,308	0,3* [3]	2,7

Примечания: значения со звездочкой, приведенные в справочнике, определены расчетом.

Из таблицы, в частности, видно, что расчетное значение коэффициента Пуассона железа Fe равно 0,308, а справочное значение — 0,3.

ВЫВОДЫ

1. Математическая модель расчета коэффициента Пуассона применима для оценки упругих характеристик моно- и поликристаллов, в том числе соединений, по которым редко или совсем не встречается справочная информация.

2. Математическая модель расчета коэффициента Пуассона применима для проектирования эвтектических композитных материалов, используемых в газотурбинных двигателях.

3. Одним из направлений развития нанотехнологий является полное трехмерное управление структурой материалов на атомном уровне с целью размещения каждого атома на своем месте. В этих условиях важно заранее знать упругие и прочностные характеристики нанобъемов монокристаллов с бездефектной структурой. Откуда следует необходимость наличия расчетных формул упругих характеристик, в частности, коэффициента Пуассона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Котрелл, А.** Прочность материалов / А. Котрелл // Механические свойства новых материалов. М. : Мир, 1966. С. 7–20.
2. **Писаренко, Г. С.** Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. Киев : Наук. Думка, 1988. 736 с.
3. **Бобылев, А. В.** Механические и технологические свойства металлов : справ. изд. / А. В. Бобылев. М. : Металлургия, 1987. 208 с.

ОБ АВТОРЕ



Бадамшин Ильдар Хайдарович, доцент, докторант каф. авиац. двигателей. Канд. техн. наук. по ускоренным испытаниям авиац. ГТД (УАИ, 1994). Иссл. в обл. прочности и долговечности элементов конструкции ГТД.