

В. А. Трушин, А. Ю. Чечулин

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА РАДИАЛЬНОГО ЗАЗОРА МЕЖДУ РАБОЧИМИ ЛОПАТКАМИ И КОРПУСОМ ТУРБИНЫ

Представлены методика, математическая модель и результаты расчета термонапряженного состояния ротора и статора малоразмерной влажнопаровой турбины в динамике при ее запуске. Изменение радиальных размеров ротора и статора под влиянием изменения температур и под влиянием термических напряжений и напряжений от центробежных сил в лопатках и диске ротора позволило определить значение оптимального радиального зазора конструкции турбины. *Турбина; ротор; статор; радиальный зазор; напряжения; удлинения; термонапряженный; инженерная методика*

В настоящее время на небольших производственных предприятиях и в поселках вокруг них широко используются котельные, в которых получают сухой насыщенный пар с давлением в диапазоне около (8–14) бар для подогрева воды в бойлерных отопления административных и производственных помещений. Перед подачей в бойлерные пар дросселируется до давления порядка 5 бар. Разность давлений в котельной и в бойлерной может быть использована для расширения пара в небольшой турбине привода электрогенератора, с заменой процесса дросселирования без совершения работы процессом в турбине с совершением работы и превращением ее в электроэнергию. В процессе дросселирования пар становится перегретым относительно температуры насыщения и затем в бойлерной отдает теплоту отопительной воде при охлаждении до состояния насыщения, конденсируется и при охлаждении конденсата до определенной температуры, сжимается до давления в котле и подается снова в котельную для повторения цикла. Оценка потерь тепловой энергии паром до попадания его в бойлерную после турбины показала, что эта потеря (переходящая в электроэнергию) не превышает 8 % и существенного влияния на работу системы отопления предприятия не окажет. Электроэнергия от турбины может использоваться как для собственных нужд котельной, так и для нужд предприятия. Следует отметить упоминание об энергетической целесообразности замены дросселя турбиной в паровых процессах в [1].

Разработана паровая малоразмерная одноступенчатая осевая турбина для работы при выше указанных начальных параметрах сухого насыщенного пара и перепаде давлений. При

расходе пара 3,33 кг/с (12 т/час) мощность турбины 250 кВт. Оценка количества конденсата, образующегося в сопловых и рабочих лопатках влажнопаровой турбины исключает в данном случае возможность применения центростремительной турбины, а в осевой малоразмерной высокооборотной турбине следует особое внимание уделять радиальному зазору между рабочими лопатками и статором. Общий вид малоразмерной паровой турбины с электрогенератором представлен на рис. 1. Конструкция турбины представлена на рис. 2. Диаметр монолитного рабочего колеса по периферии лопаток  $D_p = 0,1282$  м, а высота лопатки  $l = 0,0181$  м, диаметр диска  $d = 0,092$  м. Внутренний диаметр кольца корпуса над лопатками рабочего колеса  $D_k = 0,1287$  м, а радиальный зазор между рабочими лопатками ротора и элементом корпуса  $\Delta = 0,00025$  м (0,25 мм) по номинальным размерам чертежей. Из-за малых диаметральных размеров, при сохранении относительных размеров радиального зазора как в крупных паровых турбинах, особое внимание должно быть уделено его абсолютному значению.

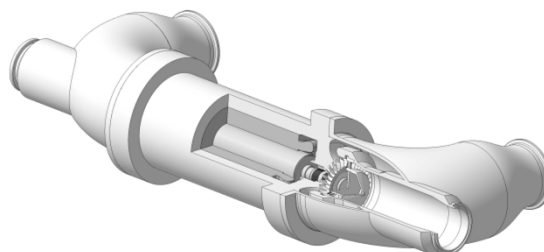
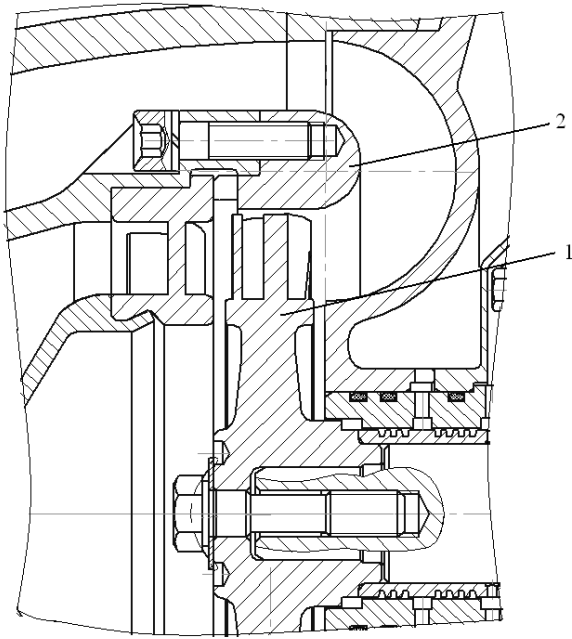
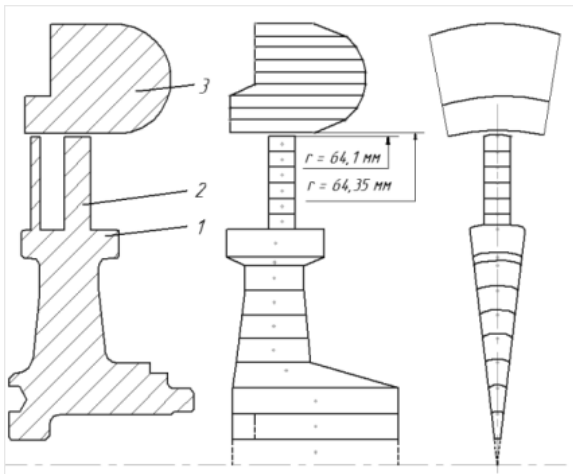


Рис. 1. Общий вид малоразмерной паровой турбины с электрогенератором



**Рис. 2.** Конструкция малоразмерной паровой турбины: 1 – ротор турбины; 2 – элемент статора (кольцо)



**Рис. 3.** Расчетная схема разбиения на элементы ротора и элемента корпуса влажнопаровой турбины: 1 – диск; 2 – лопатка; 3 – элемент корпуса над лопатками ротора

Данный радиальный зазор принят на основе расчетов изменения диаметральных размеров элементов ротора и элемента корпуса в динамике в процессе прогрева их при запуске турбины. Геометрия ротора и статора турбины и расчетная схема разбиения их на конечные элементы, для расчета нестационарных температур методом элементарных балансов [2] от начальных температур до выхода на рабочий режим работы турбины, представлена на рис. 3. Обороты ро-

тора  $n = 48000$  об/мин ( $\omega = 5027$  1/с). При расчете температур ротора рассматривался сектор диска на одну лопатку, аналогично [3], так как нет теплового взаимодействия сектора с двумя соседними.

Следует отметить, что метод конечных элементов (МКЭ) требует больших затрат времени, что отмечено в работе [4], и в новом современном материале из Википедии – свободной энциклопедии (2011 г.) «МКЭ по словам специалистов «большая пушка» – метод конечных разностей и проще в реализации и быстрее». Расчет переходных процессов легко осуществляется методом элементарных балансов А. П. Ваничева [2] как вариантом метода конечных разностей (МКР), применимым для тел любой конфигурации, в том числе и для роторов турбин (рис. 3), без существенной схематизации их геометрии при разбиении на элементы произвольной конфигурации с малыми затратами машинного времени из-за простоты алгоритма. Существуют три основных схемы решения нестационарных задач теплопроводности методом МКР [5]: I) явная схема Шмидта, II) неявная схема Лаасонена и III) неявная схема Кранка-Николсона [6]. Все три схемы при помощи коэффициента  $\Theta$  объединяются в одну формулу [5]:

$$c_i m_i (T_i^{n+1} - T_i^n) / \Delta \tau = \sum | \Theta k_{ij}^{n+1} F_{ij} (T_j^{n+1} - T_i^n) + (1 - \Theta) k_{ij}^n F_{ij} (T_j^n - T_i^n) |, \quad (1)$$

из которой при значениях  $\Theta = 0, 1, 0,5$  получаются соответственно схемы I, II и III.

В формуле (1)  $c, m$  – теплоемкость материала элемента и его масса;  $\Delta \tau$  – шаг по времени;  $k$  – обобщенная тепловая проводимость на контакте элементов по площади  $F$ . Надстрочный индекс  $n$  относится к начальному моменту времени шага  $\Delta \tau$ .

Расчетный эксперимент для пластины показал устойчивость и хорошую сходимости результатов решения задачи нестационарной теплопроводности методом элементарных балансов по трем схемам с теоретическим решением [7] при соотношении временных шагов 1:5:25.

В работе [5] отмечается, что схемы II) Лаасонена и III) Кранка-Николсона устойчивы при любых интервалах времени, если значения коэффициентов, входящих в разностные уравнения, зависят от текущих температур, при этом указывается на повышенную точность схемы III) Кранка-Николсона по сравнению со схемами I) и II). Поэтому в настоящей работе расчет

нестационарных температур проводился по не-  
явной схеме Ш) Кранка-Николсона.

Для стационарных режимов уравнение балансов имеет вид:

$$T_{i,j} = \frac{\sum k_{i,j} T_{i,j} F_{i,j}}{\sum k_{i,j} F_{i,j}}. \quad (2)$$

Работоспособность метода элементарных балансов А. П. Ваничева подтверждена и в работе [8] при расчете полой охлаждаемой турбинной лопатки реального ГТД при работе двигателя на стенде с переходом за 5,2 с от режима малого газа на взлетный режим. На взлетном режиме показания пирометра совпадали с результатами расчетов.

Температура элементов турбины перед запуском  $t_0 = 15^\circ\text{C}$ , температура пара на входе в рабочее колесо  $t_{п} = 163,5^\circ\text{C}$  (рассмотрено «ударное» нагружение турбины как самое опас-

ное для значений зазора над рабочими лопатками), температура подшипника и масла  $t_{м} = 90^\circ\text{C}$ . Коэффициенты теплоотдачи на лопатках турбины выбраны по рекомендациям [9], на диске турбины – по рекомендациям [10], а на элементе корпуса над рабочими лопатками ротора – по экспериментальным данным [11] по параметрам и теплофизическим свойствам пара со степенью сухости  $x$ , близкой к 1. Показатель адиабаты расширения пара  $k = 1,135$ , а адиабатический КПД влажнопаровой малоразмерной турбины равен 0,6.

Системы (1) и (2) применимы для расчета трехмерных (объемных) задач.

Распределение температур по радиусу ротора и элемента корпуса по моментам времени переходного режима работы при запуске турбины представлены на рис. 4.

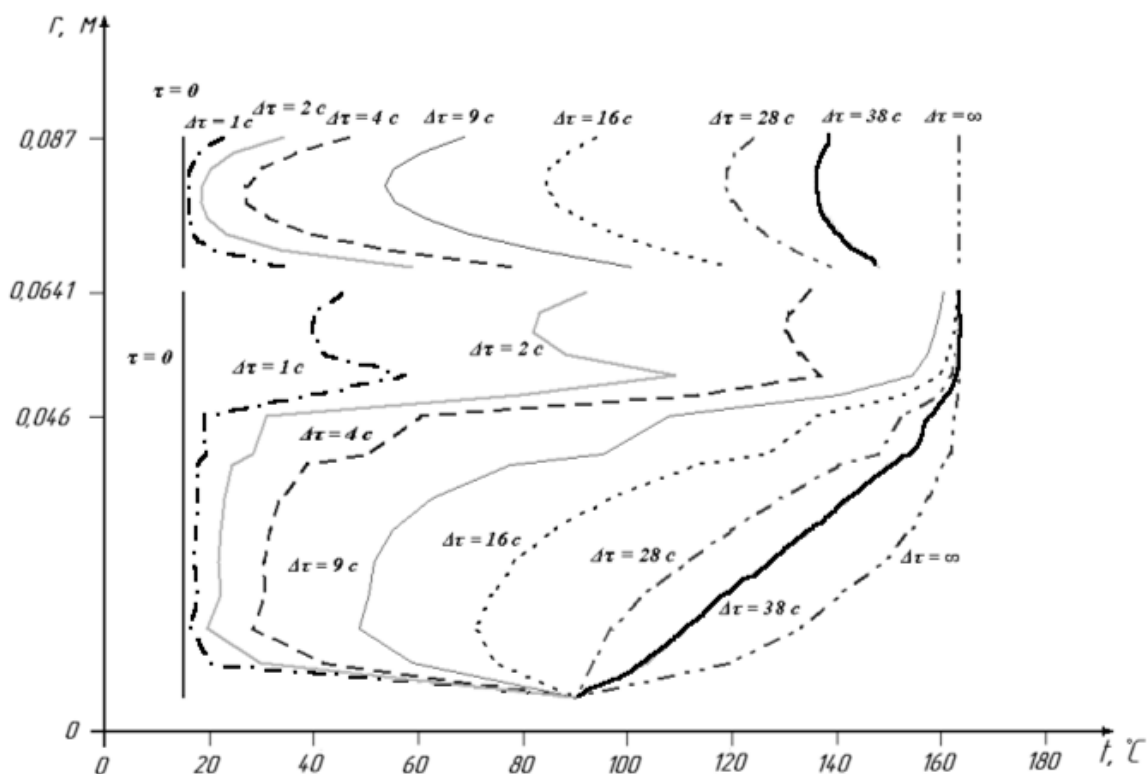


Рис. 4. Значения температур по радиусу ротора и элемента корпуса в динамике от пуска турбины до выхода на расчетный режим работы

Суммарные напряжения  $\sigma$  на элементарной площадке  $dF$  поперечного сечения пера лопатки, приводящие к ее растяжению, определяется по формуле [12]:

$$\sigma_{\Sigma} = E \left( \frac{N}{\int_F EdF} - \frac{M_{\zeta} \zeta}{\int_F E \zeta^2 dF} + \frac{M_{\eta} \eta}{\int_F E \eta^2 dF} \right) + E \left( \frac{\int_F E \alpha_T T dF}{\int_F EdF} + \zeta \frac{\int_F E \zeta \alpha_T T dF}{\int_F E \zeta^2 dF} + \eta \frac{\int_F E \eta \alpha_T T dF}{\int_F E \eta^2 dF} - \alpha_T T \right),$$

где  $\alpha_T$  и  $E$  – коэффициент линейного расширения и модуль упругости материала рассматриваемого элемента, являющиеся функцией его температуры  $T$ ;  $\zeta$  и  $\eta$  – главные центральные оси поперечного сечения пера лопатки;  $N$  – центробежная растягивающая сила на радиусе  $R$  рассматриваемого поперечного сечения пера лопатки;  $M_{\zeta}$  и  $M_{\eta}$  – составляющие изгибающих моментов относительно главных центральных осей.

Удлинение отдельных элементов  $\Delta r$  пера лопатки из-за действия напряжений растяжения определяется по формуле:

$$\xi_a = \frac{\Delta r_a}{E} \sigma_{ra},$$

а от действия подогрева на  $\Delta T$  по формуле:

$$\xi_a = \alpha_T \Delta T \Delta r. \quad (3)$$

Радиальные напряжения в диске определяются по формуле [13]:

$$\sigma_r = A_1 + \frac{A_2}{r^2} - \frac{3 + \mu}{8} \rho \omega^2 r^2 - \frac{\alpha E}{r^2} \int_{r_i}^r t r dr, \quad (4)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – постоянные интегрирования;  $r_i$  – внутренний радиус кольцевого элемента диска;  $t$  – разность температур элемента диска в данный момент времени и начальной равномерной,  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Тангенциальные напряжения в диске  $\sigma_t$  определяются из уравнения:

$$\sigma_t = A_1 - \frac{A_2}{r^2} - \frac{1 + 3\mu}{8} \rho \omega^2 r^2 - \alpha E t + \frac{\alpha E}{r^2} \int_{r_i}^r t r dr. \quad (5)$$

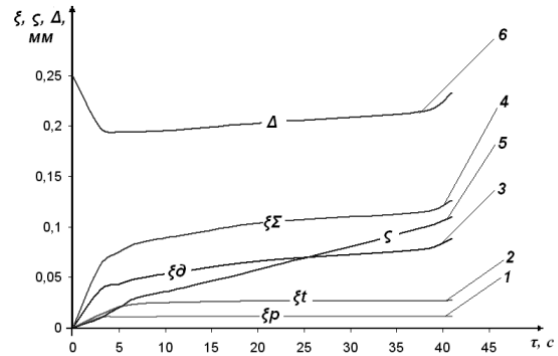
Постоянные  $A_1$  и  $A_2$  находятся из граничных условий. На внешнем радиусе  $r = r_a$  радиальное напряжение  $\sigma_r$  равно напряжению  $\sigma_{ra}$ , вызванному центробежной силой лопаток. На внутреннем радиусе диска с отверстием при  $r = r_i$  напряжение равно нулю.

Радиальное удлинение диска на внешнем радиусе  $r_a$ , необходимое для подсчета радиального зазора между элементом корпуса турбины и рабочими лопатками, можно определить, используя формулы (4) и (5) [13]:

$$\xi_a = \frac{r_a}{E} (\sigma_{ta} - \mu \sigma_{ra}) + \alpha_a t_a r_a. \quad (6)$$

Изменение внутреннего диаметра элемента корпуса определяется удлинением окружности элемента из-за его подогрева по переходным режимам во времени по зависимости аналогичной формуле (3), приведенной в [14].

График изменения радиальных размеров  $\xi$  диска и ротора с лопатками в целом, а так же внутреннего радиуса  $\zeta$  статора и график изменения радиального зазора  $\Delta$  во времени представлены на рис. 5.



**Рис. 5.** График изменения значений радиуса ротора  $\xi$  и увеличения внутреннего радиуса элементов корпуса  $\zeta$ , а также радиального зазора  $\Delta$  в динамике от пуска турбины до выхода на расчетный режим работы: 1 – удлинение лопаток  $\xi_p$  от центробежных сил; 2 – удлинение лопаток  $\xi_t$  от нагрева; 3 – изменение радиуса диска  $\xi_d$  под влиянием радиальных и тангенциальных напряжений от центробежных сил и температур; 4 – суммарное изменение радиуса диска с лопатками (ротора)  $\xi_{\Sigma}$  в динамике; 5 – изменение внутреннего радиуса элемента корпуса над рабочими лопатками  $\zeta$ ; 6 – изменение радиального зазора  $\Delta$  с отметкой его минимального значения на четвертой секунде после пуска

Значение радиального зазора по номинальным размерам назначено с учетом допусков на изготовление деталей.

В заключение следует отметить, что разработанная инженерная методика, основанная на несложных уравнениях теплопроводности и термонапряженного состояния, математиче-

ская модель и программа позволяют проводить на персональном компьютере расчетную оценку радиального зазора в турбине между лопатками ротора и элементом корпуса турбины в динамике при пуске турбины. Учет допусков на изготовление деталей позволяет выбирать оптимальное значение зазора в собранной конструкции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Техническая термодинамика / Под ред. В. И. Крутова. М.: Высш. шк., 1991. 384 с.
2. **Ваничев А. П.** Приближенный метод решения задач теплопроводности при переменных константах // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. 1946. № 12. С. 1767–1774.
3. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей / Под ред. Д. В. Хромина. М.: Машиностроение, 1989. 368 с.
4. **Эмери А., Карсон В.** Оценка применимости метода конечных элементов при расчетах температур. Теплопередача // Тр. амер. общ-ва инженеров-механиков. 1971. № 2. С. 6–16.
5. **Чекалин В. В.** Разностный метод расчета нестационарного нагрева конструкций // Методы расчетов температурных полей и теплоизоляции летательных аппаратов: Сб. ст. под ред. И. И. Дракина. М.: Машиностроение, 1966. 102 с.
6. **Crank J., Nikolson P.** A practical method for numerical evaluation of solution of partial differential equation of heat-conduction type, Proc. Cambridge Philos. Soc., 43, 1947. P. 50–67.
7. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
8. **Трушин В. А., Трушин О. В.** Термобарьерное покрытие турбинной лопатки на переходных режимах работы ГТД // Изв. Вузov «Авиационная техника». 2006. № 4. С. 50–52.
9. **Почуев В. П., Щербаков В. Ф.** Исследование локального теплообмена поверхности решеток турбинных лопаток // Теплоэнергетика. 1978. № 10. С. 37–41.
10. **Цаплин М. И.** Теплоотдача и трение вращающегося диска при неподвижной ограничивающей стенке и расходом течения // Энергомашиностроение. 1975. № 10. С. 16–18.
11. **Каримова А. Г., Локай В. И.** Теплоотдача от газа к корпусу турбины // Изв. вузов «Авиационная техника». 1971. № 2. С. 52–58.
12. Термопрочность деталей машин // Под ред. И. А. Биргера и Б. Ф. Шорра. М.: Машиностроение. 1975. 455 с.
13. **Локай В. И., Максимова М. К., Стрункин В. А.** Газовые турбины двигателей летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
14. **Трухний А. Д., Ломакин Б. В.** Теплофикационные паровые турбины и турбоустановки. М.: Издательство МЭИ, 2002. 540 с.

#### ОБ АВТОРАХ

**Трушин Владимир Алексеевич**, проф. каф. авиационной теплотехники и теплоэнергетики. Д-р техн. наук. Иссл. в обл. моделирования и расчета турбин.

**Чечулин Анатолий Юрьевич**, зам. главного конструктора ОАО «УАП «Гидравлика». Канд. техн. наук. Иссл. в обл. систем управления авиац. двигателей.