

Е. Ф. МОИСЕЕВА, В. Л. МАЛЫШЕВ, К. В. МОИСЕЕВ, С. Ф. УРМАНЧЕЕВ

## ВЛИЯНИЕ СПОСОБА ПОДВОДА ТЕПЛА НА ХАРАКТЕР ТЕЧЕНИЯ ПРИКОНВЕКЦИИ РЭЛЕЯ – БЕНАРА

Данная работа посвящена изучению естественной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в двухмерной ячейке при комбинированном вертикальном и горизонтальном подогреве в симметричном и несимметричном случаях, исследованию зависимости максимальной скорости и интенсивности теплообмена от различных режимов подогрева, влиянию смешанной конвекции на характер течения жидкости в прямоугольной ячейке. *Конвекция; теплообмен; моделирование*

### ВВЕДЕНИЕ

Естественная конвекция – явление тепло-массопереноса вещества в поле силы тяготения, встречается как в природе, так и во многих технологических процессах.

Движение воздушных масс и формирование облаков, перемещение тектонических плит и появление гранул на поверхности Солнца – это наиболее яркие примеры естественной конвекции в природе. Не менее эффективно конвективный перенос используется в промышленности и сельском хозяйстве: это и теплицы, и системы отопления, и вентиляции зданий и сооружений. С успехом конвекция применяется в СВЧ-печах, а также в сложных процессах выращивания кристаллов для микроэлектроники. Это явление достаточно хорошо изучено, тем не менее, интерес современных исследователей к процессам конвективного тепло-массопереноса не угасает, а, скорее, переходит на новый качественный уровень, о чем свидетельствует большое количество работ, посвященных изучению естественной конвекции жидкостей с переменными теплофизическими параметрами, а также реологически сложных сплошных сред включая неньютоновские жидкости.

Настоящая работа посвящена изучению процесса естественной конвекции ньютоновской несжимаемой жидкости в плоской ячейке при различных способах подвода тепла. Схема постановки граничных условий представлена на рис.1. С помощью математического моделирования рассматривается совместный горизонтальный и вертикальный подогрев ячейки. Изучаются картина течений, интенсивность теплообмена на изотермических границах и макси-

мальные значения абсолютной величины скорости жидкости.

Естественная конвекция несжимаемой жидкости при вертикальном подогреве является абсолютно неустойчивой, то есть конвективное течение начинается сразу. С другой стороны, при горизонтальном подогреве существует определенный порог устойчивости, с которого начинается конвективное течение. Комбинированный вертикальный и горизонтальный подогрев является неустойчивым, но представляет огромный интерес с точки зрения приложений, так как в технологических установках наиболее распространенным является именно комбинированный подогрев. Подбор физических параметров и режимов течений необходим, например, для оптимизации технологических процессов. Математическое моделирование в этом случае позволяет избежать больших затрат на экспериментальные исследования.

Для численного решения задачи применялся метод контрольного объема с использованием алгоритма «SIMPLE» [1].

Основная причина выбора этого метода заключается в том, что дискретные аналоги, полученные этим методом, представляют собой законы сохранения энергии, количества движения и массы для каждого контрольного объема, следовательно, полученное решение будет удовлетворять законам сохранения во всей области.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу о естественной и смешанной конвекции в ячейке  $D = [0, L] \times [0, h]$  при комбинированном горизонтальном и вертикальном подогреве. На изображенной на рис.1 схеме  $h_1$  – безразмерная высота подогреваемой (охлаждаемой) области на вертикальной границе,  $L_1$  – безразмерная длина подогреваемой (охлаждаемой) области на горизонтальной границе. Соблюдается условие  $h_1 + L_1 = 1$ .

Оставшиеся границы ячейки теплоизолированные. Для наглядности на графике приведен случай  $h1 = L1 = 0.5$ ,  $L1$  и  $h1$  варьируются в диапазоне  $[0;1]$  с шагом 0.1.

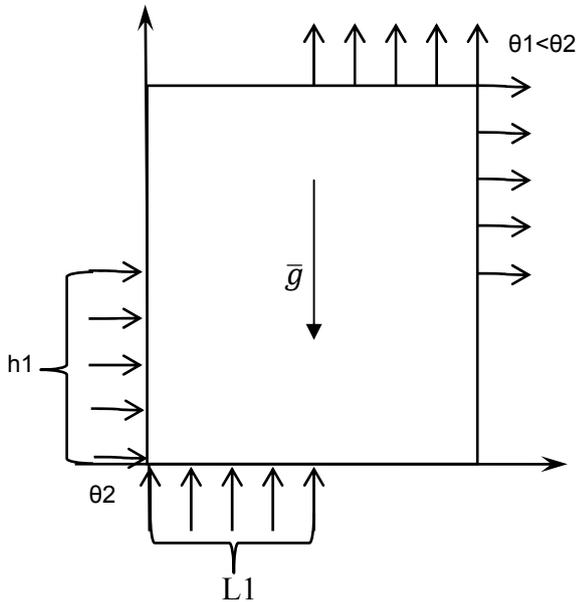


Рис. 1. Схема исследуемой области

Условия применимости приближения Бусинеска и вывод уравнений конвекции приведены в работе [2], а обоснование алгоритма численного исследования – в работе [3].

Запишем систему уравнений вязкой несжимаемой жидкости после приведения к безразмерному виду:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{z^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{z^2} \frac{\partial p}{\partial y} + \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{z^2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{z} Gr \cdot \theta, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{z^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \end{cases}$$

где  $z = \frac{h}{L}$ ;  $Gr = \frac{g\beta\Delta\theta L^3}{\nu_0^2}$  – число Грасгофа;

$Pr = \frac{\nu}{\chi}$  – число Прандтля;  $\nu$  – кинематическая

вязкость;  $\chi$  – коэффициент температуропроводности;  $u, v$  – безразмерные компоненты вектора скорости;  $p$  – безразмерное отклонение от гидростатического давления,  $\theta$  – безразмерное отклонение от некоторой средней температуры,  $t$  – безразмерное время,  $x, y$  – декартовы коор-

динаты;  $\theta_1$  – температура охлаждаемой границы,  $\theta_2$  – температура подогреваемой границы.

Граничные условия в данной постановке задачи примут вид: на левой границе ( $x = 0$ ):  $u = 0$ ;  $v = 0$ ;  $0 \leq y \leq h1$ :  $\theta = \theta_1$ ;  $h1 \leq y \leq h$ :  $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$ ; на правой границе ( $x = L$ ):  $u = 0$ ;  $v = 0$ ;  $0 \leq y \leq h - h1$ :  $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$ ;  $h - h1 \leq y \leq h$ :  $\theta = \theta_1$ ; на верхней границе ( $y = h$ ):  $u = u_0$ ;  $v = 0$ ;  $0 \leq x \leq L - L1$ :  $\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$ ;  $L - L1 \leq x \leq L$ :  $\theta = \theta_1$ ; на нижней границе ( $y = 0$ ):  $u = 0$ ;  $v = 0$ ;  $0 \leq x \leq L1$ :  $\theta = \theta_2$ ;  $L1 \leq x \leq L$ :  $\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$ .

В качестве начальных условий примем состояние равновесия жидкости:

$$u = 0, \quad v = 0, \quad \theta = 0.$$

Для изучения интенсивности теплообмена на подогреваемой границе ячейки будем вычислять числа Нуссельта

$$Nu_H = - \int_0^{L1} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \right)_{\bar{y}=0} - \int_0^{h1} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \right)_{\bar{x}=0}.$$

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Исследуется картина течения, интенсивность теплообмена на подогреваемой границе ячейки и максимальная величина скорости потока в зависимости от различных режимов подогрева при естественной конвекции.

Все расчеты производились на равномерной сетке  $55 \times 55$  узлов с безразмерным шагом интегрирования по времени  $\Delta t = 10^{-4}$ .

### Комбинированный вертикальный и горизонтальный подогрев квадратной ячейки. Симметричный случай

Рассмотрим случай, когда положения подогреваемой и охлаждаемой областей расположены симметрично относительно центра ячейки. Возникающие картины течения представлены на рис.2–3.

На рис.4–5 показано изменение абсолютного значения максимальной скорости и интенсивности теплообмена в зависимости от процента подогреваемой нижней границы ячейки.

Обнаружено, что при  $L1 < 0.5$  на фоне основного течения наблюдаются вторичные течения (рис. 2), а при  $L1 > 0.5$  возникает только одновихревое – основное течение (рис.3).

Установлено, что величина максимальной скорости и интенсивность теплообмена в зависимости от процентного соотношения подогре-

ваемой нижней границы изменяются немонотонно (рис. 4–5). Модуль скорости с ростом горизонтального подогрева увеличивается и достигает своего наибольшего значения при 80 % подогрева нижней границы, после чего уменьшается. Интенсивность теплообмена на подогреваемой границе при увеличении горизонтального подогрева возрастает и достигает максимального значения при 60 % горизонтального подогрева нижней границы, далее убывает.

### Комбинированный вертикальный и горизонтальный подогрев квадратной ячейки. Несимметричный случай

Случай несимметричного подогрева предполагает, что верхняя граница ячейки является полностью охлаждаемой, а область подогрева изменяется аналогично симметричному случаю.

Течение становится несимметричным, как видно из рис. 6. Максимальная величина скорости в зависимости от процента подогреваемой нижней границы изменяется немонотонно, а число Нуссельта на подогреваемой границе монотонно убывает (рис. 7).

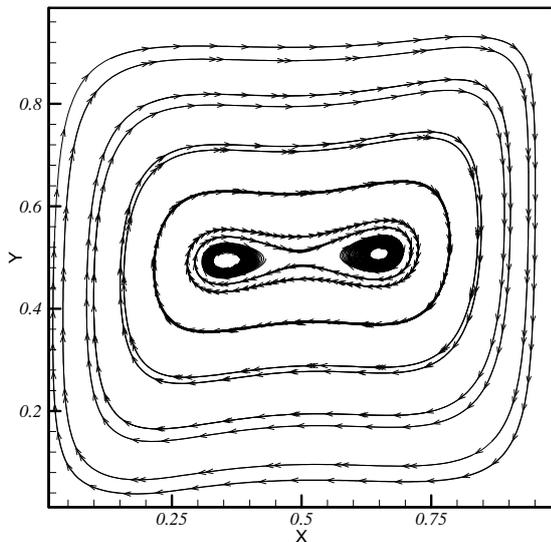


Рис. 2. Линии тока при  $L1 = 0.2$  и  $h1 = 0.8$  (случай симметричного подогрева)

### Смешанная конвекция в прямоугольной ячейке

Рассмотрим задачу о смешанной конвекции в прямоугольной ячейке для случая  $\frac{h}{L} = \frac{1}{4}$ .

В данной задаче вся нижняя стенка является подогреваемой, а верхняя – охлаждаемой. Наряду с условиями, заданными для естественной конвекции, введем постоянную скорость на верхней границе, в зависимости от которой могут возникать как стационарные, так и нестационарные решения.

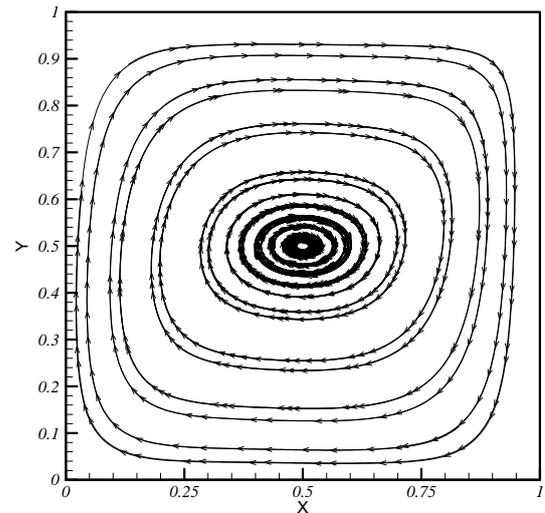


Рис. 3. Линии тока при  $L1 = 0.8$  и  $h1 = 0.2$  (случай симметричного подогрева)

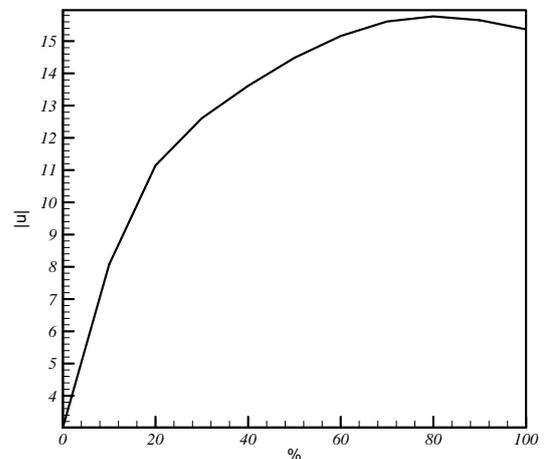


Рис. 4. Зависимость абсолютного значения максимальной скорости от процентной доли подогреваемой области нижней границы (случай симметричного подогрева)

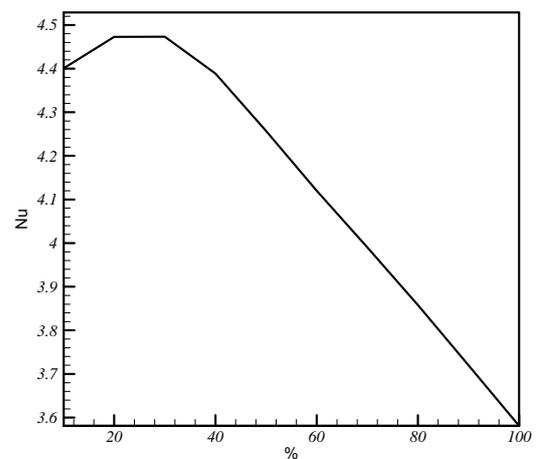
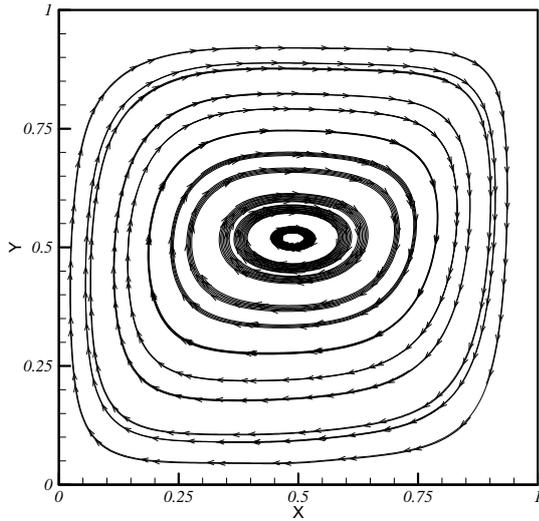
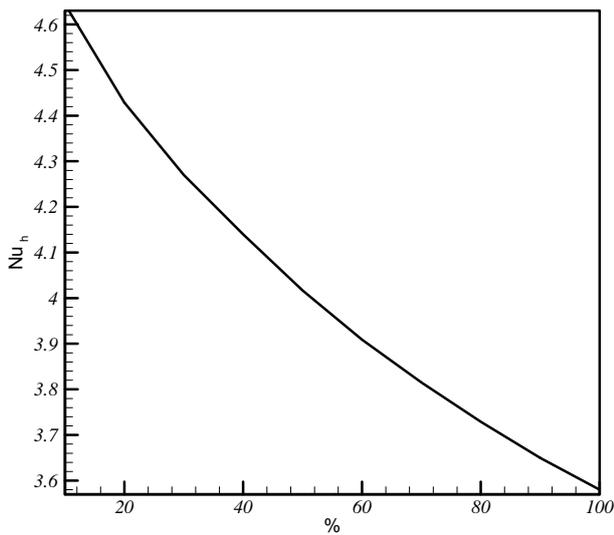


Рис. 5. Зависимость интенсивности теплообмена от процента подогреваемой области нижней границы



**Рис. 6.** Линии тока при  $L1 = 0.5$  и  $h1 = 0.5$  (случай несимметричного подогрева)

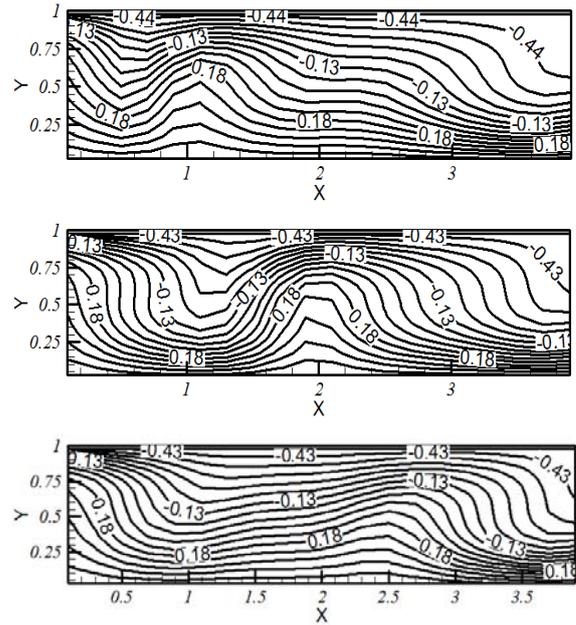


**Рис. 7.** Зависимость интенсивности теплообмена от процента подогреваемой области нижней границы (случай несимметричного подогрева)

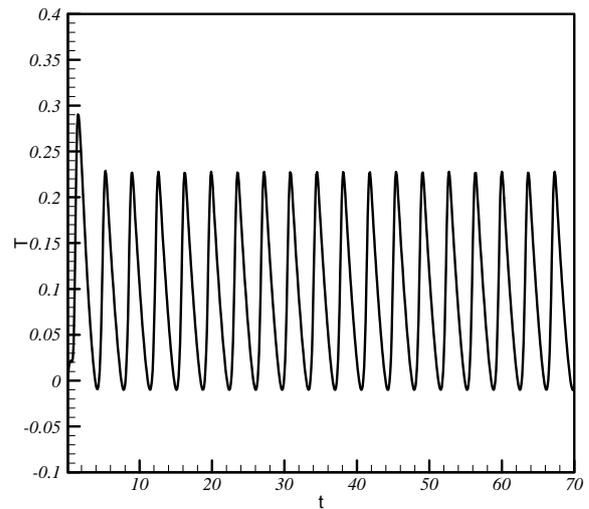
Для нестационарных процессов поле температур имеет волнообразный характер. Ниже приведено распределение температур в различные моменты времени (рис.8).

Решение системы представляет собой периодическую функцию от времени (рис.9).

Было исследовано поведение системы в зависимости от различных значений числа Грасгофа. В результате моделирования были найдены интервалы скоростей, в пределах которых система имеет нестационарное решение (таблица).



**Рис. 8.** Поле температур при  $Gr = 2500$  и  $u_0 = 2.0$  в моменты времени  $t = 10; 25; 50$  (сверху вниз)



**Рис. 9.** Зависимость температуры в заданной точке области от времени

**Минимальное и максимальное значения скорости, в пределах которых решение системы нестационарно**

$Gr$	$U_{min}$	$U_{max}$
1500	0.1	1.2
2000	0.2	2.3
2500	0.3	2.6
3000	0.4	3.0
5000	1.0	3.7
8000	1.5	7.1

## ВЫВОДЫ

1. Для естественной конвекции в квадратной ячейке в случае симметричных граничных условий показано, что при малой длине горизонтальной подогреваемой поверхности (до 50%) реализуется двухвихревое конвективное течение с окаймляющей линией тока. При большей длине наблюдаются только одновихревые потоки. Установлено, что величина максимальной скорости потока и интенсивность теплообмена на подогреваемой границе изменяются немонотонно.

2. При несимметричном комбинированном подогреве ячейки течение теряет симметрию. Обнаружено, что величина максимальной скорости потока изменяется немонотонно. Интенсивность теплообмена на подогреваемой границе изменяется монотонно, при увеличении длины горизонтальной подогреваемой границы она убывает.

3. При смешанной конвекции в прямоугольной ячейке определены диапазоны значений скорости, соответствующие фиксированному числу Грасгофа, при которых система имеет периодическое решение.

Таким образом, способ подвода тепла в значительной степени определяет характерные структуры конвективного течения и интенсивность теплообмена.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
2. Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
3. Ильясов А. М., Моисеев К. В., Урманчеев С. Ф. Численное моделирование термоконвекции жидкости с квадратичной зависимостью вязкости от температуры // СибЖИМ. 2005. Т. 8. № 4(24). С. 35–38.

## ОБ АВТОРАХ

**Моисеева Елена Флоридовна**, лаборант-исследователь центра «Микро- и наномасштабная динамика дисперсных систем» при БашГУ.

**Малышев Виктор Леонидович**, лаборант-исследователь центра «Микро- и наномасштабная динамика дисперсных систем» при БашГУ.

**Моисеев Константин Валерьевич**, канд. физ.-мат. наук, ст. пр. каф. МКМ УГНТУ, науч. сотр. ИМех УНЦ РАН.

**Урманчеев Саид Федорович**, д-р физ.-мат. наук, проф. каф. механики сплошных сред БашГУ, директор ИМех УНЦ РАН.