

А. Р. Маннапов, В. П. Житников, С. С. Поречный

## ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА ИМПУЛЬСНОЙ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ВИБРИРУЮЩИМ ЭЛЕКТРОДОМ-ИНСТРУМЕНТОМ В ЛОКАЛЬНО-ОДНОМЕРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Рассматривается упрощенная теоретико-эмпирическая математическая модель, описывающая физико-химические процессы, происходящие в межэлектродном промежутке при нестационарной импульсной электрохимической обработке вибрирующим электрод-инструментом в локально-одномерном приближении. Приведенная модель может быть использована в промышленных условиях. *Нестационарное формообразование; импульсная электрохимическая обработка; метод наименьших квадратов*

Известно, что одной из причин, сдерживающих более широкое применение электрохимической обработки (ЭХО) в промышленности, является сложность проведения технологических расчетов, базирующихся на математических моделях, комплексно описывающих физико-химические процессы, происходящие в межэлектродном промежутке (МЭП). Следует отметить, что большинство из известных математических моделей не верифицированы или являются не вполне адекватными.

В этой связи актуальным является разработка простых, но эффективных математических моделей, которые могут быть использованы в промышленных условиях на машиностроительных предприятиях.

### СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ЭХО

В известных работах по моделированию ЭХО (см., например [1–3]) решаются задачи различной сложности, учитывающие разные факторы, влияющие на процесс обработки.

При ЭХО поле считается чисто электрическим и при этом потенциальным:

$$\operatorname{rot} E = 0, \quad E = \operatorname{grad} \varphi, \quad (1)$$

где  $j$  – плотность тока,  $\chi$  – удельная электропроводность межэлектродной среды.

При отсутствии распределенных источников тока

$$\operatorname{div} j = \operatorname{div} \chi E = 0, \quad \operatorname{div} \chi \operatorname{grad} \varphi = 0, \quad (2)$$

где  $j$  – плотность тока,  $\chi$  – удельная электропроводность межэлектродной среды.

Последнее уравнение с переменной электропроводностью достаточно сложно для решения и требует одновременного решения гидродинамической задачи. Часто считается, что удельная электропроводность  $\chi$  изменяется по пространству достаточно медленно, тогда  $\chi$  можно вынести за знак дивергенции. В этом случае потенциал электрического поля удовлетворяет уравнению Лапласа  $\Delta \Phi = 0$ .

Плотность тока при этом находится после определения напряженности электрического поля в соответствии с законом Ома  $j = \chi \operatorname{grad} \Phi$ . Помимо декомпозиции задачи на электрическую (полевую) и гидродинамическую (для определения удельной электропроводности в каждой точке МЭП), использование уравнения Лапласа дает возможность применения методов теории функций комплексного переменного (ТФКП). Это позволяет получить в ряде случаев точные (аналитические) решения, а в более сложных случаях использовать эффективные численные методы [1–3].

Для задач ЭХО границы, как правило, бывают двух типов: непроницаемые (поверхности изолированных частей электродов) и рабочие поверхности электродов. На непроницаемых границах нормальная составляющая напряженности

$$E_n = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0. \quad (3)$$

На границах, соответствующих поверхности электродов, величина потенциала:

$$\varphi_a = 0 + \Delta \varphi_a, \quad \varphi_k = -U + \Delta \varphi_k, \quad (4)$$

Контактная информация: телефон 89178074887

Работа выполнена при финансовой поддержке программы Президента «Ведущие научные школы РФ» (проект НШ-65497.2010.9).

где  $U$  – напряжение на электродах,  $\Delta\phi_a$  и  $\Delta\phi_k$  – анодный и катодный потенциалы соответственно, которые зависят от плотности тока, материала электродов, состава электролита и пр.

Определение зависимостей электродных потенциалов от плотности тока представляет собой сложную задачу как в теоретическом, так и в практическом отношении. Для ЭХО на постоянном токе с непрерывной подачей электрода-инструмента (ЭИ) при локально-одномерном приближении в качестве основного расчетного соотношения используется уравнение изменения межэлектродного зазора (МЭЗ) для двух плоскопараллельных электродов малой площади:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\eta\alpha_m\chi(U - \Delta\phi)}{\rho s} - V_n, \quad (5)$$

где  $\eta$  – анодный выход по току,  $\alpha_m$  – массовый электрохимический эквивалент,  $\chi$  – удельная электропроводность межэлектродной среды,  $U$  – напряжение на электродах,  $\Delta\phi = \Delta\phi_a - \Delta\phi_k$  – сумма электродных потенциалов,  $V_n$  – скорость подачи одного из электродов,  $\rho$  – плотность материала заготовки,  $s$  – величина зазора.

Для нахождения удельной электропроводности межэлектродной среды во время пропускания тока используется формула [4]:

$$\chi = \chi_0(1 - \beta(T_{эл} - T_0))(1 - C_r)^{3/2}, \quad (6)$$

где  $\chi_0$  и  $T_0$  – удельная электропроводность и температура чистого электролита (на входе в МЭП) соответственно,  $\beta$  – температурный коэффициент,  $T_{эл}$  и  $C_r$  – температура и объемное газонаполнение межэлектродной среды.

Наибольшую сложность в данном случае представляет нахождение температуры  $T_{эл}$  и объемного газонаполнения  $C_r$ , так как они являются функциями геометрических характеристик МЭП, параметров режима ЭХО и изменяются во времени. В связи с этим в данной работе предлагается полуэмпирическая математическая модель ЭХО, основанная на простых соотношениях, которые получены на основе экспериментальных исследований при различных значениях параметров процесса.

#### ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ СХЕМА ИМПУЛЬСНОЙ ЭХО ВИБРИРУЮЩИМ ЭИ

Для исследования процесса импульсной ЭХО вибрирующим ЭИ выбрана технологическая схема «трубка в трубку» (рис. 1, а), заключающаяся в использовании трубчатого ЭИ, подключенного к отрицательному полюсу источника технологического тока (ИТТ), и трубчатой

заготовки, подключенной к положительному полюсу ИТТ. При этом внешний диаметр ЭИ  $D_{эи}$  несколько превышает внешний диаметр заготовки  $D_{заг}$ , а внутренний диаметр ЭИ  $d_{эи}$  меньше внутреннего диаметра заготовки  $d_{заг}$ , что позволяет избежать образования боковой поверхности на заготовке. Подача электролита в МЭП под давлением  $p_{эл}$  осуществляется через центральное отверстие в ЭИ.

В процессе обработки ЭИ сообщается движение подачи в направлении заготовки со скоростью  $V_n$  и возвратно-поступательное колебательное движение по гармоническому закону (рис. 1, а, б). Импульсы тока длительностью  $t_{имп}$  с амплитудным значением  $I$  подаются с частотой  $f$ , равной частоте колебательного движения ЭИ, в момент предшествующий нижнему положению ЭИ на величину  $\psi t_{имп}$ . Таким образом, доля импульса, прошедшая до момента максимального сближения электродов, характеризуется параметром, называемым фазой подачи импульса  $\psi$  (рис. 1, б).

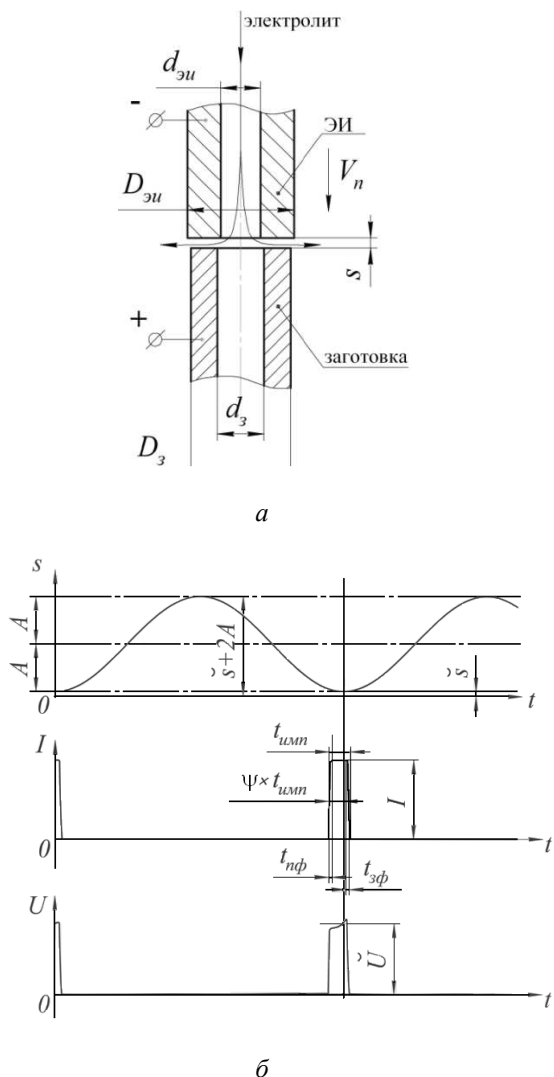
Заданное оператором станка напряжение  $U_0$  алгоритмически обеспечивается в момент наибольшего сближения электродов путем корректирования значения тока в импульсе:

$$I^{(m)} = I^{(m-1)} \frac{U_0}{\tilde{U}^{(m-1)}}, \quad (7)$$

где  $m$  – номер импульса,  $\tilde{U}$  – фактическое напряжение в нижнем положении ЭИ (далее с дугой будем обозначать параметры, соответствующие моменту достижения нижнего положения ЭИ в каждом периоде его колебательного движения).

Импульсы тока имеют трапецеидальную форму с длительностью переднего  $t_{пф}$  и заднего фронтов  $t_{зф}$ , сумму которых будем рассматривать как абсолютную погрешность длительности импульса  $t_{имп}$ . Так как ЭИ является жестким, то в момент его нахождения в нижнем положении МЭЗ минимален для текущего периода колебательного движения. Экспериментально определить  $\tilde{U}$  можно по координате ЭИ из системы управления станка путем его подвода до контакта с заготовкой.

Вследствие колебательного движения ЭИ и протекания различных физико-химических процессов в МЭП (основными из которых являются газовыделение и нагрев), сопротивление межэлектродной среды изменяется, что ведет к отклонению напряжения  $U$  на электродах от заданного  $U_0$  (рис. 1, б). Регулируя фазу подачи импульсов  $\psi$  из системы управления станка, можно обеспечить минимальное отклонение напряжения  $U$  от заданного  $U_0$ .



**Рис. 1.** Описание эксперимента: *a* – технологическая схема; *б* – осциллограммы колебательного движения ЭИ; подачи импульсов тока и напряжения

Исследования проводились в диапазонах параметров режимов, указанных в табл. 1. Там же указаны погрешности их обеспечения (для входных параметров) и измерения (для выходных параметров).

Обработка осуществлялась в среде 8% водного раствора  $\text{NaNO}_3$  при температуре  $23^\circ\text{C}$ . Удельная электропроводность чистого электролита  $\chi_0 = 8,48 \text{ Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$  [3].

Диаметры электродов были следующие:  $D_{эл} = 16 \text{ мм}$ ,  $D_{зар} = 15^{+0,05} \text{ мм}$ ,  $d_{эл} = 6 \text{ мм}$ ,  $d_{зар} = 7_{-0,05} \text{ мм}$ . Таким образом, площадь обрабатываемой поверхности трубчатой заготовки  $S_{зар} = (1,38 \pm 0,01) \text{ см}^2$ .

Таблица 1

**Входные и выходные параметры процесса ЭХО**

Параметр, характеристика	Обозначение	Значение или диапазон значений	Абсолютная погрешность $\Delta$	Относительная погрешность $\epsilon$ , %
<b>Входные (заданные) параметры</b>				
Заданное напряжение в момент наибольшего сближения электродов, В	$U_0$	7...12	0,1	–
Длительность импульса тока, мс	$t_{имп}$	1,2...2,0	0,1	–
Скорость подачи ЭИ, мкм/мин	$V_n$	0...120	1	–
Частота подачи импульсов тока и колебаний ЭИ, Гц	$f$	47	0,2	–
Амплитуда колебаний ЭИ, мкм	$A$	150	3	–
Давление электролита на входе в МЭП, кПа	$p_{эл}$	150	10	–
Фаза подачи импульсов, %	$\psi$	0,5...0,8	0,05	–
<b>Выходные (измеренные) параметры</b>				
Амплитудная сила тока в импульсе, А	$I$	10...400		3%
МЭЗ в момент нижнего положения ЭИ, мкм	$\check{s}$	0...300	2 мкм при $\check{s} < 20$ мкм	10% при $\check{s} > 20$ мкм

**ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ**

При импульсной ЭХО наибольший интерес представляет значение минимального МЭЗ  $\check{s}$ , который соответствует моменту нижнего положения ЭИ в каждом периоде его колебательного движения. Однако вследствие прерывистости кинематико-геометрической характеристики процесса импульсной ЭХО величина  $\check{s}$  является дискретной (рис. 1, б). Тем не менее, в дальнейшем для удобства построения математической модели и использования аппарата дифференциальных уравнений, а также в силу малости периода колебательного движения ( $1/f \approx 0,02 \text{ с} \ll t_{обр}$ , где  $t_{обр}$  – время обработки), будем моделировать  $\check{s}$  гладкой функцией:

$$\frac{d\check{s}}{dt} = \frac{\eta \alpha_n \chi (\check{U} - \Delta\phi) t_{имп} f}{\rho \check{s}} - V_n(t), \quad (8)$$

Также отметим, что постоянство скорости растворения материала заготовки за время про-

хождения каждого импульса тока обеспечивается пологостью формы его «вершины».

При разработке математической модели сделаны следующие допущения:

- обрабатываемая поверхность заготовки всегда остается идеально плоской и параллельной самой себе;

- в момент нижнего положения ЭИ газовая фаза и температура имеют равномерное распределение по всему объему МЭП.

Указанные допущения позволяют рассматривать задачу в локально-одномерном приближении.

Результаты проведенных нами экспериментов показывают, что удельную электропроводность межэлектродной среды в нижнем положении ЭИ  $\tilde{\chi}$  можно рассматривать как функцию  $\tilde{s}$  для установившегося режима обработки ( $d\tilde{s}/dt = 0$ ) в пределах погрешности проведения эксперимента:

$$\tilde{\chi} = \chi_0 \frac{\tilde{s} + l_1}{\tilde{s} + l_2}, \quad (9)$$

где  $\chi_0$  – удельная электропроводность чистого электролита (на входе в МЭП);  $l_1, l_2$  – эмпирические коэффициенты, которые находятся методом наименьших квадратов.

Так как массовый электрохимический эквивалент  $\alpha_m$  и анодный выход по току  $\eta$  являются в общем случае функциями плотности тока, то является методически целесообразным для практического использования объединить их в одну функцию, называемую практическим удельным съемом  $G$ :

$$\alpha_m(j)\eta(j) = G(j) = G_0 \frac{j - i_1}{j - i_2}, \quad (10)$$

где  $j = I/S_{\text{зар}}$  – амплитудная плотность тока;  $G_0$  – максимальное значение практического удельного съема;  $i_1, i_2$  – эмпирические коэффициенты, которые находятся методом наименьших квадратов.

В случае нестационарного режима ЭХО изменение  $\tilde{s}$  во времени определяется из следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{d\tilde{s}}{dt} = \frac{G\tilde{\chi}(\tilde{U} - \Delta\varphi)t_{\text{имп}}f}{\rho\tilde{s}} - V_n(t). \quad (11)$$

Амплитудная плотность тока находится из закона Ома:

$$j = \frac{(\tilde{U} - \Delta\varphi)\tilde{\chi}}{\tilde{s}} = (\tilde{U} - \Delta\varphi)\chi_0 \frac{\tilde{s} + l_1}{\tilde{s}(\tilde{s} + l_2)}. \quad (12)$$

Решая дифференциальное уравнение (11) с учетом (12), (9), (10), находим  $j(t)$  и  $\tilde{s}(t)$  для

заданного закона изменения скорости подачи ЭИ  $V_n = V_n(t)$  с учетом начальных условий:

$$\tilde{s}(0) = s_0, \quad (13)$$

где  $s_0$  – начальный МЭЗ.

### НАХОЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ВЕЛИЧИН

Для получения аппроксимированных зависимостей  $\tilde{\chi}(\tilde{s})$  и  $G(j)$  требуется получить из эксперимента пары значений  $\tilde{\chi}_{(k)}$ ,  $\tilde{s}_{(k)}$  и  $G_{(k)}$ ,  $j_{(k)}$  ( $k = 1 \dots N$ , где  $N$  – количество экспериментальных значений).

Эксперименты проводились на сталях двух марок: 12Х18Н9Т и 10Х11Н23Т3МР (ЭП33). Обработку осуществляли до достижения установившегося режима ( $d\tilde{s}/dt = 0$ ), который определялся по стабилизации значений подаваемых импульсов тока.

Анодный выход по току находился по формуле

$$\eta_{(k)} = \frac{m_{\text{пр}(k)}}{m_{\text{теор}(k)}} = \frac{\rho S_{\text{зар}} V_{n(k)} / f}{\alpha_m I_{(k)} t_{\text{имп}(k)}}. \quad (14)$$

Тогда практический удельный съем

$$G_{(k)} = \eta_{(k)} \alpha_{m(k)} = \frac{\rho S_{\text{зар}} V_{n(k)}}{I_{(k)} t_{\text{имп}(k)} f}. \quad (15)$$

Амплитудная плотность тока

$$j_{(k)} = \frac{I_{(k)}}{S_{\text{зар}}}. \quad (16)$$

Относительная погрешность определения практического удельного съема

$$\varepsilon_G \approx 5\% + \varepsilon_V + \varepsilon_I, \quad (17)$$

где 5% – постоянная составляющая относительной погрешности определения практического удельного съема,  $\varepsilon_V = 1 \dots 10\%$ ,  $\varepsilon_I = 5 \dots 8,5\%$  в зависимости от параметров режима (см. табл. 1).

Сопротивление межэлектродной среды в нижнем положении ЭИ может быть определено по формуле

$$\tilde{R}_{(k)} = \frac{\tilde{U}_{(k)} - \Delta\varphi}{I_{(k)}} = \frac{\tilde{s}_{(k)}}{\tilde{\chi}_{(k)} S_{\text{зар}}}. \quad (18)$$

Тогда удельная электропроводность межэлектродной среды в МЭП в нижнем положении ЭИ

$$\tilde{\chi}_{(k)} = \frac{I_{(k)} \tilde{s}_{(k)}}{S_{\text{зар}} (\tilde{U}_{(k)} - \Delta\varphi)}. \quad (19)$$

Относительная погрешность определения удельной электропроводности межэлектродной среды в нижнем положении ЭИ

$$\varepsilon_{\chi} \approx 4\% + \varepsilon_s, \quad (20)$$

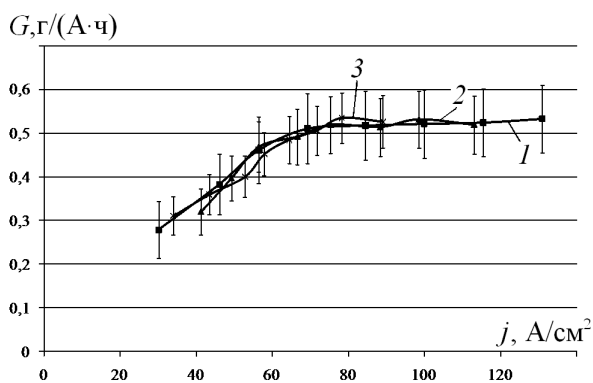
где 4% – постоянная составляющая относительной погрешности определения удельной электропроводности. Отметим, что  $\varepsilon_s$  может изменяться в широких пределах:  $\varepsilon_s = 10 \dots 200\%$ . Наибольшая погрешность возникает при работе на малых МЭЗ ( $\delta < 10$  мкм), когда  $\Delta\delta \sim \delta$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

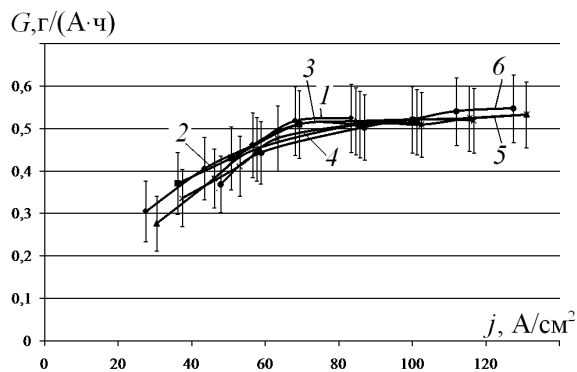
Экспериментальные данные для стали 12X18H9T представлены в виде графиков на рис. 2–5, для стали 10X11H23T3MP (ЭПЗ3) – на рис. 6–7.

При построении зависимостей, показанных на рис. 4, 5 и 7, принято, что сумма электродных потенциалов равна  $\Delta\phi = \Delta\phi_a - \Delta\phi_k \approx 3,5$  В (на основе данных потенциодинамических исследований).

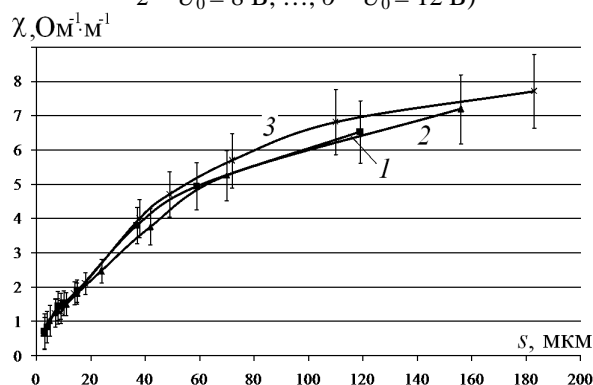
Полученные зависимости (рис. 4, 5, 7) позволяют сделать важный вывод о том, что в момент нижнего положения ЭИ для условий установившегося режима обработки можно считать удельную электропроводность межэлектродной среды как функцию МЭЗ (с обеспечением погрешности не более 15%), не зависящую от электрических параметров режима импульсной ЭХО, на которых этот МЭЗ был достигнут.



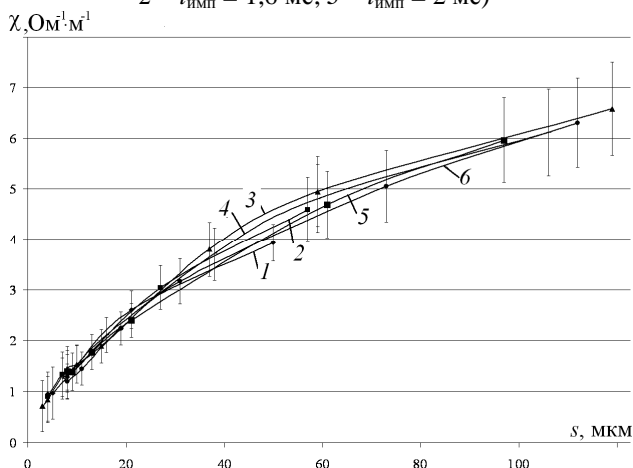
**Рис. 2.** Экспериментальная зависимость практического удельного съема от амплитудной плотности тока для стали 12X18H9T при  $U_0 = 9$  В ( $t_{\text{имп}} = 1,2$  мс;  $2 - t_{\text{имп}} = 1,6$  мс;  $3 - t_{\text{имп}} = 2$  мс)



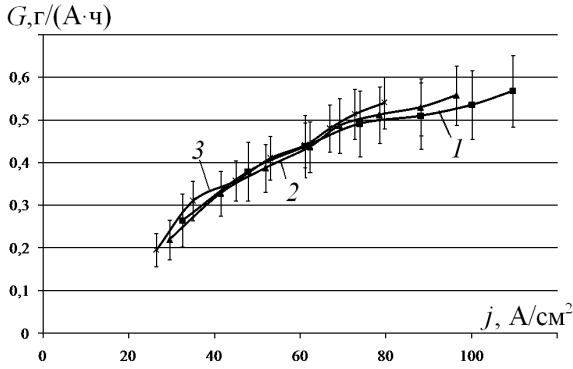
**Рис. 3.** Экспериментальная зависимость практического удельного съема от амплитудной плотности тока для стали 12X18H9T при  $t_{\text{имп}} = 1,2$  мс ( $1 - U_0 = 7$  В,  $2 - U_0 = 8$  В, ...,  $6 - U_0 = 12$  В)



**Рис. 4.** Экспериментальная зависимость удельной электропроводности межэлектродной среды от МЭЗ в момент нижнего положения ЭИ для стали 12X18H9T при  $U_0 = 9$  В ( $1 - t_{\text{имп}} = 1,2$  мс;  $2 - t_{\text{имп}} = 1,6$  мс;  $3 - t_{\text{имп}} = 2$  мс)



**Рис. 5.** Экспериментальная зависимость удельной электропроводности межэлектродной среды от МЭЗ в момент нижнего положения ЭИ для стали 12X18H9T при  $t_{\text{имп}} = 1,2$  мс ( $1 - U_0 = 7$  В,  $2 - U_0 = 8$  В, ...,  $6 - U_0 = 12$  В)



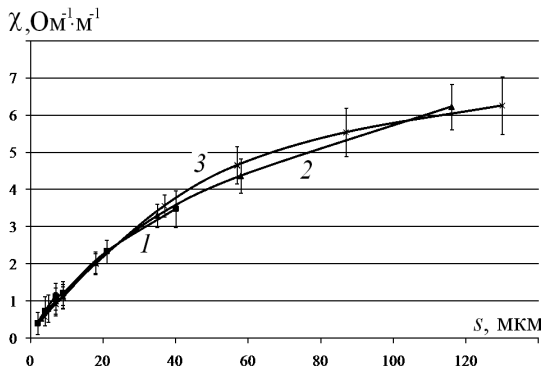
**Рис. 6.** Экспериментальная зависимость практического удельного съема от амплитудной плотности тока для стали 10X11H23T3MP при  $U_0 = 9$  В ( $1 - t_{имп} = 1,2$  мс;  $2 - t_{имп} = 1,6$  мс;  $3 - t_{имп} = 2$  мс)

Алгоритм аппроксимации экспериментальных данных  $\underline{G}_{(k)}(j_{(k)})$  зависимостью  $G(j)$  состоит в следующем.

Необходимо определить  $i_1, i_2, G_0$ .

Согласно методу наименьших квадратов минимизируется функция:

$$F(i_1, i_2, G_0) = \sum_{k=1}^N \left( G_0 \frac{j_{(k)} - i_1}{j_{(k)} - i_2} - \underline{G}_{(k)} \right)^2. \quad (21)$$



**Рис. 7.** Экспериментальная зависимость удельной электропроводности межэлектродной среды от МЭЗ в момент нижнего положения ЭИ для стали 10X11H23T3MP при  $U_0 = 9$  В ( $1 - t_{имп} = 1,2$  мс;  $2 - t_{имп} = 1,6$  мс;  $3 - t_{имп} = 2$  мс)

При этом ее частные производные должны быть равны нулю:

$$\frac{\partial F}{\partial i_1} = -2 \sum_{k=1}^N \left( G_0 \frac{j_{(k)} - i_1}{j_{(k)} - i_2} - \underline{G}_{(k)} \right) \frac{G_0}{j_{(k)} - i_2} = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial i_2} = 2 \sum_{k=1}^N \left( G_0 \frac{j_{(k)} - i_1}{j_{(k)} - i_2} - \underline{G}_{(k)} \right) G_0 \frac{j_{(k)} - i_1}{(j_{(k)} - i_2)^2} = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial G_0} = 2 \sum_{k=1}^N \left( G_0 \frac{j_{(k)} - i_1}{j_{(k)} - i_2} - \underline{G}_{(k)} \right) \frac{j_{(k)} - i_1}{j_{(k)} - i_2} = 0.$$

Данная система нелинейных уравнений решена методом Ньютона.

Аналогичным способом аппроксимируются экспериментальные данные  $\tilde{\chi}_{(k)}(\tilde{s}_{(k)})$  зависимостью  $\tilde{\chi}(\tilde{s})$ . Результаты решения задачи приведены в табл. 2.

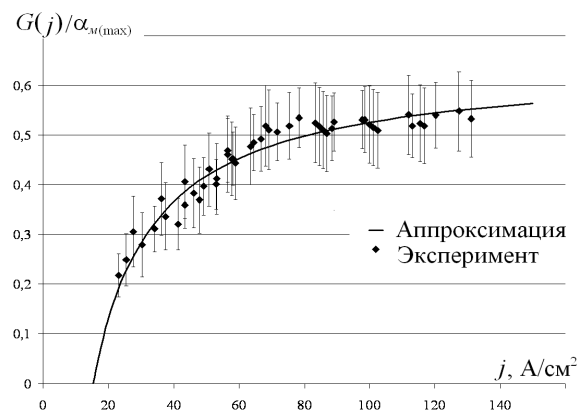
Таблица 2

**Результаты расчета**

	12X18H9T	10X11H23T3MP
$G_0, \text{г}/(\text{А}\cdot\text{ч})$	0,64	0,79
$i_1, \text{А}/\text{см}^2$	15,3	15,1
$i_2, \text{А}/\text{см}^2$	-3,2	-19,9
$l_1, \text{мкм}$	0	-0,3
$l_2, \text{мкм}$	44,9	50,7

Обезразмерить значения практического удельного съема и удельной электропроводности рабочей среды можно, поделив их на максимальное значение массового электрохимического эквивалента сплава  $\alpha_{M(\max)}$  (которое соответствует минимальной степени окисления всех входящих в сплав металлов и равно 0,98 г/(А·ч) для рассматриваемых в статье сталей) и удельную электропроводность чистого электролита  $\chi_0$  соответственно.

Экспериментальные данные и аппроксимационная зависимость обезразмеренного практического удельного съема от амплитудной плотности тока для импульсной ЭХО стали 12X18H9T приведены на рис. 8.



**Рис. 8.** Экспериментальные данные и аппроксимационная зависимость  $G(j)/\alpha_{M(\max)}$  для стали 12X18H9T

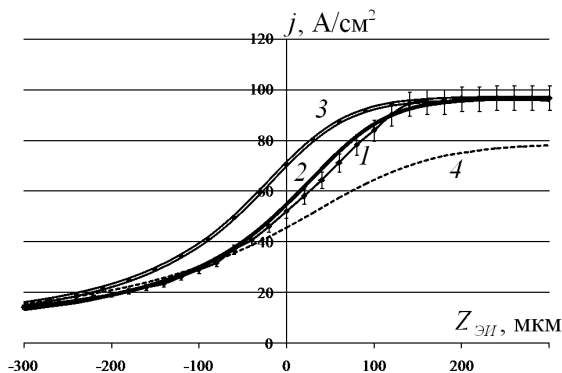
### ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

Верификация предложенной модели (9)–(12) проведена для нестационарного процесса импульсной ЭХО для следующего режима: заданное напряжение нижнем положении ЭИ  $U_0 = 9$  В, длительность импульсов тока  $t_{\text{имп}} = 1,2$  мс, скорость подачи ЭИ  $V_n = 60$  мкм/мин, давление электролита на входе в МЭП  $p_{\text{эл}} = 150$  кПа; начальный МЭЗ  $s_0 = 300$  мкм.

Координата торца ЭИ, отсчитываемая от начальной поверхности вглубь заготовки

$$Z_{\text{эл}} = -s_0 + V_n t.$$

Предложенная полуэмпирическая математическая модель показала гораздо лучшую сходимость с результатами эксперимента по сравнению с математическими моделями (рис. 9), не учитывающими зависимость практического удельного съема от плотности тока (когда  $G = \text{const}$ ) и физико-химические процессы в МЭП ( $\chi = \text{const}$ ), что позволяет использовать ее при инженерных расчетах.



**Рис. 9.** Результаты верификации математической модели для нестационарного режима импульсной ЭХО для стали 12Х18Н9Т (1 – эксперимент; 2 – предложенная полуэмпирическая модель; 3 – модель при  $\chi = \text{const}$ ; 4 – модель при  $G = \text{const}$  ( $\chi = \text{const}$ ))

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Клоков В. В.** Электрохимическое формообразование. Казань: КГУ, 1984. 80 с.
2. **Каримов А. Х., Клоков В. В., Филатов Е. И.** Методы расчета электрохимического формообразования. Казань: КГУ, 1990. 387 с.
3. **Житников В. П., Зайцев А. Н.** Импульсная электрохимическая размерная обработка. М.: Машиностроение, 2008. 413 с.
4. Основы повышения точности электрохимического формообразования / Ю. Н. Петров [и др.]. Казань: Штиинца, 1977. 152 с.

### ОБ АВТОРАХ

**Маннапов Альберт Раисович**, ст. научн. сотр., доц. каф. управления инновациями. Дипл. инженер по машинам и технологиям высокоэффективных процессов обработки материалов (УГАТУ, 2006). Канд. техн. наук по тепл., электроракетн. двигателям и энергоустановкам летательн. аппаратов (УГАТУ, 2009). Иссл. в обл. высокоэффективных технологий.

**Житников Владимир Павлович**, проф., засл. деятель науки РБ, зав. каф. компьют. математики. Дипл. инженер-физик (МФТИ, 1973). Д-р физ.-мат. наук по механике жидкости, газа и плазмы (Казанск. ун-т, 1993). Иссл. в обл. волновых течений жидкости, электрохим. формообразования, числ.-аналит. методов.

**Поречный Сергей Сергеевич**, доц. той же каф. Дипл. магистр по информацион. программн. обеспечению САПР (УГАТУ, 2006). Канд. физ.-мат. наук по механике жидкости, газа и плазмы (БашГУ, 2009). Иссл. в обл. решения задач матем. моделирования физ. процессов.