Вестник УГАМ

T. 15, № 1 (41). C. 67–75

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 539.3, 539.4

А. Н. Аношкин, М. В. Рудаков, И. С. Страумит, Е. Н. Шустова

РАСЧЕТ НДС И ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТНОГО ФЛАНЦА СТЕКЛОПЛАСТИКОВОГО КОЖУХА АВИАЦИОННОГО ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Проведен расчет и исследование напряженно-деформированного состояния типичного фланцевого узла композитного кожуха авиационного двигателя. Рассмотрен торцевой стеклопластиковый фланец с участком обшивки кожуха и резонансными ячейками. Задача анизотропной теории упругости для неоднородной многослойной конструкции фланца решалась в осесимметричной постановке с помощью метода конечных элементов в пакете ANSYS. Выполнен анализ полей напряжений на межслойных поверхностях в наиболее нагруженных зонах и зонах концентрации напряжений. Исследована сходимость численного решения задачи, даны рекомендации по выбору конечно-элементной сетки. Построены эпюры напряжений в наиболее нагруженных участках фланца. Показано, что наиболее опасными, определяющими начало разрушения фланца, являются отрывающие межслойные напряжения. Получены оценки запасов статической прочности фланца при расслоении и разрыве силовых слоев. *Напряженно-деформированное состояние; конструкции из композиционных материалов; стеклопластик; численные методы; метод конечных элементов; прочность; жесткость*

В настоящее время композиционные материалы (КМ) начинают активно использоваться при проектировании деталей и узлов современных газотурбинных авиационных двигателей [1-3]. Благодаря композитам удается снизить вес, повысить эксплуатационные характеристики, а после отработки технологии и обеспечить снижение производственных затрат. Перспективными для внедрения композитов являются различные корпусные детали кожуха двигателя [1], имеющие форму оболочек вращения и включающие ряд участков сложной геометрии: вырезы, лючки, фланцы и резонансные ячейки звукопоглощающего контура. Наиболее сложными и нагруженными элементами данных деталей являются фланцевые узлы соединения. Фланцы композитных деталей выполняются также из композиционных материалов без применения дополнительных клеевых или механических соединений. В процессе формования фланцевого узла силовые слои композитной оболочки неоднократно сгибаются, и к ним добавляются пакеты технологических слоев [1, 4].

Успешная реализация потенциальных возможностей композиционных материалов при создании композитных деталей во многом зависит от правильного проектирования и выбора схемы армирования. Схема армирования и выкладки композитных узлов выбирается на основе прочностных расчетов в соответствии с нормами прочности и жесткости с учетом особенностей технологии изготовления. Для расчета фланцевых композитных узлов деталей авиадвигателей необходимо использовать математические модели, учитывающие неоднородность конструкции и анизотропию свойств материалов слоев. Следует отметить, что в узлах фланцевых соединений возникает сложное напряженное состояние, высокие прочностные характеристики композиционного материала в направлении армирования реализуются не полностью, разрушение композитных фланцев начинается по механизму расслоения с потерей жесткости и изгибом конструкции.

Ранее в работах [4–7] были предложены модели для оценки прочности и ресурса работы композитных фланцев. На основе данных моделей с помощью специально разработанного программного комплекса были получены оценки статической прочности и ресурса первых вариантов фланцев композитных корпусных деталей авиационного газотурбинного двигателя ПС-90А. Расчеты показали, что композитные корпусные детали в целом и фланцевые узлы их соединений обладают высокими запасами статической прочности и достаточным ресурсом, что было подтверждено в процессе их эксплуатации в составе авиационных двигателей.

Опыт проектирования и расчетов композитных корпусных деталей двигателя ПС-90А необходимо использовать при создании композитных узлов для перспективных авиационных двигателей. Закладывая в проект изначально исполнение ряда узлов и деталей из композиционных материалов, можно расширить количество их конструктивно-технологических вариантов с целью выбора более эффективного, с точки зрения массового совершенства и экономи-

Контактная информация: anoshkin@pstu.ru

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ «Урал-2007» № 07-08-96046.

ческих затрат, при выполнении требований прочности и ресурса работы. Расчет конструкций в настоящее время проводится с использованием стандартных программных пакетов, основанных на численных методах анализа, например, NASTRAN, ANSYS, ABAQUS. Однако для адекватной оценки запаса прочности неоднородной многослойной композитной конструкции требуется дать правильную интерпретацию и провести тщательный анализ получаемых в результате численного расчета полей напряжений и деформаций. При этом необходимо выделить наиболее нагруженные участки конструкции, определить в них напряжения в слоях в локальных системах координат, выбрать соответствующий критерий прочности, при необходимости учесть влияние концентраций напряжений в особых точках расчетной схемы конструкции и провести исследование сходимости результатов численного решения задачи.

Целью настоящей работы являлся расчет и исследование напряженно-деформированного состояние типичного фланцевого узла композитной детали авиационного двигателя для создания методики прочностного анализа подобных конструкций с применением пакета ANSYS.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объектом исследования является типичный многослойный торцевой фланец композитного кожуха авиационного двигателя (рис. 1). В использованной расчетной схеме конструкция кожуха принимается однородной по окружной координате, болтовые отверстия и вырезы не учитываются. Задача расчета НДС в области болтовых отверстий и вырезов будет рассмотрена в последующих исследованиях. В расчетную схему фланца включен участок кожуха, состоящий из наружных и внутренних силовых слоев и резонансных ячеек треугольного и прямоугольного сечения. Фланец изготовлен из стеклопластика на основе ткани с укладкой слоев как вдоль образующей, так и по окружной координате. В качестве примера на рис. 1, б, варианты армирования в показаны фланца в наиболее нагруженных участках перегиба слоев, темным цветом показаны слои стеклопластика, ориентированные вдоль окружной коорлинаты.

Во время работы двигателя на кожух действует отрывающая осевая сила реактивной струи сопла, внутреннее давление и изгибающий момент от инерционных массовых сил с учетом перегрузок полетного режима работы. В соответствии с принятой схемой расчетов фланце-

вых соединений [8] система внешних нагрузок, действующих на фланец, сводится к суммарной растягивающей силе Р и эквивалентной ей нагрузке р, равномерно распределенной по сечению силовых слоев конструкции. В качестве граничных условий, моделирующих закрепления фланца в зоне болтового соединения, выбраны условия шарнирного опирания. Выбор шарнирного опирания обусловлен тем, что ответная деталь, к которой крепится фланец, также является композитной, жесткость ее аналогична жесткости рассматриваемого фланца, таким образом, фланцевое соединение может деформироваться в радиальном направлении и граничные условия в зоне болтового соединения должны соответствовать условиям симметрии. Схема граничных условий для рассматриваемого фланца показана на рис. 1, а.



Рис. 1. Расчетная схема фланца композитного кожуха (*a*) и наиболее нагруженные участки перегиба слоев (*б*, *в*)

Напряженно-деформированное состояние фланца определяется в результате решения осесимметричной задачи теории упругости для неоднородной области. Математическая постановка такой задачи в вариационной формулировке заключается в отыскании минимума функционала Лагранжа [9], вариация которого при отсутствии массовых сил имеет вид

$$\delta J_u = \int_V \varepsilon_{ij} C_{ijkl} \delta \varepsilon_{kl} dV - \int_{s_t} p_i \cdot \delta u_i dS$$

где ε_{ij} и $\delta\varepsilon_{ij}$ – тензор и вариация тензора деформаций, C_{ijkl} – тензор упругих модулей, δu_i – вариация вектора перемещений, p_i - вектор внешних сил, действующих на площадке S_t . Исследуемая конструкция соответствует многосвязной области V, которая имеет внешнюю границу $S = S_u + S_t$ и состоит из подобластей $V^{(p)}$, соответствующих слоям стеклопластика различной ориентации, с межслойной границей S_d .

Дополнительными условиями для функционала Лагранжа являются известные геометрические уравнения Коши и кинематические граничные условия на поверхности S_u, на участке шарнирного опирания,

$$u_z = 0 \mid_{S_u}$$

и условия идеального контакта на межслойной границе S_d

$$u_{i}^{(1)} = u_{i}^{(2)} |_{S_{d}}, \sigma_{ij}^{(1)} \cdot n_{j} = \sigma_{ij}^{(2)} \cdot n_{j} |_{S_{d}}$$

Для каждого ортотропного слоя $V^{(p)}$ компоненты тензора модулей упругости $C_{ijkl}^{(p)}$ зависят от ориентации слоя относительно глобальной системы координат. Компоненты тензора $C_{ijkl}^{(p)}$ можно определить в локальной системе координат слоя через технические упругие постоянные по известным соотношениям [10]. Свойства стеклопластика в проведенных расчетах принимались в соответствии с данными работ [4, 5].

Преобразование компонентов тензора $\tilde{\mathbf{C}}$ из локальной системы координат слоя в глобальную систему координат выполнялось по известным формулам тензорного преобразования.

Следует отметить, что в рассматриваемом конструктивном варианте композитного фланца существует пять различных систем ориентации слоя (рис. 2) относительно глобальной системы координат конструкции.

В таблице приведены модули Юнга, коэффициенты Пуассона и модули сдвига стеклопластика и эпоксидной смолы, использованные в расчетах. Индексы в обозначениях упругих постоянных стеклопластика соответствуют обозначениям рис. 2: «1» – направление основы, «2» – уток, «3» – поперечное направление. Эпоксидная смола принимается изотропной.

Для численного решения рассматриваемой задачи в системе ANSYS была построена осесимметричная геометрическая модель фланца с учетом заданной схемы армирования и анизотропии слоев. Дискретизация модели проводилась с использованием четырехугольных восьмиузловых конечных элементов PLANE183 с нелинейной аппроксимацией функции перемещений [11]. Размер конечных элементов выбирался на основе исследований сходимости получаемого решения, на сетках со средними размерами конечного элемента равными толщине, половине толщины и одной десятой толщины слоя $(h, 0, 5h \ge 0, 1h)$, толщина слоя h принималась равной 0,23 мм. В угловой точке перегиба слоев на наружной поверхности оболочки задавался радиус скругления равный 0,2 мм, что приблизительно соответствует технологическому значению.

Расчеты проводились при единичном значении равномерно распределенной нагрузки *p*, что позволяет качественно проанализировать распределение напряжений в слоях конструкции и определить наиболее нагруженные зоны. Вследствие линейной зависимости напряжений в слоях конструкции от внешней прикладываемой нагрузки, справедливой для рассматриваемой задачи, сравнение полученных напряжений с пределами прочности материала позволяет оценить и критические значения распределенной нагрузки *p*, соответствующие различным механизмам разрушения композитной конструкции.

Материал Упругие свойства *G*₂₃, ГПа *E*₁, ГПа *E*₂, ГПа *E*₃, ГПа *G*₁₂, ГПа *G*₁₃, ГПа v_{23} v_{12} v_{13} 24,6 0,15 0,42 Стеклопластик 18,6 0,18 4 3 3 6 2,9 Эпоксидная 0,356 смола

Упругие постоянные материалов, используемые в расчетах



Рис. 2. Ориентация слоев в конструкции фланца относительно глобальной системы координат *Ог*20

2. АНАЛИЗ НДС И ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ

Предварительно был проведен качественный анализ полей напряжений, деформаций и перемещений, полученных в результате расчетов. Анализ показал, что деформирование конструкции сопровождается изгибом (см. рис. 1) как цилиндрического, так и торцевого участка фланца. Наиболее нагруженными зонами являются участки перегиба слоев, показанные на рис. 1, *б*, *в*. Поля нормальных и касательных напряжений, соответствующих наиболее опасным межслойным напряжениям (σ_{33} и τ_{13}) в этих зонах, показаны на рис. 3, 4.

В указанных зонах выделены сечения, для которых были построены эпюры нормальных и касательных напряжений в системе координат слоя материала. Эпюры, характеризующие напряжения вдоль армирующих элементов слоев (сечения 4, 5, 6 на рис. 3 и 4) позволяют оценить запас прочности конструкции на разрыв слоев. По эпюрам межслойных напряжений (сечения 1–3 на рис. 3 и сечения 7–12 на рис. 4) можно определить нагрузку, вызывающую расслоение фланца. Для оценки запасов прочности конст-

рукции по этим двум механизмам разрушения: разрыв слоев и расслоение, в настоящей работе использовался критерий максимальных напряжений.



Рис. 3. Поле осевых напряжений σ_{zz} (МПа), область А концентрации напряжений, сечения № 1–5 для построения эпюр напряжений



Рис. 4. Поле касательных напряжений τ_{гz} (МПа), сечения № 6–12 для построения эпюр напряжений

В соответствии с данными работы [4] прочность тканого стеклопластика вдоль основы ткани на разрыв [σ_{11}] принималась равной 600 МПа, прочность в поперечном направлении на межслойный отрыв [σ_{33}] = 40 МПа, на межслойный сдвиг [τ_{13}] = 45 МПа.

Использование современных программных пакетов и вычислительных средств позволяет получать численные решения на достаточно мелких сетках. Как правило, в окрестности угловых точек, вырезов, контактов разнородных материалов в композитных конструкциях возникают зоны концентрации напряжений. Для рассматриваемого фланца концентрация напряжений наблюдается в угловых точках перегиба слоев на наружной поверхности – области А и В, показанные на рис. 3, 4. Напряжения в локальной зоне концентрации в несколько раз превышают средние напряжения в соответствующем конечном элементе, при этом характерные размеры зоны концентрации в десятки раз меньше толщины слоя материала, что сопоставимо с размером, на котором изменяется микроструктура слоя композиционного материала.

Принимая во внимание использованную в постановке задачи гипотезу о структурной однородности каждого слоя, для оценки прочности рассматриваемой композитной конструкции предлагается использовать напряжения, осредненные по элементу. Характерный размер конечного элемента при этом значительно больше микроструктурных параметров слоя и, соответственно, больше размеров области концентрации напряжений. Для исследования НДС в зонах концентрации напряжений композитной конструкции необходимо использовать модели, явно учитывающие микроструктуру армирования слоя, что является предметом последующих исследований.

В настоящей работе для рассматриваемой модели фланца было проведено исследование сходимости результатов численного расчета при использовании трех типов конечно-элементных сеток с характерными средними размерами конечного элемента равными h, 0,5h и 0,1h (h толщина слоя). Оценка сходимости проводилась по эпюрам средних по элементу межслойных отрывающих напряжений σ₃₃, определяющих начало расслоения конструкции в наиболее опасных сечениях (сечения 1, рис. 3, и сечение 7, рис. 4). Расчеты показали, что напряжения в зонах концентрации мало влияют на средние напряжения слоя и средние межслойные напряжения, которые и определяют начало разрушения конструкции. Таким образом, концентрация напряжений в угловых точках в зонах А и В, показанных на рис. 3, 4, может не учитываться при оценке прочности конструкции. На рис. 5 в качестве примера показаны эпюры, построенные для сечения 7 по результатам решений на разных сетках.

Из рис. 5 видно, что при уменьшении среднего размера конечного элемента максимальные средние напряжения слоя снижаются и повышается гладкость эпюр. При переходе от второго варианта сетки (0,5h) к третьему (0,1h), максимальные значения межслойных отрывающих напряжений практически не меняются. Таким образом, для прочностного анализа конструкции можно рекомендовать второй вариант сетки с характерным размером конечного элемента равным половине толщины слоя, обеспечивающий приемлемую точность оценки межслойных напряжений и время расчета.

Прочностной анализ. Прочность конструкции фланца оценивалась на основе анализа эпюр нормальных и касательных напряжений, построенных в его наиболее нагруженных зонах. Предварительный анализ полей НДС (см. рис. 3, 4) показал, что наибольшие межслойные напряжения возникают в наружных слоях конструкции. На рис. 6, 7 приведены эпюры межслойных нормальных и касательных напряжений для сечений 1, 2, 3, соответствующих границам наиболее нагруженных слоев в первой исследуемой зоне фланца (рис. 3, δ).



Рис. 5. Эпюры отрывающих межслойных напряжений σ₃₃ = σ_{*rr*} в сечении № 7, полученные в результате решения на разных сетках



Рис. 6. Эпюры нормальных межслойных напряжений $\sigma_{33} = \sigma_{zz}$, цифра у кривых соответствует номеру сечения на рис. 3

Радиальная координата эпюр отсчитывается от точки перегиба слоев. Эпюры показывают, что межслойные напряжения достигают наибольшего значения в окрестности зоны перегиба слоев, при этом максимум ($\sigma_{33} = 3,02$ МПа и $\tau_{13} = 1,28$ МПа) возникает между первым и вторым слоем от наружной поверхности фланца. Интересно отметить, что область высоких межслойных напряжений составляет, приблизительно, 8 размеров толщины слоя. Сравнивая максимальные значения межслойных напряжений пределами прочности тканого стеклопластика на межслойный отрыв и сдвиг, можно получить значение

критической распределенной нагрузки, вызывающей расслоение фланца: по критерию нормальных отрывающих напряжений – p = 13,2 МПа, по критерию касательных напряжений – p = 35 МПа.



Рис. 7. Эпюры касательных межслойных напряжений $\tau_{13} = \tau_{rz}$, цифра у кривых соответствует номеру сечения на рис. 3

На рис. 8 показано распределение осевых напряжений σ_{zz} по сечениям 4, 5, 6, что соответствует напряжениям в армирующих слоях вдоль волокон основы или утка ткани σ_{\parallel} , в зависимости от принятой схемы укладки. Характер изменения напряжений отражает тот факт, что продольный участок фланца подвержен изгибу. В принятой расчетной схеме изгибающий момент возникает от нагрузки, распределенной по наружным силовым слоям кожуха. Нагрузка, приложенная к нижним силовым слоям кожуха, приводит к дополнительным растягивающим напряжениям, вследствие чего растягивающие продольные напряжения в верхних слоях исследуемого участка по модулю превосходят сжимающие напряжения в нижних слоях. Сравнивая максимальные значения растягивающих напряжений $\sigma_{11} = 5,88$ МПа с предельными напряжениями тканого стеклопластика вдоль основы (600 МПа), можно определить критическое значение распределенной нагрузки, соответствующей разрушению конструкции вследствие разрыва слоев основы, *p* = 102 МПа, что приблизительно в 7,7 раза превышает нагрузку, вызывающую расслоение фланца.



Рис. 8. Эпюры продольных напряжений в слоях $\sigma_{11}=\sigma_{zz}$, цифра у кривых соответствует номеру сечения на рис. 3 и 4

Для второй зоны фланца (рис. 4) был проведен анализ межслойных напряжений наиболее нагруженных наружных слоев на цилиндрическом участке и в области перехода этих слоев на наружную оболочку кожуха, где слои имеют наклон к образующей оболочки. На рис. 9, 10 показаны эпюры нормальных и касательных межслойных напряжений в сечениях 7-9 для цилиндрического участка фланца. Радиальная координата эпюр отсчитывается также от точки перегиба слоев. Анализ эпюр показывает, что наибольшее значение 3,15 МПа межслойные отрывающие напряжения озз имеют на поверхности контакта первого и второго слоя в сечении 7 вблизи зоны перегиба слоев (см. рис.4). Сравнивая эти значения с пределом прочности стеклопластика на межслойный отрыв ([σ_{33}] = = 40 МПа), получим соответствующее значение критической распределенной нагрузки, вызывающей расслоение на этом участке, р = = 12,7 МПа. Нормальные межслойные напряжения между последующими внутренними слоями уменьшаются и представляют меньшую опасность для расслоения.

Межслойные касательные напряжения т_⊥, показанные для сечений 7, 8 на рис. 10, также принимают наибольшие по модулю значения в окрестности зоны перегиба слоев. Однако максимальные по модулю касательные напряжения 1,57 МПа приблизительно в два раза ниже нормальных. Учитывая, что прочность на межслойный отрыв меньше или равна прочности на межслойный сдвиг, запас прочности конструкции по межслойным сдвиговым напряжениям более чем в два раза выше запаса прочности по нормальным межслойным напряжениям.



Рис. 9. Эпюры нормальных межслойных напряжений $\sigma_{rr} = \sigma_{33}$, цифра у кривых соответствует номеру сечения на рис. 4



Рис. 10. Эпюры касательных межслойных напряжений $\tau_{13} = \tau_{rz}$, цифра у кривых соответствует номеру сечения на рис. 4

На рис. 11 и 12 приведены эпюры нормальных и касательных межслойных напряжений в локальной системе координат группы слоев для наклонных сечений 10-12. Анализ эпюр показывает, что рассматриваемые напряжения имеют наибольшее по модулю значение в зоне наиболее нагруженной при перегиба слоев, этом является поверхность между первым и вторым слоем (сечение 10). Нормальные напряжения на этой поверхности достигают значения $\sigma_{33} = 3,32$ МПа (см. рис. 11), касательные τ₁₃ − 1,27 МПа (см. рис. 12). Уровень напряжений примерно соответствует определенным ранее для сечения 7 на цилиндрическом участке фланца. Соответствующее значение критической распределенной нагрузки р, вызывающей расслоение конструкции в этой области, можно оценить 12,0 МПа.



Рис. 11. Эпюры нормальных межслойных напряжений σ₃₃, цифра у кривых соответствует номеру сечения на рис. 4



Рис. 12. Эпюры межслойных касательных напряжений τ₁₃, цифра у кривых соответствует номеру сечения на рис. 4

Интересно отметить, что нормальные и касательные межслойные напряжения в наиболее нагруженных сечениях затухают до малых значений на расстоянии порядка 7-10h от точки перегиба слоев.

выводы

Таким образом, расчет и анализ напряженно-деформированного состояния исследуемого композитного фланца в двумерной постановке в результате решения осесимметричной задачи теории упругости для неоднородного тела в пакете ANSYS показал следующее. Деформирование фланца сопровождается значительным изгибом. Вследствие изгиба наиболее нагруженными являются наружные слои конструкции. В угловых точках конструкции возникает концентрация напряжений, однако характерные размеры зоны концентрации значительно меньше толщины слоя и сопоставимы с масштабом его структурных элементов, что позволяет не учитывать концентрацию напряжений при оценке прочности. Исследование сходимости решения показало, что для прочностного расчета данного фланца достаточно использовать сетку с характерным размером элемента 0,5-0,1 толщины слоя. Наиболее опасными, определяющими начало расслоения конструкции, являются межслойные отрывающие напряжения. Максимальные значения этих напряжений возникают в окрестности перегиба слоев в конструкции. Можно ожидать, что разрушение конструкции начнется по типу расслоения в зоне перехода наружных слоев кожуха на цилиндрическую часть фланца. Нагрузка, вызывающая разрушение конструкции по механизму разрыва слоев, приблизительно в 7,7 раза выше нагрузки, вызывающей начало расслоения. Для повышения прочности композитного фланца в первую очередь необходимо увеличивать межслоевую прочность стеклопластика на отрыв.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рубцов С. М. Полимерные волокнистые композиты в конструкции турбовентиляторного авиационного двигателя ПС-90А // Конверсия в машиностроении. 2007. № 3. С.19–26.

2. Применение полимерных композиционных материалов в конструкции перспективных газотурбинных авиационных двигателей / С. М. Рубцов [и др.] // Аэрокосмическая техника и высокие технологии – 2006: Тез. докл. Всерос. науч.-тех. конф. (16–17 ноября 2006). Пермь: ПГТУ, 2006. С. 212.

3. Технологические особенности внедрения композиционных материалов в конструкции авиационных газотурбинных двигателей / А. Н. Аношкин [и др.] // СЛАВПОЛИКОМ: Тез. докладов 27 международной научно-технической конференции «Композиционные материалы в промышленности». Ялта, 2007. С. 464–465.

4. Аношкин А. Н., Ташкинов А. А. Прогнозирование несущей способности композитных фланцев корпусных деталей авиадвигателей. ПГТУ, Пермь, 1998. 101 с.

5. Аношкин А. Н., Ташкинов А. А., Грицевич А. М. Прогнозирование несущей способности композитных фланцев корпусных деталей авиадвигателей // Механика композит. материалов. 1997. Т. 33, № 3. С. 360–369.

6. Аношкин А. Н., Ташкинов А. А. Нестационарные процессы накопления повреждений композитных фланцев при циклических нагрузках // Механика композит. материалов. 1997. Т. 33, № 5. С. 636–643.

7. Эксплуатационный ресурс стеклопластикового кожуха сопла авиационного газотурбинного двигателя / С. М. Рубцов [и др.] // Конструкции из композиционных материалов. 2007. № 3. С. 11–17.

8. Биргер И. А., Иосилевич Г. Б. Резьбовые и фланцевые соединения. М.: Машиностроение, 1990. 368 с.

9. Абовский Н. П., Андреев Н. П., Деруга А. П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек. М.: Наука, 1978. 287 с.

10. Скудра А. М., Булавс Ф. Я. Прочность армированных пластиков. М.: Химия, 1982. 215 с.

11. Басов К. А. ANSYS: справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.

ОБ АВТОРАХ

Аношкин Александр Николаевич, проф. каф. МКМК ПГТУ, нач. НИЧ ПГТУ. Иссл. в обл. механики композиционных материалов, расчетов на прочность конструкций из км, технология км.

Рудаков Максим Викторович, аспирант каф. МКМК ПГТУ, инженер НИЧ ПГТУ. исследования в области вычислительной механики, расчеты на прочность конструкций из км.

Страумит Илья Сергеевич, м.н.с. НИЧ ПГТУ. Математическое моделирование, численные методы решения задач мдтт.

Шустова Евгения Николаевна, инженер НИЧ ПГТУ. Компьютерное моделирование в механике композиционных материалов и конструкций.