

А. И. Гулин

## АНАЛИЗ АМПЛИТУДНО-ФАЗОЧАСТОТНЫХ КРИТЕРИЕВ РЕЗОНАНСОВ НЕОДНОРОДНЫХ ЦЕПНЫХ СТРУКТУР

Рассмотрено применение метода функций преобразования для анализа неоднородных цепных структур, позволившее исследовать в общем виде резонансные состояния преобразователей, фильтров, линий связи и их моделей различной сложности. *Функция преобразования, фаза, частота, амплитуда, резонанс*

### ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных вопросов, возникающих при проектировании и эксплуатации высокоскоростных линий и каналов связи, является исследование их амплитудных, частотных и фазовых характеристик, которое в общем виде до сих пор не проводилось. Важность решения этой задачи возрастает с использованием в телекоммуникационных системах (ТКС) специальных методов линейного кодирования [1], где применяются многоуровневые коды и возникает необходимость учета влияния линии связи, фильтров и других частотнозависимых цепей на искажения информации [2] в виде временных задержек, изменения амплитуд многоуровневых кодов и т. п.

### 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Наиболее полно и всесторонне аналитическое определение свойств однородных цепных схем рассмотрено в работе [3], где показано, что для цепей с потерями существует несколько несовпадающих резонансов (частотный, фазовый и амплитудный), которые выявляются при исследовании передаточных функций и входных иммитансов. Основная трудность исследования заключается в необходимости нахождения выражений входного иммитанса и коэффициента передачи неоднородных цепных структур (ЦС), вычисление которых при числе плеч  $n > 8$  известными способами затруднительно.

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Данная работа посвящена разработке алгоритмов анализа критериев резонансных состояний наиболее распространенного класса неоднородных ЦС, являющихся основой различных преобразователей, фильтров, моделей длинных

линий, каналов связи и т. д. с использованием функций преобразования (ФП).

### 3. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассмотрим частотный критерий резонансов, заключающийся в определении частот квазирезонанса преобразователя из выражения мнимой части ФП при обращении ее в нуль. Практически этот критерий используется в частном виде, например для однородных схем [4, 5] при построении  $RC$ -генераторов.

Рекуррентное соотношение из [6–8] для дальнейших исследований ФП

$$K_n = T_n K_{n-1} + K_{n-2},$$

где  $K_n$  – ФП  $n$ -плечей цепной структуры;  $T_i$  – иммитанс  $i$ -го плеча (сопротивление  $Z$  для нечетных  $i$  и проводимость  $Y$  для четных  $i$ ), целесообразно выражать через составляющие мнимой и действительной части. Тогда оно запишется как

$$\dot{K}_i = \text{Re } \dot{K}_i + \text{Im } \dot{K}_i,$$

где

$$\begin{aligned} \text{Re } \dot{K}_i &= \text{Re } T_i \text{Re } \dot{K}_{i-1} + \text{Re } \dot{K}_{i-2} + \text{Im } T_i \text{Im } \dot{K}_{i-1}; \\ \text{Im } \dot{K}_i &= \text{Im } T_i \text{Re } \dot{K}_{i-1} + \text{Im } \dot{K}_{i-2} + \text{Re } T_i \text{Im } \dot{K}_{i-1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Приравняв правые части системы уравнений (1) к нулю, получим условие частотного критерия резонансов, решение которой относительно  $\omega$  на ПЭВМ [9] даст необходимые значения частот.

Фазовый критерий резонансов определяется равенством нулю мнимой части входного иммитанса линии связи, т. е.  $\text{Im } T_{\text{вх}} = 0$ . Практически этот критерий используется, например, при построении фазовых корректоров в системах передачи информации с временным разделением каналов.

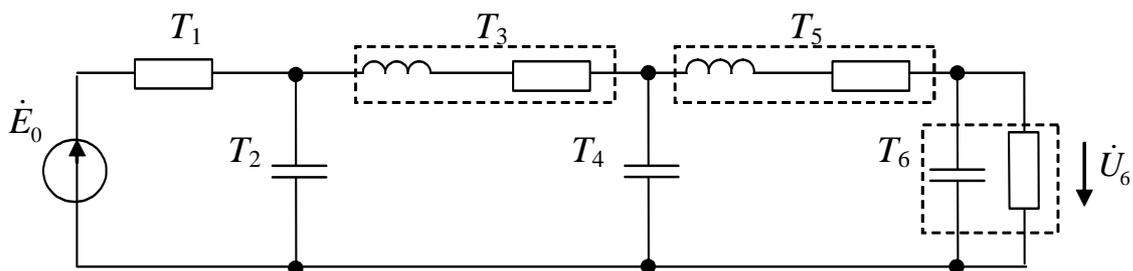


Рис. 1. Фильтр Баттерворта

Рекуррентная связь, используемая для определения входных иммитансов однородных структур [10, 11], сохраняется и для неоднородных, тогда выражение для входного иммитанса можно записать в виде

$$T_{exi} = \frac{T_i F_{i-1} + \dot{K}_{i-2}}{T_i F_{i-1} + F_{i-2}}, \quad (2)$$

где  $F_{i-1}$  – значение ФП без первого плеча  $T_1$  структуры. При  $i = 2$   $F_0 = 0$ ;  $F_1 = 1$ , что является исходными данными для двухплечей структуры.

При вычислении  $F_i$  на ПЭВМ ее необходимо представить в составляющих мнимой и действительной части как

$$F_i = \text{Re } F_i + \text{Im } F_i,$$

где

$$\text{Re } F_i = \text{Re } T_i \text{Re } F_{i-1} + \text{Re } F_{i-2} - \text{Im } T_i \text{Im } F_{i-1};$$

$$\text{Im } F_i = \text{Im } T_i \text{Re } F_{i-1} + \text{Im } F_{i-2} + \text{Re } T_i \text{Im } F_{i-1}.$$

Для проведения исследований необходимо разделить выражение для входного иммитанса ЦС на действительную и мнимую составляющие. Тогда (2) будет

$$T_{exi} = \text{Re } T_{exi} + \text{Im } T_{exi},$$

где

$$\text{Re } T_{exi} = \frac{\text{Re } K_i \text{Re } F_i + \text{Im } K_i \text{Im } F_i}{\text{Re}^2 F_i + \text{Im}^2 F_i}; \quad (3)$$

$$\text{Im } T_{exi} = \frac{\text{Re } F_i \text{Im } K_i - \text{Re } K_i \text{Im } F_i}{\text{Re}^2 F_i + \text{Im}^2 F_i}.$$

Фазовый критерий резонанса выполняется при равенстве нулю мнимой части входного сопротивления числителя из выражения (3), т. е.

$$\text{Re } f_i \text{Im } K_i - \text{Re } K_i \text{Im } f_i = 0. \quad (4)$$

Решая (4) относительно  $\omega$ , получим корни уравнения, удовлетворяющие фазовому критерию резонансов.

Рассмотрим теперь амплитудный критерий резонансов, характеризующийся экстремумами

АЧХ входного иммитанса ЦС или линии связи. Практически этот критерий используется для определения резонанса активных величин по экстремумам входного иммитанса или входных активных величин. Модуль входного иммитанса можно определить, используя (2) в форме, удобной для исследования его экстремальных точек, как

$$|T_{exi}| = |K_i| / |F_i|,$$

где

$$|\dot{K}_i| = \sqrt{\text{Re}^2 K_i + \text{Im}^2 K_i};$$

$$|F_i| = \sqrt{\text{Re}^2 F_i + \text{Im}^2 F_i}.$$

Для определения амплитудных экстремумов приравняем к нулю первую производную выражения входного сопротивления  $T_{вхл}$  по  $\omega$ , в результате чего получим

$$|F_i|^2 \left( \text{Re } K_i \frac{d \text{Re } K_i}{d\omega} + \text{Im } K_i \frac{d \text{Im } K_i}{d\omega} \right) - |K_i|^2 \left( \text{Re } F_i \frac{d \text{Re } F_i}{d\omega} + \text{Im } F_i \frac{d \text{Im } F_i}{d\omega} \right) = 0 \quad (5)$$

Корни уравнения (5) и будут экстремальными точками АЧХ входного иммитанса преобразователя цепной структуры.

Полученные соотношения действительны и для устройств ТКС на сосредоточенных параметрах.

#### 4. ПРИЛОЖЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим в качестве примера резонансные состояния фильтра Баттерворта на индуктивностях с потерями (рис. 1) с максимально плоской амплитудно-частотной характеристикой, представленной на рис. 2. Значения иммитансов для наглядности взяты равными целым числам, а именно

$$\begin{aligned} T_1 &= 2 \text{ Ом}; & T_2 &= j\omega 2 \text{ См}; & T_3 &= j\omega 2 + 0,2 \text{ Ом}; \\ T_4 &= j\omega 0,5 \text{ См}; & T_5 &= j\omega 2 + 0,2 \text{ Ом}; & T_6 &= j\omega 2 + 0,5 \text{ См}. \end{aligned}$$

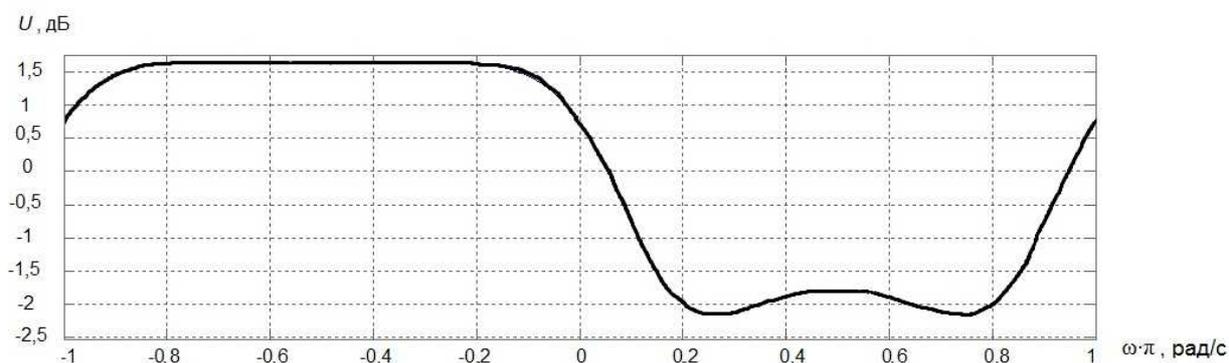


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика фильтра Баттлерворта

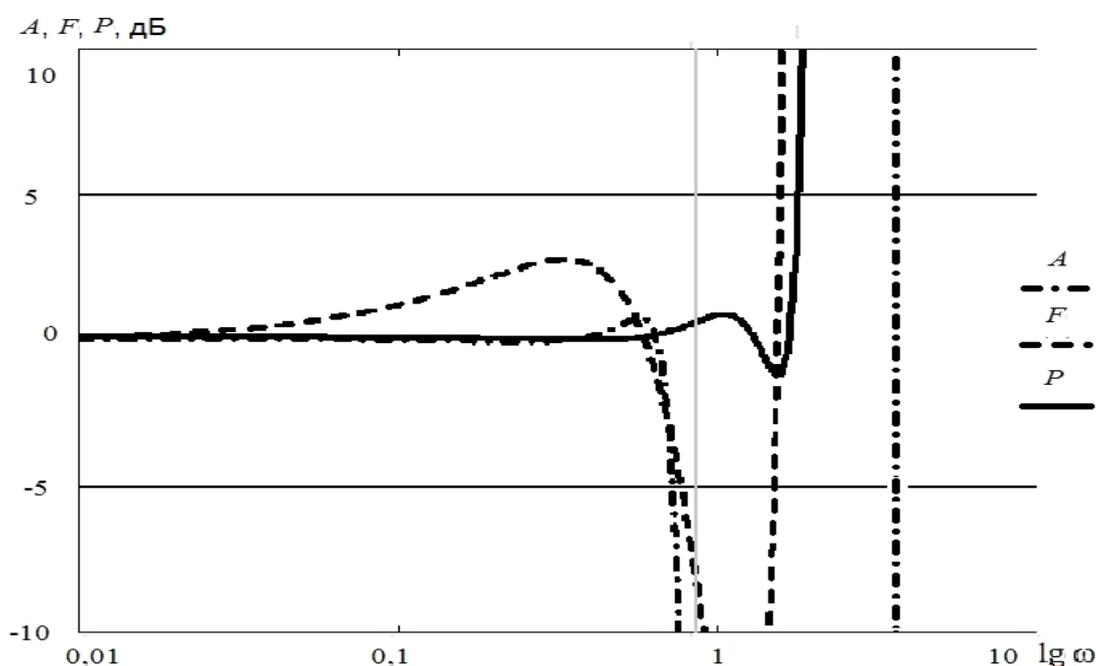


Рис. 3. Фрагмент частотных характеристик по амплитудным, частотным и фазовым критериям

Определим ФП фильтра, который представляет шестиплечую структуру

$$\dot{K}_6 = j16\omega^5 + 11,2\omega^4 - j42,76\omega^3 - 22,28\omega^2 + j12,81\omega + 1.$$

Частотный резонанс наступит при выполнении условия  $\text{Im } K_i = 0$ , т. е.

$$j16\omega^5 - j42,76\omega^3 + j12,81\omega = 0$$

откуда  $\omega_1 \approx 0,6$  рад/с;  
 $\omega_2 \approx 1,5$  рад/с.

Фазовый резонанс определяется из условия (4), с этой целью находим  $\dot{F}_6$

$$F_6 = j8\omega^5 + 3,6\omega^4 - j20,48\omega^3 - 6,52\omega^2 + j4,95\omega + 0,5$$

Подставляя в (4) значения  $\dot{K}_6$  и  $\dot{F}_6$  в составляющих Re и Im, получим уравнение

$$\omega^8 - 4,76\omega^6 + 6,1\omega^4 - 1,6\omega^2 + 0,14 = 0,$$

решение которого дает значения для частот

$$\omega_1 \approx 1,36 \text{ рад/с}; \quad \omega_2 \approx 1,59 \text{ рад/с},$$

при которых мнимая часть входного иммитанса равна нулю, т. е. наступает фазовый резонанс.

Амплитудный резонанс определяется из условия (5). Используя его, получим уравнение

$$\omega^{16} - 2,62\omega^{14} - 103,1\omega^{12} - 368,1\omega^{10} + 95,8\omega^8 - 3,9\omega^6 + 18,7\omega^4 - 2,2\omega^2 + 0,03 = 0$$

из которого вычислим значения частот:

$$\omega_1 \approx 0,1 \text{ рад/с}; \quad \omega_2 \approx 0,3 \text{ рад/с}; \quad \omega_3 \approx 0,6 \text{ рад/с}; \\ \omega_4 \approx 5,5 \text{ рад/с},$$

удовлетворяющих условию амплитудного резонанса.

На рис. 3 представлен фрагмент резонансных состояний фильтра Баттерворта по амплитудному, частотному и фазовому критериям, подтверждающий несовпадение резонансов.

### ВЫВОДЫ

Рассмотренный пример наглядно демонстрирует, что при проектировании частотно зависимых устройств и особенно проводных ТКС необходимо учитывать влияние линий связи на передаваемую информацию гораздо шире, чем просто в виде затухания, задержек и т. п., как это рассматривается традиционно в большинстве случаев.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сухинец Ж. А., Султанов Р. Р. Преобразователь кода HDB3 в код 2B1Q // XXVIII Гагаринские чтения. Материалы Межд. Молодежной НТК. М., 2002. С. 110–111.
2. Филимонов А. И., Сухинец Ж. А., Гулин А. И. Интерактивные сети КТВ. Стандарты, технологии, оборудование // Технология и средства связи. Отраслевой каталог. 2004. С. 164–172.
3. Каганов З. Г. Цепные дроби в электротехнике. СО АН СССР. Новосибирск: Наука. 1966.
4. Гутников В. С. Интегральная электроника в измерительных устройствах. Л.: Энергоатомиздат. 1988. 304 с.
5. Бондаренко В. Г. RC-генераторы синусоидальных колебаний. М.: Связь. 1988.
6. Кольцов А. А., Гулин А. И. Коэффициенты преобразования цепных трехполюсных структур //

Изв. Вузов СССР – «Приборостроение». 1975. № 9. С. 31–34.

7. Кольцов А. А., Гулин А. И. Анализ неоднородных цепных схем, составленных из трехполюсников // Электричество. 1976. № 2. С. 90–91.

8. Гулин А. И., Мударисов Д. Ф., Сухинец Ж. А. Расчет параметров преобразователей цепной структуры // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2002610748/22.05.2002. Роспатент. Москва. 2002.

9. Расчет частоты квазирезонанса и коэффициента передачи многосвязных RC-структур / А. И. Гулин [и др.] // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2003611147/16.05.2003. Роспатент. М., 2003.

10. Сухинец Ж. А. Математическое моделирование длинных линий с использованием функций преобразования // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: Материалы Девятой Междунар. НТК Студентов и аспирантов. Т. 1. М.: МЭИ, 2003. С. 274.

11. Сухинец Ж. А. Анализ канала телекоммуникационной системы с использованием функций преобразования // Проблемы техники и технологии телекоммуникаций. Материалы 3 Межд. НТК. Уфа, 2002. С. 121.

### ОБ АВТОРЕ

Гулин Артур Игоревич, доц. каф. телекоммуникац. систем. Дипл. инж. по автоматизации производственных процессов (УНИ, 1970). Канд. техн. наук по элементам и устройствам выч. техники и сист. управления (УАИ, 1978). Иссл. в обл. элементов и устройств автоматики, выч. техники и систем телекоммуникаций.