

Р. Р. Саттаров, Ф. Р. Исмагилов

## ПОПЕРЕЧНЫЙ КРАЕВОЙ ЭФФЕКТ В ИНДУКЦИОННЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ С АНИЗОТРОПНОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ НЕМАГНИТНОЙ ВТОРИЧНОЙ СИСТЕМОЙ

Приведены результаты исследования влияния поперечного краевого эффекта на механические характеристики электро-механических преобразователей с немагнитной проводящей вторичной системой. Предложены и получены выражения для коэффициентов, учитывающих влияние ограниченной ширины вторичной системы, величины и проводимости вылетов, а также прорезей во вторичной системе на механические характеристики. Индукционные электро-механические преобразователи; *поперечный краевой эффект; вторичная проводящая система; полый ротор; вторичное магнитное поле; механическая характеристика; крутизна характеристики*

Одной из особенностей физических процессов в индукционных электро-механических преобразователях с проводящей немагнитной вторичной системой является наличие поперечного краевого эффекта. Краевой эффект связан с неравномерным распределением вихревых токов и магнитного поля во вторичной среде. Исследованию поперечного краевого эффекта и его влияния на параметры и характеристики индукционных машин, в том числе МГД и линейных, посвящено большое количество работ. Влияние поперечного краевого эффекта проявляется в ослаблении электро-магнитной силы. Для уменьшения этого ослабления можно использовать вторичную систему с различной проводимостью в поперечном и продольном направлении.

В настоящей работе решена задача по определению влияния поперечного краевого эффекта на механические характеристики индукционных электро-механических преобразователей, в которых анизотропия вторичной системы достигается исполнением в ней прорезей.

### 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Одной из основополагающих работ по теоретическому анализу индукционных МГД преобразователей с каналом конечной ширины является работа [1]. В ней использованы допущения, что слой металла имеет бесконечную длину, не учитывается электро-магнитное влияние стенок канала, электро-магнитное поле в слое металла – плоскопараллельное. При заданном первичном поле определяется поле индуцированных токов в слое металла и по ним плотность вихревых токов, что позволяет опреде-

лить усилия в слое жидкого металла. В последующих работах А. И. Вольдек расширил и дополнил результаты исследования [2]. Для уменьшения влияния поперечного эффекта в МГД-машинах применяются хорошо проводящие шины, укладываемые на боковых стенках канала. Влияние поперечного краевого эффекта и индуктивности слоя жидкого металла учитывается совместно с помощью коэффициента ослабления электро-магнитной силы и напора.

Большой теоретический интерес представляет работа [3], в которой исследуются электро-магнитные процессы в линейных индукционных преобразователях с использованием уравнений Максвелла. Особое внимание обращено на явления концевое и краевого эффектов, на способы их устранения. Анализ поперечного краевого эффекта в [3] основан на работе Н. Bolton<sup>1</sup>. Проведен анализ проявления краевого эффекта при наличии «вылетов» вторичного элемента, выступающих за пределы индуктора. Замечено, что увеличение вылета более чем на 40% от полюсного деления не оказывает влияния на эквивалентную проводимость вторичного элемента, а следовательно, на распределение плотности вихревых токов и, как следствие, на величину сил и моментов.

При исследовании линейных асинхронных двигателей [4, 5] используются коэффициенты поперечного краевого эффекта, учитывающие уменьшение реактивности намагничивания и увеличение вторичного активного сопротивления из-за краевого эффекта. В конечном итоге предлагается эквивалентная электро-магнитная добротность, определяемая как отношение элек-

<sup>1</sup> Bolton H. Transverse Edge Effect in Sheet-rotor Induction Motors // Proc. IEE. 1969. Vol. 116, № 5. P. 725–731.

ромагнитной мощности к мощности, затрачиваемой на создание магнитного поля, с помощью которой индукционный двигатель приводится к идеальной машине без краевых эффектов.

Аналогичный подход применяется и при исследовании электромагнитных демпферов, где, однако, целесообразно использовать магнитное число Рейнольдса (МЧР) или безразмерную частоту  $\varepsilon$ . Показано, что характеристики преобразователей с вторичной системой конечной ширины могут определяться так же, как в случае вторичной системы бесконечной ширины, но с уменьшенной проводимостью. Получены выражения для коэффициента уменьшения проводимости вторичной системы из-за поперечного краевого эффекта при наличии вылетов, при этом на рабочем участке ( $\varepsilon < 1$ ) расхождение не превышает 3–5% [6].

В [5] приведены результаты исследований линейных асинхронных двигателей. В частности, рассмотрены преобразователи с изотропным и комбинированным вторичными элементами. Анизотропия комбинированного элемента достигается чередованием электропроводящих немагнитных участков с ферромагнитными участками [5]. Проведена сравнительная оценка различных конструкций вторичного элемента с использованием «критерия качества», в качестве которого принимается МЧР. Показано, что в случае комбинированного анизотропного ротора «критерий качества» рассматриваемой модели на порядок превышает аналогичный критерий для изотропного ротора. Учитывая, что критерий качества определяет интенсивность электромагнитных процессов, показано, что меняя геометрические параметры, можно видоизменить механическую характеристику.

Асинхронные двигатели с полым электропроводящим немагнитным ротором исследованы в ряде работ, например в [7] представлен обобщенный анализ теоретических и экспериментальных исследований таких преобразователей и даны алгоритмы расчета и проектирования, обеспечивающие выполнение предъявленных требований по быстродействию, по всем другим выходным характеристикам, предъявляемым со стороны системы управления.

В [8] получена математическая модель электромеханических устройств с полыми немагнитными роторами в установившихся и переходных режимах. В них рассматривается цилиндрический электропроводящий ротор. Задача решена с использованием уравнений Максвелла с использованием методов, развитых А. И. Вольдеком применительно к МГД-маши-

нам. Получено выражение для коэффициента, учитывающего влияние поперечного краевого эффекта на механические характеристики при наличии несимметричных вылетов ротора.

В [9] представлены наиболее общие математические модели и методы расчета электромагнитных процессов в индукционных преобразователях с полым ротором, который может иметь произвольное количество зон различной геометрии.

Таким образом, выражения для электромагнитной силы или момента преобразователей бесконечной ширины, конечной ширины и с вылетами хорошо известны и приведены, например, в [6]. Анализ этих выражений показывает, что ширина вторичного элемента, проводимость и величина вылета существенно влияют на механические характеристики. Наиболее сильно поперечный краевой эффект и связанное с ним ослабление электромагнитного момента проявляется в преобразователях с относительно небольшими поперечными размерами [2, 5, 6].

Наиболее простой способ уменьшения поперечного эффекта и увеличения электромагнитного момента за счет придания анизотропии вторичной системе – это исполнение прорезей во вторичном элементе, которые представляют для вихревых токов непроницаемую «перегородку» [10]. Так как электромагнитный момент обусловлен поперечными составляющими вторичных токов, то в линейных преобразователях необходимо выполнять поперечные прорези. Во вращающихся цилиндрических преобразователях прорези должны быть аксиальными. В [11] приведена математическая модель электромагнитного демпфера с прорезями в полом роторе. Результаты расчета по этой модели хорошо согласуются с экспериментальными данными.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

При постановке задачи расчета электромагнитного поля и силы принимаются общепринятые допущения [6, 11, 12]. На рис. 1 приведена расчетная схема вторичной среды линейного преобразователя с поперечными прорезями. Прорези равномерно выполняются только в активной зоне ( $-a < y < a$ ) с шагом  $b$ . Вылеты (части вторичной системы, выходящие за пределы индуктора) служат для замыкания вторичных токов. Такая расчетная схема применяется и к анализу вращающихся преобразователей [6].

Для исследования преобразователей с прорезями дополнительно принимается следующее допущение – ширина прорези мала по сравне-

нию с расстоянием между прорезями, т. е.  $l_{пр} \ll \ll b$ . Данное условие вполне оправдано, поскольку именно такое исполнение является наиболее выгодным с практической точки зрения, так как при этом достигается наибольший объем активной зоны, а значит, и максимальный из возможных электромагнитный момент [5, 6, 10].

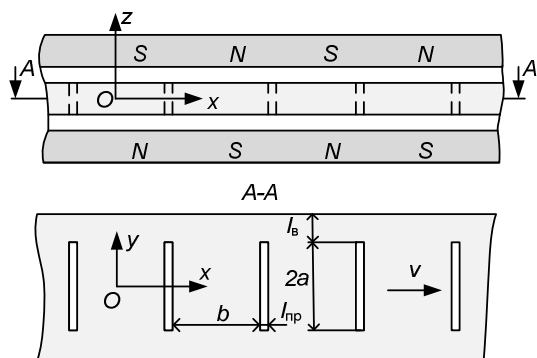


Рис. 1. Расчетная схема

В большинстве случаев вылеты и активная зона вторичной системы конструктивно представляют собой единое целое и поэтому имеют одинаковую проводимость, однако в ряде случаев вылеты выполняются из материала с большей электрической проводимостью, например, в МГД-машинах с боковыми медными шинами [2]. Для общности далее будем рассматривать вторичную систему, у которой проводимости активной части  $\gamma_a$  и вылетов  $\gamma_b$  различны. Для еще большего снижения влияния поперечного краевого эффекта на распределение вторичных токов совместно с вылетами могут быть использованы поперечные (аксиальные) прорези в активной зоне вторичной системы [6, 10, 11].

В рассматриваемых преобразователях скорость имеет одну составляющую по оси  $x$  (рис. 1). При принятых допущениях вектора индукции и напряженности магнитного поля имеют также одну составляющую по оси  $z$ .

Наиболее просто рассмотреть движение с постоянной скоростью [12], оценив при этом влияние структуры вторичной среды на характеристики преобразователей. При этом могут быть исследованы влияние конечной ширины активной части, проводимости вылетов и прорезей на параметры и характеристики индукционных преобразователей.

Если линейная скорость движения вторичной среды постоянна  $v = \text{const}$ , то в установившемся режиме в системе координат, связанной с вращающимся ротором, первичное поле представляет бегущую волну и может быть представлено в виде гармонического ряда, каждый

из членов которого при вращении ротора возбуждает в нем токи и создает свою составляющую момента. Большая часть момента создается основной гармонической составляющей магнитного поля. Поэтому целесообразно решить задачу по определению момента от взаимодействия основной гармоники магнитного поля с током. Момент, обусловленный высшими гармониками магнитного поля, может быть определен отдельно.

Значение шага  $b$  определяется общим количеством прорезей во вторичной системе преобразователя. Исходя из определения полюсного деления, можно получить следующее соотношение

$$\frac{b}{\tau} = \frac{1}{N_p},$$

где  $N_p = \frac{N}{2p}$  – количество прорезей на полюс;

$N$  – общее количество прорезей.

С целью упрощения математической модели приняты «локальные» системы координат, для активной зоны и зоны вылетов [11]. Наиболее простые уравнения для напряженности поля вихревых токов получаются в системе координат, жестко связанной с движущейся вторичной системой. В этой системе координат первичное поле будет представлять собой бегущую волну. Для вращающихся преобразователей угловая частота  $\omega$  будет определяться числом пар полюсов  $p$  и угловой скоростью вращения ротора  $\Omega$ :

$$\omega = p \cdot \Omega.$$

Для линейных преобразователей выражение для угловой частоты будет следующим  $\omega = \alpha \cdot v$ ,

$$\text{где } \alpha = \frac{\pi}{\tau}.$$

Если вторичная среда однородна, то кроме того, можно принять, что вторичное поле также представляет собой бегущую волну и поэтому комплексная амплитуда изменяется вдоль оси  $x$  по гармоническому закону. Во вторичной среде с прорезями из-за ее анизотропии уже нельзя принять гармоническое изменение по координате  $x$ . Поэтому в установившемся режиме вторичное поле будет только гармонически изменяться во времени, т. е.

$$H_2 = \text{Re} \left\{ \dot{H}_{2m} \cdot e^{-i\omega t} \right\},$$

где  $\dot{H}_{2m}$  – комплексная амплитуда вторичного магнитного поля, которая в общем случае может произвольно зависеть от координат.

В такой постановке решена наиболее общая задача для преобразователя с прорезями во вто-

ричной системе [11], где получены выражения для напряженности вторичного магнитного поля в активной зоне. Определение поля и плотности вихревых токов проведено в этой работе методом разделения переменных и решение получено в виде ряда Фурье. Это выражение здесь не приведено из-за его громоздкости. Анализ полученного выражения для напряженности вторичного магнитного поля в активной зоне показывает, что ее условно можно представить как сумму двух слагаемых:

поля в проводящей полосе без краевых явлений или поля в электромагнитном демпфере с вылетами, проводимость которых бесконечно большая. Это поле представляет собой бегущую волну основной гармоники;

некоторое дополнительное магнитное поле, обусловленное краевыми явлениями, как на прорезях, так и на торцах ротора. Эта часть представляет собой пульсирующее поле с высшими гармониками.

Как показано в [6, 11, 12], электромагнитная сила или момент определяются вещественной частью напряженности магнитного поля. Основным критерием интенсивности электромагнитных процессов является безразмерная частота  $\varepsilon$  или магнитное число Рейнольдса (МЧР) [5, 6, 8–12].

### 3. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Из решения для напряженности магнитного поля можно получить выражения для механических характеристик в наиболее общем случае выполнения вторичной системы с вылетами и прорезями. Из этих общих выражений могут быть получены механические характеристики для остальных частных случаев. Из сравнения полученных математических моделей преобразователей с учетом и без учета, например, поперечного краевого эффекта, могут быть получены коэффициенты, позволяющие учесть влияние этого эффекта.

Анализ выражений для электромагнитного момента индукционных преобразователей с вторичной средой

без вылетов,

только с вылетами,

с прорезями и вылетами,

показывает, что электромагнитный момент можно представить как

$$M_{эм} = -M_{max} m_j, \quad (1)$$

где  $M_{max} = \frac{p}{2} \frac{B_{1m}^2}{2\mu_0 k_d} \Delta_p 2a \cdot 2\pi r_{cp}$  – максимальный

электромагнитный момент;  $B_{1m}$  – амплитуда индукции первичного поля;  $\Delta_p$  – толщина вторичной системы (ротора);  $r_{cp}$  – средний радиус ротора;  $k_d$  – коэффициент приведения [6];  $m_j$  – относительный момент.

Выражение для электромагнитной силы в линейных преобразователях аналогично (1) и отличается только значением максимальной силы [6, 12]. Таким образом, далее достаточно исследовать относительные механические характеристики, выводы по которым могут быть распространены на вращающиеся и линейные преобразователи. С известными погрешностями эти выводы могут быть применены и к преобразователям с дисковым или коническим ротором [6].

Относительный момент для всех преобразователей можно представить в виде

$$m_j = m_{j\infty} k_{п.э.}, \quad (2)$$

где  $m_{j\infty}$  – относительный момент (или сила) в преобразователе бесконечной ширины.

Здесь введен коэффициент влияния поперечного краевого эффекта на электромагнитный момент (или силу)  $k_{п.э.}$ . Отметим, что введенный коэффициент влияния поперечного краевого эффекта в  $1 + \varepsilon^2$  раз отличается от используемого в работе [2] коэффициента ослабления, который характеризует уменьшение электромагнитной силы из-за вторичного поперечного краевого эффекта ( $a \neq \infty$ ) и индуктивности вторичной среды. Целесообразность введения именно коэффициента поперечного краевого эффекта связана с тем, что его величина показывает отклонение от идеальной (предельной) механической характеристики индукционных преобразователей с бесконечно широкой вторичной средой.

Как правило, необходимо обеспечить наибольшую крутизну механической характеристики на линейном участке. Например, для амортизационных систем требуется наибольший коэффициент демпфирования индукционных исполнительных элементов, который определяется крутизной механической характеристики электромеханического преобразователя [5]. Крутизна характеристики электромеханического демпфера, как известно, в свою очередь, определяется отношением электромагнитного тормозного момента к угловой скорости вращения ротора, т. е.

$$k_t = \frac{M}{\Omega}.$$

После упрощения можно получить следующее выражение для крутизны механической характеристики

$$k_{\tau} = \frac{M_{\max} \varepsilon}{\Omega} k_{\text{кр}} = \frac{\pi}{4} (2r_{\text{ср}})^3 a \cdot \Delta_p \cdot B_{1m}^2 \gamma_p \cdot k_{\text{кр}},$$

где  $k_{\text{кр}} = \frac{2}{1 + \varepsilon^2} k_{\text{п.э.}}$

Как видно из выражения для крутизны характеристики, она определяется индукцией первичного поля, геометрией и проводимостью ротора, а также коэффициентом  $k_{\text{кр}}$ , который характеризует влияние краевых явлений на крутизну механической характеристики преобразователей. При фиксированном значении безразмерной частоты крутизна характеристики тем больше чем больше коэффициент поперечного краевого эффекта.

*Вторичная среда без прорезей.* Преобразователям без поперечного краевого эффекта  $k_{\text{п.э.}} = 1$ , у которых вторичную систему можно считать бесконечно широкой или вылеты имеют бесконечную проводимость, соответствует идеальная характеристика вида

$$m_{j\infty} = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon^2}. \quad (3)$$

Механическая характеристика (3) состоит из двух участков – линейного и гиперболического. Максимальный момент и критическая частота здесь равны единице. Можно считать, что такую характеристику имеют преобразователи с относительно широкой вторичной системой, когда  $a(1 \div 2)\tau$ .

При малой ширине вторичной части, когда поперечный краевой эффект сильно выражен, критическая частота возрастает, а максимальный момент несколько снижается. При наличии вылетов влияние поперечного краевого эффекта уменьшается. В этом случае, используя результаты работ [6, 11], можно коэффициент влияния поперечного краевого эффекта представить как

$$k_{\text{п.э.}} = \text{Re} \left[ (1 + j\varepsilon) \times \left( 1 - \frac{\text{th} \lambda^* \alpha a}{\lambda^* \alpha a} \right) \right],$$

$$1 + \frac{\gamma_b \lambda^*}{\gamma_a \lambda_b^*} \text{th} \lambda^* \alpha a \text{th} \lambda_b^* \alpha l_b$$

где  $\lambda^* = \sqrt{1 - j\varepsilon}$ ;  $\lambda_b^* = \sqrt{1 - j\varepsilon_b}$ .

Анализ этого выражения показывает, что данный коэффициент равен 1 при бесконечно большой проводимости вылетов  $\gamma_b \rightarrow \infty$ , а также в случае бесконечно широкой вторичной среды  $a \rightarrow \infty$ . Если принять обычно имеющий место

случай конструктивного выполнения, то для вылетов можно принять  $\gamma_b = \gamma_a$  и  $\varepsilon_b = 0$ , тогда

$$k_{\text{п.э.}} = 1 - \text{Re} \left[ \frac{1 + j\varepsilon}{1 + \sqrt{1 - j\varepsilon} \text{th} \lambda a \text{th} \alpha l_b} \frac{\text{th} \lambda a}{\lambda a} \right]. \quad (4)$$

Это выражение показывает, что влияние вылетов проявляется в увеличении коэффициента поперечного краевого эффекта, а значит, и электромагнитного момента.

Анализ коэффициента поперечного краевого эффекта позволяет сделать известный вывод, что увеличение вылетов более 40% от полюсного деления не приводит к существенному изменению механической характеристики. В области малых МЧР вылеты позволяют увеличить электромагнитный момент, а следовательно, и крутизну механической характеристики. При этом в области больших МЧР наличие вылетов приводит к уменьшению электромагнитного момента, что связано с более высоким размагничивающим действием вихревых токов. Вообще действие вылетов приводит к изменению механической характеристики и приближает ее к идеальной характеристике в индукционных преобразователях без краевых явлений.

Можно также ввести коэффициент, который позволяет оценить только влияние вылетов как отношение

$$k_{\text{выл}} = \frac{k_{\text{п.э.}}}{k_{\text{п.э.}}|_{l_b=0}}$$

или

$$k_{\text{выл}} = \text{Re} \left[ \frac{1 - \frac{1}{1 + \sqrt{1 - j\varepsilon} \text{th} \lambda a \text{th} \alpha l_b} \frac{\text{th} \lambda a}{\lambda a}}{1 - \frac{\text{th} \lambda a}{\lambda a}} \right].$$

На рис.2 представлены результаты расчета коэффициента вылетов по этой формуле. Из рис. 2 и аналогичных кривых при  $\varepsilon \leq 1$  можно сделать вывод, что вылеты наиболее целесообразно применять, если  $a \leq (1 \div 1,6)\tau$ . Увеличение вылетов более 40% не изменяет коэффициент вылетов  $k_{\text{выл}}$ , а значит, и механической характеристики. При малых  $a \leq 0,5\tau$  достаточная величина вылетов имеет еще меньшее значение, например, при  $a = 0,2\tau$  достаточны вылеты 15–20% от полюсного деления.

Таким образом, вылеты позволяют увеличить электромагнитный момент в рабочем диапазоне изменения безразмерной частоты. При частоте большей критической относительный момент уменьшается, так как при наличии вылетов увеличивается и размагничивающее действие поля вихревых токов.

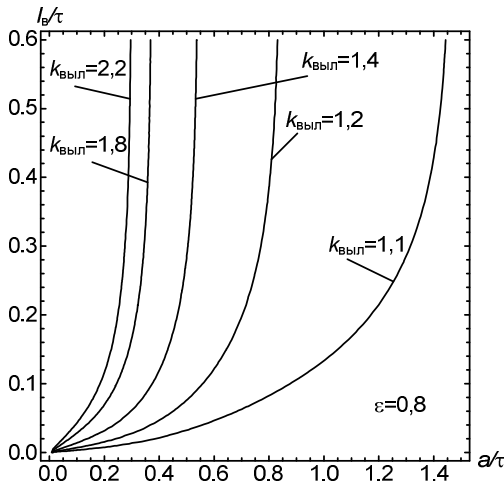


Рис. 2. Расчетные кривые для коэффициента вылетов

*Вторичная среда с прорезями.* Наиболее общим случаем вторичной системы является случай ее выполнения с вылетами и прорезями. Выполнение прорезей в активной части вторичного элемента приводит к тому, что критическое скольжение снижается, крутизна на линейном участке возрастает. Максимальный момент при этом может снизиться, но при увеличении числа прорезей возрастает и приближается к максимально возможному значению равному единице.

Таким образом, одной из задач является определение числа прорезей на полюс достаточно для достижения идеальной механической характеристики. Другой задачей является определение условий увеличения крутизны механической характеристики на линейном участке.

Анализ выражений работы [11] для механической характеристики позволяет коэффициент влияния поперечного краевого эффекта определить как

$$k_{п.э.} = 1 - \frac{1}{b^*} \operatorname{Re} \left\{ (1 + i\varepsilon) \sum_{k=1}^{\infty} C_k \beta_k^* \frac{\operatorname{th}(\lambda_k^* a^*)}{\lambda_k^* a^*} D_k \right\},$$

$$\text{где } b^* = \alpha b; \beta_k^* = \frac{k\pi}{b^*}; \lambda_k^* = \sqrt{\beta_k^{*2} - j\varepsilon};$$

$$C_k = \frac{\lambda_k^* \operatorname{cth}(\lambda_k^* l_b)}{\lambda_b^* \lambda_k^* \operatorname{th}(\lambda_k^* a) + \lambda_k^* \operatorname{cth}(\lambda_k^* l_b)};$$

$$D_k = \begin{cases} \frac{1}{2} b^* & \text{при } \beta_k^* = 1 \\ \frac{4\beta_k^* (1 - (-1)^k \cos b^*)}{(\beta_k^{*2} - 1)^2 b^*} & \text{при } \beta_k^* \neq 1 \end{cases}.$$

На рис. 3 представлены результаты расчета по этой формуле. Из них видно, что увеличение числа прорезей (уменьшения  $b$ ) приводит к уве-

личению коэффициента поперечного краевого эффекта, а значит, электромагнитного момента.

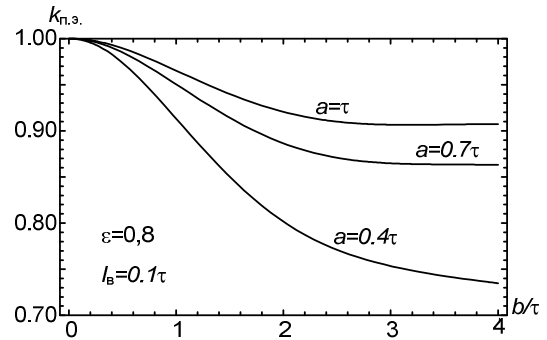


Рис. 3. Расчетные кривые для коэффициента поперечного эффекта

Из проведенных расчетов следует, что существенное влияние на механические характеристики прорези оказывают, если число прорезей на полюс равно или больше 1 ( $b \leq 1$  или  $N_p \geq 1$ ).

Целесообразно ввести коэффициент, позволяющий оценить влияние прорезей на механическую характеристику

$$k_{\text{прорези}} = \frac{k_{п.э.} |_{\text{с прорезями}}}{k_{п.э.} |_{\text{без прорезей}}}.$$

Этот коэффициент показывает, насколько исполнение прорезей увеличивает электромагнитный момент. Например, при значении частоты  $\varepsilon = 0,8$  и размерах вторичной системы  $b = 0,5\tau$ ,  $a = 0,5\tau$  и  $l_b = 0,5\pi$  этот коэффициент равен 1,19, т. е. момент при исполнении прорезей увеличивается почти на 20%.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе предложены универсальные выражения для механических характеристик для вращающихся и линейных индукционных преобразователей с проводящей вторичной системой. Полученные расчетные выражения позволяют учесть влияние прорезей, ширины вторичной системы, проводимости и величины вылетов на электромагнитный момент или силу. Получены выражения для коэффициента влияния поперечного краевого эффекта, позволяющие учесть совместное действие всех этих факторов.

#### 5. ПРИЛОЖЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предложенные расчетные коэффициенты можно непосредственно использовать в инженерной практике, несмотря на сложность и громоздкость расчетных выражений, так как их вычисления достаточно просто реализуются

с помощью современных математических пакетов [13, 14].

С целью увеличения диапазона рабочих скоростей ротор индукционных преобразователей могут изготавливать двухслойным: один слой выполняется из немагнитного электропроводящего материала, а второй – из магнитного проводящего материала, например электротехнической стали [15]. При этом в каждом слое делаются прорезы с одинаковым шагом. В этом случае могут использоваться полученные выше выражения для учета влияния прорезей и ограниченности ширины вторичной системы.

Полученные выражения, если принять величину вылетов нулевой, могут быть применены к анализу совместного действия вторичного продольного и поперечного краевых эффектов, что имеет место, к примеру, в электродинамических сепараторах [16].

### ВЫВОДЫ

1. Выполнение аксиальных прорезей во вторичной среде цилиндрических демпфирующих элементов существенно изменяет механические характеристики, при этом максимальный момент сдвигается в сторону меньших частот и возрастает крутизна характеристики (в  $1,4 \div 1,6$  раза).

2. На линейном участке механической характеристики электромагнитный момент может быть увеличен до 30% за счет исполнения прорезей во вторичной системе.

3. Увеличение ширины активной части и вылетов уменьшает влияние прорезей на механические характеристики и при  $a \geq \tau$  прорези практически не влияют на электромагнитный момент.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вольдек А. И.** Токи и усилия в слое жидкого металла плоских индукционных насосов // Изв. вузов. Электромеханика. 1959. № 1. С. 3–10.
2. **Вольдек А. И.** Индукционные магнетогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л.: Энергия, 1970. 272 с.
3. **Ямамура С.** Теория линейных асинхронных двигателей. Л.: Энергоатомиздат, 1983. 180 с.
4. **Boldea I., Nasar S. A.** Linear Motion Electromagnetic Devices. New York: Taylor&Francis, 2001. 270 p.
5. **Весселовский О. Н., Коняев А. Ю., Сарапулов Ф. Н.** Линейные асинхронные двигатели. М.: Энергоатомиздат, 1991. 256 с.
6. Теория электромеханические демпфирующие преобразователи с распределенными параметрами / Р. Р. Саттаров [и др.] // М.: Машиностроение, 2010. 327 с.

рами / Р. Р. Саттаров [и др.] // М.: Машиностроение, 2010. 327 с.

7. **Лопухина Е. М.** Асинхронные исполнительные микродвигатели для систем автоматики. М.: Высшая школа, 1988. 328 с.

8. **Потапов Л. А.** Математические модели электромеханических устройств с полыми немагнитными роторами для установившихся и переходных режимов работы // Изв. вузов. Электромеханика. 1987. № 4. С. 24–34.

9. **Саттаров Р. Р., Исмагилов Ф. Р.** Общий метод расчета электромагнитных демпферов с распределенной вторичной системой сложной геометрии // Электричество. 2010. № 5. С. 37–43.

10. **Laithwaite E. R., Nasar S. A.** Linear-motion electrical machines // Proceedings of the IEEE. 1970. № 58(4). P. 531–542.

11. **Исмагилов Ф. Р., Саттаров Р. Р.** Электромагнитные демпферы с продольными прорезями полюсного ротора // Электротехника. 2000. № 8. С. 28–29.

12. **Исмагилов Ф. Р., Саттаров Р. Р.** Электромагнитные процессы в электромеханических демпфирующих элементах // Электричество. 2008. № 10. С. 46–52.

13. Расчет электромеханических демпферов с распределенной вторичной средой: свид-во о гос. регистр. программы для ЭВМ № 2009616564.2009 / Р. Р. Саттаров [и др.]

14. Расчет электромагнитных процессов в индукционных демпферах: свид-во о гос. регистр. программы для ЭВМ № 2010612327.2010 / Р. Р. Саттаров [и др.]

15. **Хайруллин И. Х., Исмагилов Ф. Р., Саттаров Р. Р.** Управляемый демпфер с прорезями в двухслойном роторе в устройствах мехатронных систем // Мехатроника. 2001. № 6. С. 43–44.

16. Характеристики линейных индукционных машин при ограниченных размерах вторичного элемента / А. Ю. Коняев [и др.] // Электричество. 2010. № 4. С. 32–36.

### ОБ АВТОРАХ

**Саттаров Роберт Радилович**, доц. каф. электромеханики. Дипл. физик-геофизик (БГУ, 1996). Канд. техн. наук по элементам и системам управления (УГАТУ, 1999). Иссл. в обл. электромех. преобр. энергии.

**Исмагилов Флюр Рашитович**, проф., проректор, зав. каф. электромеханики. Дипл. инж.-электромех. (УАИ, 1973). Д-р техн. наук по элементам и системам управления (УГАТУ, 1998). Иссл. в обл. электромех. преобр. энергии.